2éme Année Bac	La fonction Exponentielle	WWW.Dyrassa.com

Exercice 1: Simplifier les expressions suivantes :

1- $\exp(3) \times \exp(5)$
2- $\exp(-2) \times e^4$
3- $\dfrac{1}{\exp(-5)}$
4- $(\exp(5))^3$
5- $e^3\, e^4$
6- $e^{-4}\, e^4$
7- $(e^4)^3\, e^4$
8- $\dfrac{e^4 e^{-3}}{e^{-2}}$
9- $(e^5 - e^4)^2 - (e^5 + e^4)^2$
10- $(e^2 + e^{-2})(e^2 - e^{-2})$
11- $\dfrac{e^3 - e^{-3}}{e^3 + e^{-3}}$
12- $\sqrt{(e^2+1)^2 - (e^2-1)^2}$

Exercice 2: Simplifier les expressions suivantes :

1- ee^{2x+1}
2- $e^{3-2x}e^{x+5}$
3- $(e^{5x})^2$
4- $e^{9x} - 2(e^{3x})^3$
5- $\dfrac{(e^x)^3}{e^{2x}}$
6- $e^x(e^{3x} + e^{-x})$
7- $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$
8- $(e^x - e^{-x})^2 - e^{-x}(e^{3x} - e^{-x})$
9- $(e^{3x})^2 - e^{2x}(e^{2x} + e^{-2})^2$
10- $(e^x - e^{-x})(e^{2x} + e^x + 1)$

Exercice 3: Résoudre les équations suivantes dans R :

1- $exp(x) = e$
2- $exp(-x) = 1$
3- $exp(2x - 1) = e$
4- $e^{x^2+x} = 1$
5- $e^x - e^{-x} = 0$
4- $e^{x^2+5} = (e^x + 2)^2$
5- $e^x + e^{-x} = 0$
6- $e^{3x+1} = e^{-2x+3}$
7- $e^{2x} - 1 = 0$

Exercice 4 : Déterminer les racines du polynôme : $P(X) = X^2 + 4X - 5$

1- En déduire les solutions de l'équation : $e^{2x} + 4\,e^x = 5$
2- Résoudre les équations suivantes :
a) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$
b) $e^{2x} + 1 + e^x + 1 - 2e = 0$
c) $e^x - 2e - x + 1 = 0$

Exercice 5: Résoudre les inéquations suivantes dans R :

1- $exp(x) < e$
2- $exp(-x) \geq 1$
3- $e^{x} + e^{-x} < 2$
4- $e^{x} < 1$
5- $e^{-x} > 1$
5- $e^{x} - e^{-x} > 0$
6- $e^{2x} - 1 \geq 0$
7- $x\,e^{-x} - 3\,e^{-x} < 0$
8- $e^{2x} + 2e^{x} - 3 \geq 0$
9- $e^{2x} + e^{x} - 2 < 0$

Exercice 6: Déterminer les limites suivantes :

1- $\lim_{x\to-\infty} e^{-x}$
2- $\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x}}{x}$
3- $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x}$
4- $\lim_{x\to+\infty} e^{-x+1}$
5- $\lim_{x\to-\infty} e^{2x+1}$
6- $\lim_{x\to+\infty} e^{-x^2+1}$
1- $\lim_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}}$
2- $\lim_{x\to0^-} e^{\frac{1}{x}}$
3- $\lim_{x\to0^-} e^{-\frac{1}{x}}$

Exercice 7: : Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{x\to+\infty} e^{x^2}e^{-x}$
- $\lim_{x\to-\infty} e^{x}(x-1)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{x}+1}{e^{-x}-1}$
- $\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-3x}}{3x-1}$
- $\lim_{x\to-\infty}(e^{-x} + 3x + 1)$
- $\lim_{x\to-\infty}(e^{-2x} - e^{-x})$
- $\lim_{x\to-\infty}(x+1)e^{x}$
- $\lim_{x\to+\infty}(e^{2x} - 3e^{x} + 1)$
- $\lim_{x\to-\infty}(e^{2x} - 3e^{x} + 1)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{e^{x}}$
- $\lim_{x\to-\infty} e^{x+1} \times e^{1-x}$
- $\lim_{x\to0} \frac{e^{2x}-1}{x}$
- $\lim_{x\to+\infty} x(e^{\frac{3}{x}} - 1)$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + x)$
- $\lim_{x\to0} \frac{e^{2x}-e^{x}}{x}$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{xe^{-x}}{x^2+1}$
- $\lim_{x\to-\infty} x^3(e^{\frac{1}{x}} - 1)$
- $\lim_{x\to+\infty} e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$
- $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2 - 2\frac{x-1}{e^{1-x}}\right)$

Exercice 8: Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

- e^{-x+1}
- $e^{\sqrt{x^2+1}}$
- $e^{\frac{1}{x}}$
- $e^{2x} - 3e^{x} + 1$
- $e^{x^2}e^{-x}$
- $e^{x}(x-1)$
- $x(e^{\frac{3}{x}} - 1)$
- $\frac{e^{x}+1}{e^{-x}-1}$
- $\frac{e^{-3x}}{3x-1}$
- $\frac{xe^{-x}}{x^2+1}$
- $e^{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$
- $\frac{e^{2x}-e^{x}}{x}$
- $e^{x}\sin x$
- $\frac{2e^{x}-3e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$
- $\frac{3x+1-e^{x}}{e^{x}}$
- $\frac{e^{3x^2+5x-3}}{e^{x}+1}$

Exercice 9: Résoudre dans **R** les systèmes.

$$\begin{cases} e^{x-1} + e^{y} = 2 \\ e^{x} - e^{y+1} = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} e^{x+2} + 2e^{y-3} = 3 \\ e^{x}e^{y} = e \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{x} + e^{y} = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} xy = 3 \\ e^{x+1}\,e^{y+1} = 1 \end{cases}$$

Exercice 10:

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$

Soit Cf la courbe représentative de la fonction f .

1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
2- Établir le tableau de variation de la fonction f .
3- Préciser les différentes asymptotes de .

Exercice 11:

Soit f la fonction définie sur **R** par :

$$f(x) = (x + 1)e^{-x} - x + 1.$$

1- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
2- Justifier que f est dérivable sur **R** et calculer f ′.
3- Déterminer les limites de f ′ en $-\infty$ et $+\infty$
4- Étudier les variations de f ′ puis démontrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une unique solution a dans **R**. Donner un encadrement de a à 10^{-2}.
5- En déduire le signe de f ′ puis les variations de f .
6- Calculer la limite en $+\infty$ de $f(x) - (-x + 1)$.
7- En déduire une interprétation graphique.

Exercice 12: Soit f la fonction définie sur **R** par : $f(x) = x + \frac{4}{1+e^x}$

On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal **R** d'unité graphique 2 cm.

1- Déterminer les limites en $-\infty$ et $+\infty$ de la fonction f .
2- Montrer que, pour tout x ∈ **R** :

$$f'(x) = \left(\frac{1 - e^x}{1 + e^x}\right)^2$$

3- En déduire le sens de variation de f sur **R**.
4- Dresser alors le tableau de variation de f .
5- Déterminer $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - x)$.
6- Étudier la position de C par rapport à D.
7- Étudier la position de C par rapport à D′.
8- Tracer les droites D et D′ et la courbe C.

Exercice 13:

Soit f une fonction définie sur **R** par :

$$f(x) = (ax + b)\, e^{-x} + 1$$

telle que sa courbe représentative C passe par les points A(0 ; 4) et B(−1, 5 ; 1) dans un répère du plan.

1- Déterminer une expression de f (x).

2- Déterminer la limite de f en $-\infty$.

3- Montrer que pour tout réel x :

$$f(x) = 2\frac{x}{e^{x}} + \frac{3}{e^{x}} + 1$$

4- Déterminer alors la limite de f en $+\infty$.

5- En déduire que la courbe C a une asymptote D.

6- Donner une équation de D.

7- Démontrer que D coupe C au point B.

8- Étudier la position de C par rapport à D.

9- Démontrer que, pour tout réel x :

$$f'(x) = (-2x - 1)\, e^{-x}.$$

10- Étudier le signe de f ′(x) sur **R**.

11- En déduire le tableau de variation de f .

12- Déterminer une équation de la droite T tangente à la courbe C au point A.

13- Tracer les droites D et T et la courbe C.

Exercice 14:

Soit la fonction f définie sur **R** par :

$$f(x) = \frac{x}{e^{x} - x}$$

On note Cf sa courbe représentative dans le repère

orthogonal $(O\,; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath})$.

1- Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2- Interpréter graphiquement ces résultats.

3- Calculer la dérivée de f .

4- Étudier le sens de variation de f .

5- Déterminer une équation de la tangente (T) à Cf au point d'abscisse 0.

6- Étudier la position de Cf par rapport à (T).

7- Tracer la droite (T), les asymptotes et la courbe Cf .