

**Exercice 1:**

1- Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes

:Justifier

$$P_1: \left( (1 + \sqrt{7})^2 = 8 + 2\sqrt{7} \right) \Rightarrow (10^{-3} = 0,01) ; P_2: \left( 3 = \frac{8}{4} \right) \Leftrightarrow (|2 - \sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3})$$

2- Donner la négation et Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

$$P_1: \forall x \in \mathbb{Z} (x^2 - 1 \geq 0) \quad ; \quad P_2: (\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{7}) \text{ et } \left( \sqrt{(-5)^2} = 5 \right)$$

3- Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}: \left[ \frac{1}{x+1} = x - 1 \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2} \right]$

4- En utilisant le raisonnement par le contre exemple montrer que la proposition est fausse :  $(\forall y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) : 2x - 4y \neq 5$ .

5- En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2: [(xy - 1)(x - y) \neq 0] \Rightarrow (x(y^2 + y + 1) \neq y(x^2 + x + 1))$$

6- En utilisant le raisonnement cas par cas résoudre l'équation suivante :

$$|x - 1| + |2x - 3| = 6$$

7- Montrer par récurrence que :

$$(\forall x \in \mathbb{N}^*) 1 \times 2 + 2 \times 4 + \dots + n \times 2n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

**Exercice 2:** On considère la fonction suivante :  $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$

1- Déterminer le domaine de définition  $D_f$ .

2- Montrer que f est majorée par  $\frac{3}{2}$ .

3- Montrer que f est minorée par  $\frac{1}{2}$ .

4- Montrer que f est bornée.

5- Donner le tableau de variations de f.

6- On considère la fonction suivante :  $g(x) = \sqrt{x+4}$

6-1 Déterminer  $D_{f \circ g}$ ,  $D_{g \circ f}$

6-2 Calculer  $g \circ f(x)$  et  $f \circ g(x)$ .