

Exercice 1:

Simplifier les expressions suivantes :

1- $e^{\ln 3}$

2- $e^{-\ln 5}$

3- $e^{\ln(\frac{1}{3})}$

4- $\ln(e^5)$

5- $\ln 1 + \ln e$

6- $\ln 7 + \ln 8$

7- $\ln 20 - \ln 4$

8- $-\ln 4 + \ln 28$

9- $3 \ln 4$

10- $-2 \ln 4$

11- $(\ln(e^3))^2$

12- $e^{\ln 2 + \ln 3}$

Exercice 2:Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

➤ $e^x = 2$

➤ $e^x = -5$

➤ $e^x = \frac{1}{4}$

➤ $\ln x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

➤ $\ln x = -\ln 9$

➤ $(\ln x - 2)(\ln x + 1) = 0$

➤ $(e^x - 3)(e^x + 5) = 0$

➤ $(\ln x)(6 - 3 \ln x) = 0$

➤ $\ln(2 - x) + 1 = 0$

➤ $\ln x + \ln(2 - x) = \ln 5$

➤ $\ln(3x) - \ln(1 - x) = \ln 2$

Exercice 3:

1- Résoudre l'équation suivante : $X^2 - 2X - 15 = 0$

2- En déduire les solutions des équations suivantes :

➤ $e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$

➤ $(\ln x)^2 - 2\ln x - 15 = 0$

3- Résoudre les équations suivantes :

➤ $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ (on pourra poser $X = e^x$)

➤ $2(\ln x)^2 + 5\ln x - 3 = 0$ (on pourra poser $X = \ln x$)

Exercice 4: Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

- $\ln(x) \geq 1$
- $\ln(x) > -2$
- $\ln(x) \leq 1$
- $\ln(x) < 3$
- $\ln(2 - 3x) \geq 0$
- $\ln(1 - x) < 1$
- $\ln\left(\frac{3}{x}\right) > \ln 3$
- $2\ln(x) \geq \ln(2 - x)$
- $\ln(4x) - \ln 2 \geq 2 \ln 4$
- $\ln\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) \geq 0$

Exercice 5: Déterminer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((\ln x)^2 - 2x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 2x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (-(\ln x)^2 - 2 \ln x - 3)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 + 105x +)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(8 - x^3)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \ln(1 + e^{-x})$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x + 1}{x}$

Exercice 6: Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

- $f(x) = 3x + 5 - \ln x$
- $f(x) = x^4 + \ln x$
- $f(x) = \frac{1}{x} + 4 \ln x$
- $f(x) = \ln x (x + 1)$
- $f(x) = (\ln x)^2 (3 - \ln x)$
- $f(x) = (2 - \ln x)(1 - \ln x)$
- $f(x) = \frac{3 - 2\ln x}{x - 1}$
- $f(x) = \frac{3\ln x}{x}$
- $f(x) = \frac{3 - \ln x}{x}$
- $f(x) = e^{5 \ln x + 2}$
- $f(x) = \ln((x + 1)(5 - x))$

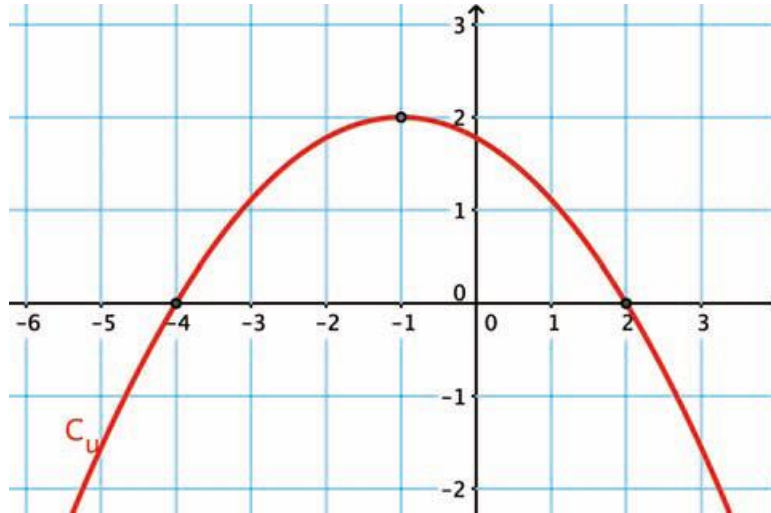
Exercice 7:

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x \ln x$.

- 1- Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
- 2- Pour tout réel $x > 0$, calculer $f'(x)$.
- 3- Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .
- 4- En déduire que f admet un minimum sur $]0 ; +\infty[$ que l'on précisera.

Exercice 8:

On donne ci-dessous la courbe représentative C_u d'une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



- 1- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $\ln(u)$.
- 2- Étudier les limites de la fonction $\ln(u)$ aux bornes de son ensemble de définition.
- 3- Étudier le sens de variation de la fonction $\ln(u)$.
- 4- Dresser le tableau de variation de la fonction $\ln(u)$.

Exercice 9: Soit f la fonction définie sur $\left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$ $f(x) = \ln(3x - 1)$.

- 1- Justifier que f est bien définie sur $\left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$
- 2- Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Interpréter graphiquement.
- 3- Pour tout réel $x > \frac{1}{3}$, calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- 4- Dresser le tableau de variation de la fonction f .

Exercice 10:

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (d'unité graphique 2 cm).

- 1- Montrer que C admet deux asymptotes.
- 2- Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$.
- 3- Dresser le tableau de variation de f .
- 4- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- 5- Déterminer une équation de la tangente T au point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
- 6- Construire C_f et T .

Exercice 11:

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = (\ln x)^3 - 3 \ln x$

On note Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1- Étudier la limite de f en $+\infty$
- 2- Montrer que Cf admet une asymptote verticale.
- 3- Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{3(\ln x - 1)(\ln x + 1)}{x}$
- 4- Dresser le tableau des variations de f .
- 5- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- 6- Construire Cf et son asymptote.

Exercice 12:

PARTIE A

Soit u la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$u(x) = \ln(x) + x - 3$$

- 1- Justifier que la fonction u est strictement croissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
- 2- Démontrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution a comprise entre 2 et 3.
- 3- En déduire le signe de $u(x)$ en fonction de x .

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2) + 2$$

On appelle Cf la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

- 4- Déterminer la limite de la fonction f en 0.
- 5- Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f(x) = \frac{u(x)}{x^2}$ où u est la fonction définie dans la partie A.
- 6- En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

PARTIE C

Soit Cf' la courbe d'équation $y = \ln(x)$.

- 7- Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f(x) - \ln(x) = \frac{2 - \ln(x)}{x}$
- 8- En déduire que les courbes Cf et Cf' ont un seul point commun dont on déterminera les coordonnées.
- 9- Tracer Cf et Cf'