

**Exercice 1:** Soit  $U_n$  une suite arithmétique de raison  $r$  tel que :  $U_{13} = 2$  et  $U_{17} = 5$

- 1- Montrer que  $r = \frac{3}{4}$
- 2- Calculer  $U_{116}$
- 3- Calculer la somme :  $S_{116} = U_{13} + U_{14} + U_{15} + \dots + U_{116}$

**Exercice 2:**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par 
$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n} \\ U_0 = 5 \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

- 1- Calculer les termes  $U_1$  et  $U_2$ .
- 2- Montrer par récurrence que  $U_n > 4$ .  $(\forall n \in \mathbb{N})$
- 3- Montrer que :  $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(4 - U_n)}{U_n}$
- 4- Montrer que la suite  $U_n$  est décroissante, puis déduire que :  $U_n \leq 5$   $(\forall n \in \mathbb{N})$
- 5- On considère la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$   $V_n = \frac{U_n - 4}{U_n - 1}$

5-1- Calculer  $V_0$  et Montrer que la suite  $(V_n)$  est Géométrique de raison  $q = \frac{1}{4}$

5-2- Exprimer  $V_n$  et  $U_n$  en fonction de  $n$ .

- 6- On pose :  $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$

Montrer que :  $S_n = \frac{1}{3} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right)$   $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

**Exercice 3:** ABC triangle. E un point tel que :  $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$  et F le milieu du segment [AC].

- 1- Construire les points E et F ?
- 2- Montrer que E le barycentre de (A ; -1) et (B ; 2) ?
- 3- Soit G le barycentre de (A ; -1) et (B ; 2) et (C ; 1). Montrer que G le milieu du segment [CE]. Construire le point G ?
- 4- Construire le point K le barycentre de (B ; 2) et (C ; 1) ?
- 5- Montrer que les points A et G et K sont alignés ?
- 6- Déduire que K le centre de gravité du triangle ACE ?
- 7- Soit  $(E_1)$  l'ensemble des points  $M$  du plan vérifiant :  $\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = CE$ 
  - Montrer que  $(E_1)$  est un cercle et déterminer son centre et son rayon
  - Montrer que le point C appartient au cercle  $(E_1)$