

Exercice 1: (Les questions sont indépendantes)

1- Simplifier les nombres suivants :

$$A = \ln(81) + \ln(4) - 2 \ln(2) + \ln\left(\frac{1}{81}\right) + 2 \quad ; \quad B = \ln(2e) + \ln\left(\frac{e^2}{2}\right)$$

2- Montrer que : $\ln(2) + \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \ln(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) = 2 \ln 2$

3- Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(1 - x) \quad ; \quad g(x) = \ln(2x) \quad ; \quad h(x) = \ln(x^4) \quad ; \quad k(x) = \frac{2x}{\sqrt{1 - \ln x}}$$

4- Résoudre dans IR : $2 - \ln x = 0$; $\ln x = 2 \ln 3$

$$\ln^2(x) - 3 \ln x + 2 \leq 0 \quad ; \quad 1 - 2 \ln x < 0$$

5- Déterminer la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle I indiqué.

$$f(x) = \sqrt{\ln x} \quad I =]1 ; +\infty[$$

$$f(x) = \ln(x^2 + x + 2) \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = x \ln x \quad I =]0 ; +\infty[$$

6- Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x - \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - x}$$

Exercice 2: Soit la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$$

1- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x = 1$, puis Interpréter graphiquement ces résultats2- Montrer que : $\frac{f(x)}{x} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{x}}$ $\forall x \in]0 ; +\infty[$

3- Dédire que f n'est pas dérivable à la droite de 0.

4- Montre que : $f'(x) = 1 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ $\forall x \in]0 ; +\infty[$ 5- Dédire que f est croissante sur $[0 ; +\infty[$, puis donner le tableau de variations de f.

6- Construire la courbe .

7- Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.8- Calculer $f(\sqrt{5} + 1)$ et déduire $f'(\sqrt{5} + 1)$