

**Exercice 1:**

1- Donner la négation des propositions suivantes :

$$P_1 : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}^+) : y^2 \geq x$$

$$P_2 : x^2 + y = y^2 + x \Rightarrow (x = y \text{ ou } x + y = 1)$$

2- Montrer que la proposition  $P_2$  est vraie.

3- Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

4- En utilisant le raisonnement cas par cas montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x$$

**Exercice 2:**

On considère la fonction suivante :  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

1- Déterminer le domaine de définition de  $Df$  .

2- Montrer que 1 est une valeur maximale de la fonction  $f$ .

3- Montrer que :  $f(x) = -f(1 - x) + \frac{1}{x^2 - x + 1}$  ( $\forall x \in Df$ )

4- Dédurre que :  $f(x) > -1$  ( $\forall x \in Df$ )

**Exercice 3:**

On considère les fonctions suivantes :  $f(x) = x^2 - x$  et  $g(x) = \sqrt{x}$  et la droite  $(\Delta) : y = -2x + 2$

1- Déterminer  $D_g$  et donner le tableau de variations de  $g$ .

2- Donner le tableau de variations de  $f$ .

3- Déterminer le point d'intersection de la courbe  $C_f$  avec les axes  $(ox)$  et  $(oy)$

4- Construire dans un même repère la courbe de  $f$  et de  $g$  et la droite  $(\Delta)$  .

5- Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $\sqrt{x} + 2x - 2 = 0$

6- Déterminer par calcul les coordonnées de point d'intersection de  $C_f$  et  $(\Delta)$ .

7- Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation  $f(x) + 2x \geq 2$

8- Déterminer  $f([2; +\infty[)$ ,  $(]-\infty; 0])$ ,  $g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]\right)$ .

9- On pose:  $h(x) = fog(x)$

9-1 Déterminer  $h(x)$  et  $D_h$  .

9-2 Déterminer les variations de  $h$  sur  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$  et  $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]$