2éme Année Bac	Limites et Continuité	WWW.Dyrassa.com

Exercice 1: Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x-1} \quad ; \quad \lim_{x\to2}\frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2} \quad ; \quad \lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{x^3+4x^2-8x+3}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{1-3x}-2}{x+1} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{9x^2+1}-3x \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{9x^2+x+1}-2x$$

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{\sin^2(x)} \quad ; \quad \lim_{x\to0}\left(\frac{\sin(x)}{3x}+\frac{x}{\tan(x)}\right) \quad ; \quad \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\tan(x)-1}{x-\frac{\pi}{4}}\right)$$

Exercice 2: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{\sin(2x)}{x} & x\neq0 \\ f(0)=2 \end{cases}$

- Montrer que la fonction f est continue en 0.

Exercice 3: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2+x-12}{x-3} & x\neq3 \\ f(3)=7 \end{cases}$

- Montrer que la fonction f est continue en 3.

Exercice 4: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{2x^2+5x^3}{|x|} & x\neq0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

- Montrer que la fonction f est continue en 0.

Exercice 5: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{2x+1}{7-6x} & x\leq2 \\ f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2} & x>2 \end{cases}$

- Montrer que la fonction f est continue en 2.

Exercice 6: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{2x+b}{3} & x\leq2 \\ f(x)=\frac{x^2+x-a}{x-2} & x>2 \end{cases}$

- Déterminer les nombres a et b pour que la fonction f soit continue en 2.

Exercice 7: On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x)=2x^2-3x & x<-1 \\ f(x)=x^2+4 & -1\leq x<1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+1}+2 & x\geq1 \end{cases}$

1- Etudier la continuité de la fonction en – 1et 0 et 1.

2- Etudier la continuité de la fonction en IR .

Exercice 8:

1- **Montrer que l'équation $x^4 + x^2 + 4x - 1 = 0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = [0;1]$.**

2- **Montrer que l'équation $x^3 - 6x^2 + 6 = 0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = [-2;4]$.**

3- **Montrer que l'équation $\sin(x) + \frac{1}{3} = 0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = \left[-\frac{\pi}{6};0\right]$.**

4- **Montrer que l'équation $\cos(x) = x$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = [0;\pi]$.**

Exercice 9:

1- **Montrer que l'équation $x^3 + 2x + 1 = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [-1;0]$.**

2- **Montrer que l'équation $x^4 + 2x - 3 = 0$ admet une solution unique $\alpha \in \left[\frac{1}{2};\sqrt{2}\right]$.**

3- **Montrer que l'équation $x^3 + 2x + 1 = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0;1[$.**

4- **Montrer que l'équation $2x^3 + 3x + 20 = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [-2;-1]$.**

Exercice 10: **Soit la fonction définie sur $]-2;+\infty[$, par : $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$**

1- **Etudier les variations de la fonction f et donner le tableau de variations.**

2- **Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.**

3- **Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.**

Exercice 11: **Soit la fonction définie sur l'intervalle I=IR$^+$ par : $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$**

1- **Etudier les variations de la fonction f et donner le tableau de variations.**

2- **Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.**

3- **Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .**

Exercice 12: Soit la fonction définie sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ par : $f(x)=\sqrt{2x-1}$

1- Etudier les variations de la fonction f et donner le tableau de variations.

2- Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.

3- Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .

4- Construire dans un même repère les courbes Cf et Cf^{-1}.

Exercice 13: Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt[3]{2}\right)^3\times\sqrt[2]{\sqrt[4]{2}}$; $B=\sqrt[5]{32}-\left(\sqrt[7]{2}\right)^7+\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}+\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}}$

$C=\dfrac{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[5]{16}\times\sqrt{\sqrt[3]{4}\times\sqrt[15]{2}}}{\sqrt[15]{256}}$; $D=\dfrac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\times\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$

Exercice 14: Résoudre les équations suivantes :

$x^{\frac{2}{3}}-7x^{\frac{1}{3}}-8=0$; $\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}-12=0$; $\sqrt[3]{x-1}=3$

$x^5=32$; $x^4=3$

Exercice 15: Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[5]{x^5+x^2+1}$; $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$; $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1}$

$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{2x+6}-\sqrt{x+3}}{x-1}$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-2}}$; $\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x-1}}$

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[4]{x^4+x+1}-x-3$; $\lim_{x\to0}\frac{sin(x)}{\sqrt[3]{x+1}-1}$

Exercice 16: On considère la fonction f définie par : $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

1- Déterminer D_f et calculer $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2- Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.

3- Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .

4- Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique $\alpha\in[0;1]$.

5- Construire dans un même repère les courbes Cf et Cf^{-1}.