

Exercice 1: Soit U_n une suite arithmétique de raison r tel que : $U_{13} = 2$ et $U_{17} = 5$

- 1- Montrer que $r = \frac{3}{4}$
- 2- Calculer U_{116}
- 3- Calculer la somme : $S_{116} = U_{13} + U_{14} + U_{15} + \dots + U_{116}$

Exercice 2:

Soit la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n} \\ U_0 = 5 \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

- 1- Calculer les termes U_1 et U_2 .
- 2- Montrer par récurrence que $U_n > 4$. $(\forall n \in \mathbb{N})$
- 3- Montrer que : $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(4 - U_n)}{U_n}$
- 4- Montrer que la suite U_n est décroissante, puis déduire que : $U_n \leq 5$ $(\forall n \in \mathbb{N})$
- 5- On considère la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} $V_n = \frac{U_n - 4}{U_n - 1}$

5-1- Calculer V_0 et Montrer que la suite (V_n) est Géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

5-2- Exprimer V_n et U_n en fonction de n .

- 6- On pose : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$

Montrer que : $S_n = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right)$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

Exercice 3: ABC triangle. E un point tel que : $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et F le milieu du segment [AC].

- 1- Construire les points E et F ?
- 2- Montrer que E le barycentre de (A ; -1) et (B ; 2) ?
- 3- Soit G le barycentre de (A ; -1) et (B ; 2) et (C ; 1). Montrer que G le milieu du segment [CE]. Construire le point G ?
- 4- Construire le point K le barycentre de (B ; 2) et (C ; 1) ?
- 5- Montrer que les points A et G et K sont alignés ?
- 6- Déduire que K le centre de gravité du triangle ACE ?
- 7- Soit (E_1) l'ensemble des points M du plan vérifiant : $\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = CE$
 - Montrer que (E_1) est un cercle et déterminer son centre et son rayon
 - Montrer que le point C appartient au cercle (E_1)