2éme Année Bac-S1	Contrôle N2	WWW.Dyrassa.com

Exercice1: (Les questions sont indépendantes)

1- Simplifier les nombres suivants :

$$A = \ln(\sqrt{e}) + \ln(\sqrt[3]{e}) - \frac{5}{6} \quad ; \quad B = \ln^2(2e) + \ln^2\left(\frac{1}{2}\right)$$

2- Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(2+x) \quad ; \quad g(x) = \ln((x+1)^2)$$

3- Résoudre dans IR : $\mathbf{2\ln x + 4 = 0}$; $\mathbf{\ln(2x+1) - \ln x = 0}$

$$2ln^2(x) - \ln x - 1 > 0 \quad ; \quad 1 - 3\ln x < 0$$

4- Déterminer la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle I indiqué.

$$f(x) = \sqrt{\ln x} \qquad I =]1\ ;\ +\infty[$$

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} \qquad I =]1\ ;\ +\infty[$$

$$f(x) = x^2 - (ln\ x)^2 \qquad I =]1\ ;\ +\infty[$$

5- Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{ln\ x} \quad ; \quad \lim_{x\to 1^-} \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \quad ; \quad \lim_{x\to +\infty} x^2 - ln\ x$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{ln\ (1+2x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{2\ln x}{1-\ln x}$$

6- Montrer que :

$$x^3 + x^2 - \ln(x^5+1) = x^3\left(1 + \frac{1}{x} - 5\frac{\ln x}{x^3}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^5}\right) \quad \forall x \in]0\,;+\infty[$$

7- Déduire une limite pour :

$$\lim_{x\to+\infty} x^3 + x^2 - \ln(x^5+1)$$

Exercice2:

Soit la fonction définie sur l'intervalle $\boldsymbol{I} = [\mathbf{0}\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = x + \sqrt{x^2+4x}$$

1- Montrer que : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2- Montrer que : $f(x) - (2x+2) = \frac{-4}{\sqrt{x^2+4x}+x+2} \quad \forall x \in [0\,;+\infty[$

3- Déduire que la droite (Δ) de l'équation $y = 2x + 2$ est un asymptote oblique à la courbe Cf en $+\infty$

4- Déterminer la position de Cf et la droite (Δ)

5- Montrer que : $f(x) = x\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{x}}\right)$ $\forall x \in]0\,;+\infty[$

6- Déduire que f n'est pas dérivable à la droite de 0.

7- Montrer que : $f'(x) = 1 + \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 4x}}$ $\forall x \in]0\,;+\infty[$

8- Déduire que f est croissante sur $[0\,;+\infty[$, puis donner le tableau de variations de f.

9- Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque $\boldsymbol{f^{-1}}$ définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.

10- Calculer $f(\sqrt{13} - 1)$ et déduire $f'(\sqrt{13} - 1)$

11- Déduire $(\boldsymbol{f^{-1}})'(\sqrt{13} + 1)$

12- Construire dans un même repère les courbes Cf et Cf^{-1}.