2éme Année Bac-S1	# Contrôle N2	WWW.Dyrassa.com

Exercice1:

Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} U_{n+1} = \frac{5U_n-4}{U_n} \\ U_0 = 5 \quad (\forall n \in IN) \end{cases}$

1- Calculer les termes U_1 et U_2.

2- Montrer par récurrence que $U_n > 4$. $(\forall n \in IN)$

3- Montrer que : $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n-1)(4-U_n)}{U_n}$

4- Etudier la monotonie de la suite U_n.

5- Déduire que la suite U_n est convergente.

6- On considère la suite (V_n) telle que pour tout n de IN $V_n = \frac{U_n - 4}{U_n - 1}$

5-1- Calculer V_0 et Montrer que la suite (V_n) est Géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

5-2- Exprimer V_n et U_n en fonction de n.

5-3- Calculer la limite de la suite U_n

7- On pose : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$

Montrer que : $S_n = \frac{1}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$ $(\forall n \in IN^*)$

Exercice 2:

Soit la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x(x-1)} - x & ; \ x > 1 \\ x\sqrt{1-x} & ; \ x \geq 1 \end{cases}$

1- Montrer que f est continue en 1.

2- Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche et à droite.

3- Quelle interprétation graphique peut-on donner au résultat précédent.

4- Donner le tableau des variations de la fonction f.

5- Calculer $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

6- Montrer que : $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - x) = 0$. que peut-on conclure ?

7- Déterminer la position de Cf et la droite (Δ) d'équation $y = x$

8- Soit g la restriction de f à l'intervalle $I = [1 ; +\infty[$

Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.

9- Construire dans un même repère les courbes Cf et Cf^{-1}.