TRONC COMMUN	# Calcul vectoriel	WWW.Dyrassa.com

Exercice 1:

1- A et B sont deux points distincts. Placer les points M, N, P, Q tels que :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BQ} = -2\overrightarrow{AQ}$.

2- A, B, C, D sont quatre points. Démontrer que :

- $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{DA}$
- $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Exercice 2: ABC est un triangle, E, F, G sont définis par :

$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1- Faire une figure.

2- Exprimer $\overrightarrow{BE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3- Montrer que : $\overrightarrow{FG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

4- Que peut-on en déduire pour les droites (BE) et (FG)?

Exercice 3:

ABC est un triangle Les points N et P sont tels que :

$\overrightarrow{AN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$

1- Faire une figure et placer les points N et P.

2- a) Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{BC}$.

b) En déduire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AP}$= k $\overrightarrow{AN}$.

c) Que peut-on alors conclure ?

Exercice 4 : ABC est un triangle.

1- Placer les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

F est le milieu de [AC].

2- Exprimer, en justifiant, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{FE}$.

3- a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AD}$ = k $\overrightarrow{AE}$.

c) Que peut-on alors conclure ?

4- a) Placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

b) Placer le point G symétrique de F par rapport à C. Et Montrer que $\overrightarrow{GA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$

puis que $\overrightarrow{GA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

c) En déduire la nature du quadrilatère AMDG.

Exercice 5: ABC est un triangle ; I est le milieu de [AB].

1- a) Construire le point J tel que $\overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

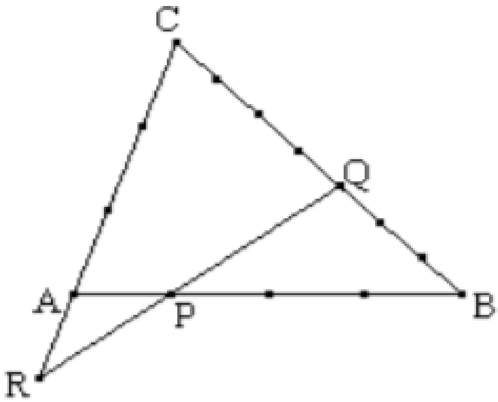
2- On note K le point tel que $2\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

a) Exprimer $\overrightarrow{BK}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$. Construire K.

b) En déduire que $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IK}$.

c) Que dire alors des points I, J et K ?

Exercice 6: ABC est un triangle ; P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC) disposés comme sur le dessin.



1- Donner les valeurs des réels α, β et γ tels que :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\,\overrightarrow{AB}, \qquad \overrightarrow{AR} = \beta\,\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BQ} = \gamma\,\overrightarrow{BC}$$

2- Exprimer $\overrightarrow{PR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3- Démontrer que $\overrightarrow{PQ} = \frac{9}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$.

4- Justifier que $\overrightarrow{PQ} = -\frac{9}{7}\overrightarrow{PR}$. Que conclure ?

Exercice 7:

soit ABC est triangle, les points D, E et F trois points tels que : $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$.

1- Construire la figure .

2- Montrer que : $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

3- Montrer que : $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

4- Montrer que les points A, F et C sont alignés.

5- Déduit que les droites (AC) et (BE) sont sécantes en point F.