

Exercice 1: Le plan (P) muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points :

$$A(4; -3) ; B(2; -5) ; C(0; 1) \text{ et } M(x; y)$$

- 1- Calculer : AM^2 et BM^2 en fonction de x et y .
- 2- Soit (C) l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan vérifiant $4BM^2 = AM^2$
- 3- Montrer que (C) est un cercle d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$
- 4- Montrer que le centre du cercle est $\Omega(2; -1)$ son rayon $r = 2$
- 5- Soit (D) la droite qui passe par le point $E(4; -1)$ et perpendiculaire à $(C\Omega)$
 - Déterminer une équation cartésienne pour (D) .
 - Calculer la distance entre le point Ω et la droite (D).
 - Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) et du cercle.
- 6- Résoudre graphiquement le système suivant :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x - y - 5 < 0 \end{cases}$$

Exercice 2: Le plan (P) muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points :

$$A(1; -2) ; B(6; 3) ; C(1; 4)$$

- 1- Calculer $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$ et $\sin(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$
- 2- Déduire la mesure de l'angle $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$
- 3- Soit le point H la projection orthogonale du point C sur la droite (AB) et k un nombre réel tel que : $\overrightarrow{AH} = k \overrightarrow{AB}$
- 4- Montrer que : $k = \frac{3}{5}$
- 5- Déduire la distance AH, puis les coordonnées du point H

Exercice 3: Soit ABC triangle et I un point tel que : $\overrightarrow{BI} = 2 \overrightarrow{BC}$ le barycentre de (A , 1) et (B , -1) et (C , 2).

- 1- Montrer que I le barycentre de (B , -1) et (C , 2).
- 2- Construire le point K le barycentre de (A , 1) et (C , 2).
- 3- Montrer que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$
- 4- Montrer que les droites (AI) et (BK) se coupent au point G.
- 5- Montrer que : $\overrightarrow{BA} = 2 \overrightarrow{CG}$
- 6- Déterminer (Δ) l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|-\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$$

- 7- Montrer que le point K est le centre de gravité du triangle.