

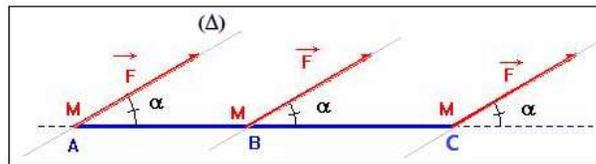
Travail et puissance d'une force

I- Notion de la force et travail d'une force :

1- force constante :

Une force peut mettre en mouvement un corps, modifier son mouvement, le maintenir en équilibre ou le déformer.

Une force est constante si sa valeur, sa direction et son sens ne varient pas au cours du temps.



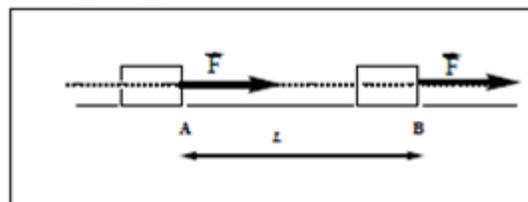
Exemple :

Le poids d'un corps solide

2- Notion de travail d'une force :

En physique, le travail est une notion liée aux forces et aux déplacements de leurs points d'applications.

On dit qu'une force travail lorsque son point d'application se déplace.



II- Travail d'une force constante en translation rectiligne :

1- travail d'une force constante en translation rectiligne :

-Définition :

Le travail d'une force constante \vec{F} pour un déplacement rectiligne \overrightarrow{AB} de son point d'application est le produit scalaire de vecteur force \vec{F} et de vecteur déplacement \overrightarrow{AB} :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos\alpha \quad \begin{cases} W_{AB}(\vec{F}) : \text{travail de la force } \vec{F} \text{ (J)} \\ F : \text{valeur de la force (N)} \\ AB : \text{longueur du déplacement (m)} \\ \alpha : \text{l'angle entre les vecteurs } \vec{F} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ (}^\circ \text{ ou rad)} \end{cases}$$



L'unité du travail dans le S I est le Joule (J). (1Joule = 1Newton × 1 mètre)

Application :

Calculer le travail de la force \vec{F} sachant que : $F = 10N$; $L = 10\text{ cm}$ et $\alpha = 60^\circ$.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot AB \cdot \cos\alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10 \times 10 \times 10^{-2} \times \cos(60^\circ)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0,5\text{ J}$$

Remarque :

Le travail peut écrire en fonction des coordonnées du vecteur force \vec{F} et vecteur déplacement \overline{AB} dans un repère cartésienne (O, \vec{i}, \vec{j})

$$\vec{F} \begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} \quad \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \quad \overline{AB} \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{cases} \quad \overline{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F_x \cdot (x_B - x_A) + F_y \cdot (y_B - y_A)$$

2- Travail moteur et travail résistant

Le travail d'une force est une grandeur algébrique.

Le travail positif est un travail moteur et un travail négatif est un travail résistant.

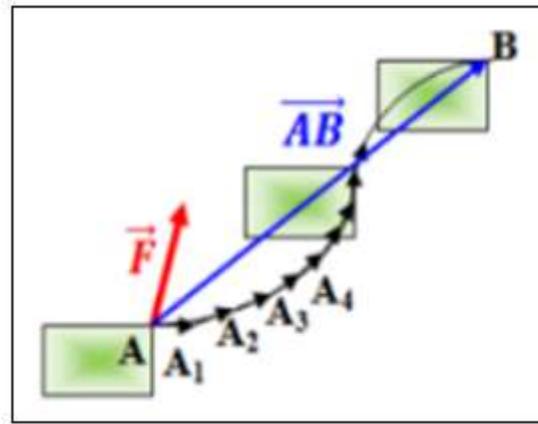
$\alpha = 0^\circ$	$\alpha < 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ$
$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = +F \cdot AB$	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ positif	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0$	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ négatif	$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -F \cdot AB$
Travail moteur		Travail nul	Travail résistant	

III- Travail d'une force constante en translation curviligne :

1- Travail élémentaire d'une force

On divise la trajectoire en petit segment δl infiniment petit. On appelle $\delta W_i(\vec{F})$ travail élémentaire fourni par la force \vec{F} au cours du déplacement élémentaire δl_i .

$$\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \vec{l}_i$$



Le travail total de la force \vec{F} est égal à la somme des travaux élémentaires :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \delta \vec{l}_i = \vec{F} \cdot \sum \delta \vec{l}_i$$

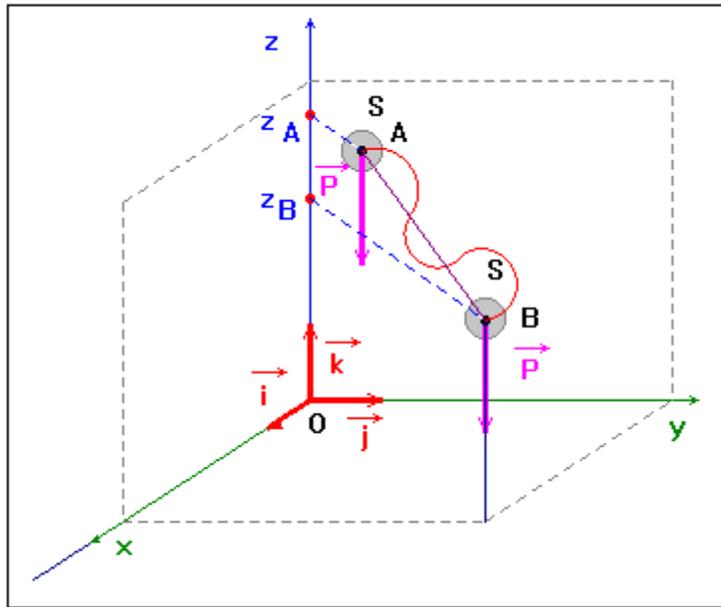
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

Conclusion :

Le travail d'une force \vec{F} constante est indépendant du chemin suivi entre le point A du départ et le point B d'arrivée.

2- travail du poids d'un corps solide :

Soit d'un corps de masse m son centre d'inertie G se déplace d'une point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B .



Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les coordonnées du poids \vec{P} et du vecteur déplacement sont :

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -m \cdot g \end{cases} \quad \text{soit : } \vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases} \quad \text{soit : } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j} + (z_B - z_A) \cdot \vec{k}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P_x \cdot (x_B - x_A) + P_z \cdot (z_B - z_A) = -m \cdot g(z_B - z_A)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g(z_A - z_B)$$

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'altitude initiale et de l'altitude finale ; on dit que **le poids est une force conservatrice**.

Remarque :

Si le corps descend, alors $z_A - z_B > 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) > 0$; le travail du poids est moteur.

Si le corps monte, alors $z_A - z_B < 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) < 0$; le travail du poids est résistant.

Si le corps reste à la même altitude ; $z_A = z_B \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 0$ le travail du poids est nul.

3- Travail d'un ensemble de forces constantes

Soit un solide S glissant sans frottement sur un plan horizontal. Ce solide est soumis à deux forces :

- \vec{P} : poids du solide
- \vec{R} : réaction du support

$$\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$$

\vec{R}_N : Réaction normale du support et \vec{f} : force de frottement

La somme des travaux des forces appliquées au solide s'écrit :

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) &= \vec{P} \cdot \vec{AB} + \vec{f} \cdot \vec{AB} + \vec{R}_N \cdot \vec{AB} \\ &= (\vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N) \cdot \vec{AB} \end{aligned}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

\vec{F} est la résultante des forces .

Pour un solide en translation, soumis à plusieurs forces, la somme des travaux des forces appliquées est égale au travail de leur résultante.

IV- Puissance d'une force :

1- Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail de cette force par la durée Δt pour réaliser ce travail.

$$\mathcal{P}_m = \frac{W}{\Delta t} \quad \begin{cases} \mathcal{P}_m : \text{Puissance exprimée en Watt (W)} \\ W : \text{travail exprimé en Joule (J)} \\ \Delta t : \text{durée (s)} \end{cases}$$

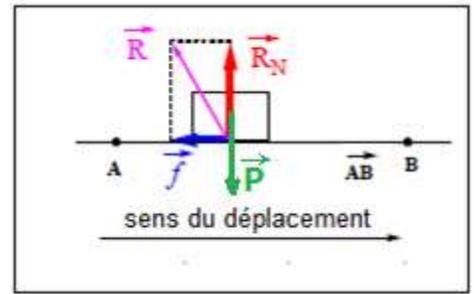
2- Puissance instantanée :

Si la force \vec{F} réalise un travail δW pendant une durée très petite δt donc la puissance instantanée de cette force :

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t}$$

Puisque $\delta W = \vec{F} \cdot \vec{\delta l}$ donc :

$$\mathcal{P} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{\delta l}}{\delta t}$$



$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

avec $\alpha = (\vec{F}, \vec{V})$

\vec{V} est le vecteur vitesse instantanée du point d'application de la force \vec{F} .

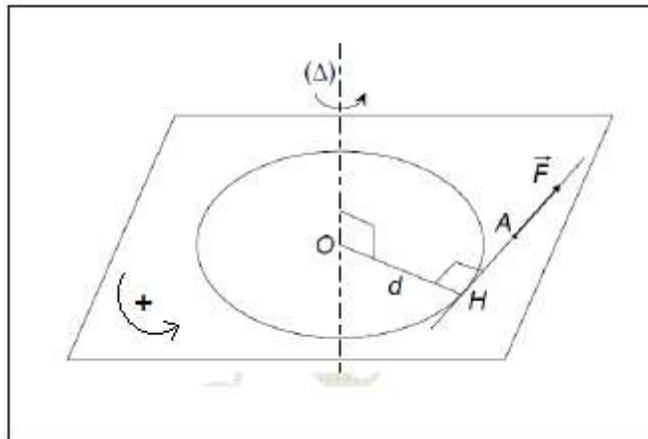
V- travail d'une force de moment constant exercé sur un solide en rotation :

1- Rappel

Le moment M_{Δ} d'une force \vec{F} par rapport à l'axe de rotation (Δ) orthogonal à sa droite d'action est :

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = \pm F \cdot d$$

$\left\{ \begin{array}{l} F : \text{intensité de la force (N)} \\ d : \text{la distance entre la droite d'action de la force et l'axe de rotation (m)} \\ \pm \text{ dépend de sens arbitraire du mouvement} \end{array} \right.$



2- Travail élémentaire

Lors de la rotation d'un corps solide d'un petit angle $\delta\theta$, le point d'application de la force \vec{F} parcourt un arc δl qu'on peut considérer une droite.

La force \vec{F} effectue un travail élémentaire exprimé comme suit :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \vec{l} = F \cdot \delta l \cdot \cos \alpha$$

Le mouvement du point M est circulaire on a : $\delta l = R \cdot \delta\theta$ donc :

$$\delta W(\vec{F}) = F \cdot R \cdot \delta\theta \cdot \cos \alpha$$

D'après la figure on a : $d = R \cdot \cos \alpha$ et $M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot d$

$$\delta W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta$$

3- travail global

Lors du rotation d'un solide par une angle $\Delta\theta$, le travail effectué par la force \vec{F} , ayant un moment constant par rapport à l'axe (Δ) est égale la somme des travaux élémentaires .

$$W(\vec{F}) = \sum \delta W(\vec{F}) = \sum M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta = M_{\Delta}(\vec{F}) \sum \delta\theta$$

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta\theta$$

4- Puissance instantanée d'un moment constant appliquée à un solide en rotation

On considère un solide en rotation autour d'un axe fixe avec une vitesse angulaire ω sous l'action d'une force \vec{F} orthogonal à l'axe de rotation.

Le mouvement du point M est circulaire de centre O et du rayon $OM = R$

La puissance instantanée de la force \vec{F} est :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos\theta$$

On sait que : $v = R \cdot \omega$ donc :

$$\mathcal{P} = F \cdot OM \cdot \omega \cdot \cos\theta$$

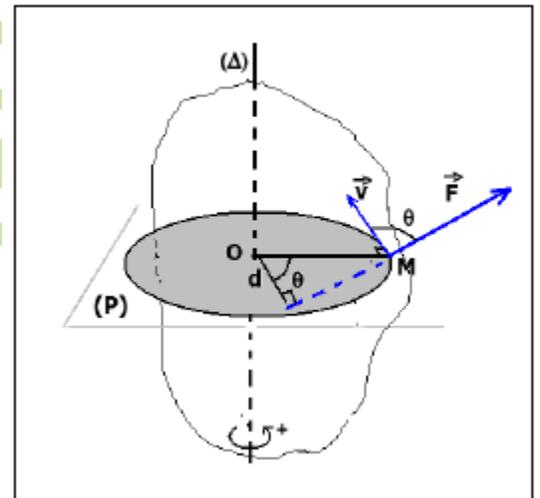
Suivant la figure on a : $M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot d$ et $\cos\theta = \frac{d}{R}$

Alors : $M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot R \cdot \cos\theta$

Donc la puissance instantanée s'écrit :

$$\mathcal{P} = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \omega$$

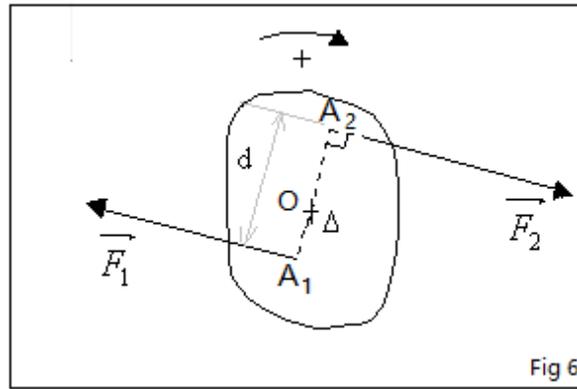
ω : vitesse angulaire et $M_{\Delta}(\vec{F})$ moment de la force \vec{F}



5- Travail d'un couple de forces de moment constant

5.1- Rappel :

Deux forces localisées (A_1, \vec{F}_1) et (A_2, \vec{F}_2) dont les droites d'action sont parallèles, ayant des sens contraires et des intensités égales forment un couple.



5.2-Moment du couple :

$$M_C(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \pm F \cdot d$$

Le moment d'un couple de deux forces est égal au produit de la valeur de l'intensité commune des deux forces $F_1 = F_2 = F$ par la distance d entre les droites d'actions des deux forces.

5.3-Travail d'un couple de force de moment constant

$$W = M_C \cdot \Delta\theta$$

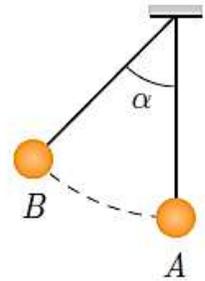
Exercices

Exercice 1 Une automobile de masse 1100 kg roule à vitesse constante sur un tronçon rectiligne de 2 km, puis monte une pente de 8 % pendant 1500 m. On supposera que les forces de frottement qui s'opposent au déplacement gardent une valeur constante de 1850 N tout au long du trajet.

1. Calculez le travail du poids sur le trajet complet.
2. Calculez le travail de la force de frottement sur le trajet complet.

Exercice 2 Un pendule simple est constitué d'une boule de masse 50 g accrochée au bout d'un fil de longueur 30 cm, de masse négligeable. La boule reçoit en A une impulsion qui la fait remonter jusqu'en B , de telle manière que le pendule fait alors un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la verticale.

1. Calculez le travail du poids de la boule entre A et B .
2. Quel est le travail entre A et B de la force exercée par le fil sur la boule ? Motivez !
3. Quel serait le travail du poids de la boule, si le pendule faisait un tour complet ? Expliquez !



Exercice 3 Une voiture de masse 1,5 t roule à la vitesse constante de 108 km/h sur un sol horizontal.

1. Faites le bilan des forces qu'elle subit et précisez quelles forces font un travail moteur, lesquelles un travail résistant, lesquelles un travail nul.
2. La force de frottement vaut 1800 N. Calculez le travail du poids et de la force motrice sur un trajet de 10 km.
3. Calculez la puissance de la voiture.
4. Reprenez l'exercice en supposant que la voiture monte un col avec une pente de 12 %.

Exercice 4 Lorsqu'une voiture roule à vitesse constante sur une route horizontale, le travail fourni par la force motrice sert uniquement à vaincre les frottements. Pour des vitesses assez élevées, le frottement est presque entièrement aérodynamique. La force de frottement de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse.

1. Comparez les valeurs de la puissance motrice aux vitesses 100 km/h et 130 km/h.
2. Calculer la consommation d'essence à 130 km/h sachant qu'elle est de 6 l pour 100 km à 100 km/h.