

Exercice 1: ABC est un triangle équilatéral de côté 5cm, G est le centre de gravité de ce triangle et H est le Barycentre des points pondérés (A ; 1) et (B ; 2).

- 1) Construire les points G et H.
 - 2) Déterminer et construire les ensembles suivants :
- L'ensemble E_1 des points M du plan vérifiant :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|$$

- L'ensemble E_2 des points M du plan vérifiant :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \text{ colinéaire à } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$$

- L'ensemble E_3 des points M du plan vérifiant : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$

Exercice 2: ABCD est un parallélogramme et P, Q et R des points définis par :

$$\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} \quad \text{et} \quad PQRA \text{ un parallélogramme .}$$

On veut démontrer que les droites (CQ), (DP) et (BR) sont concourantes.

- 1- Montrer que P est le barycentre de (A ; a) et (B ; b), et déterminer a et b.
- 2- Montrer que R est le barycentre de (A ; c) et (D ; d) et déterminer c et d.
- 3- Soit I le point d'intersection de (DP) et (BR), et le point G est le barycentre de (A,1) et (B,2) et (D,3). Montrer que I=G ?
- 4- Montrer que Q le barycentre de (A , -5) et (B , 8) et (D , 9).
- 5- Dédurre que Q est le milieu du segment [CI].
- 6- Dédurre que les droites (CQ), (DP) et (BR) sont concourantes.

Exercice 3: Soit la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{10}{11}U_n + \frac{12}{11} \\ U_0 = 11 \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

- 1- Calculer les termes U_1 et U_2 .
- 2- Montrer que : $U_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(U_n - 12) \quad (\forall n \in \mathbb{N})$
- 3- Montrer par récurrence que $U_n < 12. \quad (\forall n \in \mathbb{N})$
- 4- Etudie la monotonie de la suite U_n .
- 5- On considère la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} $V_n = U_n - 12$
 - a. Calculer V_0, V_1 et V_2
 - b. Montrer que la suite (V_n) est Géométrique de raison $\frac{10}{11}$.
 - c. Exprimer V_n en fonction de n.
 - d. Montrer que : $U_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n \quad (\forall n \in \mathbb{N})$