2éme Année Bac-S1	Contrôle N3	WWW.Dyrassa.com

Exercice1:

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = e^x - ln\,x$

On appelle Cf sa courbe représentative.

On pourra utiliser le résultat : $\lim_{x\to+\infty} \frac{ln\,x}{x} = 0$

1- a) Étudier les variations de la fonction g définie sur [0 ; +∞[par : $g(x) = xe^x - 1$

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

c) Montrer que l'équation $xe^x = 1$ admet une unique solution α sur R^+

d) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-3}.

e) Préciser le signe de g(x) selon les valeurs de x.

2- a) Déterminer la limite de f en 0.

b) Montrer que f(x) peut s'écrire $(x) = e^x \left(1 - \frac{x}{e^x} \times \frac{ln\,x}{x}\right)$.

c) En déduire la limite de f en +∞

d) Déterminer f ′ et montrer que $'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

e) En déduire les variations de f sur]0 ; +∞[puis dresser son tableau de variation.

f) Montrer que f admet un minimum $m = f(\alpha)$ et que $m = \alpha + \frac{1}{\alpha}$

3- Donner une équation de la tangente T à Cf au point d'abscisse 1.

4- Tracer la courbe Cf et la tangente T

Exercice2:

1- Changement de variable.

a) Résoudre l'équation : $5X^2 - 13X - 6 = 0$

b) En déduire les solutions des équations suivantes :

$\alpha)$ $5e^{2x} - 13e^x - 6 = 0$ $\beta)$ $5(ln\,x)^2 - 13\,ln\,x - 6 = 0$

2- Résoudre les inéquations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble sur lequel votre calcul est valable. On visualisera l'ensemble solution sur une droite orientée.

a) $ln\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \leq 0$ b) $ln(x+3) \leq 1 + ln(1-x)$

Exercice 3:

Les parties A et B sont indépendantes

On considère l'équation (E) : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = 0$ où z désigne un nombre complexe.

Partie A

1- a) Montrer que (E) admet une solution réelle évidente, note z1.

b) Déterminer les deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre

complexe z on ait : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = (z - z_1)(z - 2 - 2i)(az + b)$

2- Résoudre (E).

Partie B

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives $1, 2 + 2i$ et $1 - i$.

3- Représenter A, B et C.

4- Déterminer le module et un argument de $\frac{2 + 2i}{1 - i}$.

5- Déduire la nature du triangle OBC.

6- Que représente la droite (OA) pour le triangle OBC ? Justifier.

7- On donne le point D d'affixe 2. Quelle est la nature de OCDB ?