

Matière :
Niveau : 2 APIC
Durée : ... h

Les puissances

Professeur :
Année Scolaire :
Etablissement :

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Connaître et utiliser la puissance positive d'un nombre relatif
- Connaître et utiliser la puissance négative d'un nombre relatif
- Connaître et utiliser la puissance d'un nombre rationnel
- Connaître et utiliser la puissance de 10 et ses propriétés
- Connaître et utiliser l'écriture scientifique

WWW.Dyrassa.com

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

En première année du collège, les élèves ont étudié la puissance des nombres relatifs. Cette leçon vise à ce que les élèves acquièrent la notion de puissance d'un nombre rationnel. L'utilisation des propriétés est prioritaire. Les élèves doivent aussi connaître l'écriture scientifique des nombres.

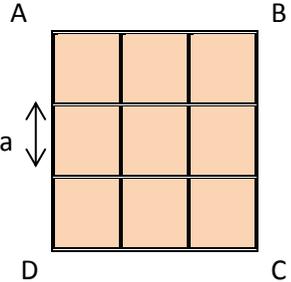
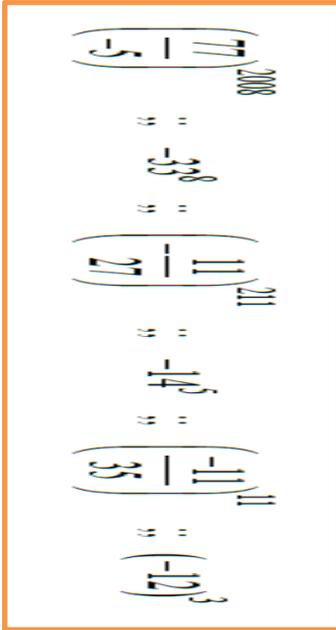
EXTENSIONS

- ◆ Toutes les leçons d'algèbre

PRE-REQUIS

- ◆ Les puissances d'un nombre relatif

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications																												
<p>Connaître la Puissance d'un nombre rationnel</p>	<p>activité 1 :</p> <p>1- Soit le produit suivant :</p> $A = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ <p>Que remarques-tu sur les facteurs du produit A ?</p> <p>2- Écrire sous la forme a^n où a un nombre rationnel et n nombre entier naturel :</p> $B = \frac{-7}{2} \times \left(\frac{-7}{2}\right) \times \left(\frac{-7}{2}\right)$ <p>activité 2 :</p> <table border="1" data-bbox="353 821 721 986"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$(-2)^n$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5^n</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$(-3)^n$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>1) Compléter le tableau.</p> <p>2) Que remarquez-vous pour le signe d'une puissance ?</p>	n	1	2	3	4	5	6	$(-2)^n$							5^n							$(-3)^n$							<p>I. La puissance d'un nombre rationnel :</p> <p>1) Définition :</p> <p>a est un rationnel et n un entier naturel non nul</p> $a^n = a \times a \times a \times a \dots \times a \quad (n \text{ facteurs}).$ <p>Exemple :</p> $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$ <p>2) Cas particulier :</p> <p>Si a est un nombre rationnel non nul alors :</p> $a^1 = a \quad \text{et} \quad a^0 = 1$ <p>3) Puissance d'exposant négatif :</p> <p>a est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel</p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ <p>Résultat :</p> <p>$\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul et n un entier naturel</p> $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ <p>Exemples :</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8} \quad ; \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{(-3) \times (-3)} = \frac{1}{9}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$	<p>Exercice d'application :</p> <p>Calculer les puissances suivantes :</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $\left(\frac{-15}{33}\right)^0 \quad ; \quad \left(\frac{14}{235}\right)^1 \quad ; \quad (-458,125)^0 \quad ; \quad 11^3 \quad ; \quad \left(\frac{-5}{7}\right)^3 \quad ; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\frac{17^0}{9} \quad ; \quad \frac{5^2}{15} \quad ; \quad (-2)^5 \quad ; \quad \left(\frac{-7}{9}\right)^2 \quad ; \quad 1^{2009} \quad ; \quad 0^{2008}$ </div>
n	1	2	3	4	5	6																									
$(-2)^n$																															
5^n																															
$(-3)^n$																															

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Connaître les propriétés des puissances	<p>Activité 3:</p>  <p>1. Calculer la surface du carré ABCD par deux méthodes différentes Et déduire que : $(3a)^2 = 3^2 a^2$</p> <p>2. Compléter :</p> $10^{\dots} = 10^2 \times 10^3$ $6^6 = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$ <p>3. Calculer :</p> $E = 2^2 \times 2^3$ $F = 4^3 \times 4^4$ <p>4. Calculer:</p> $G = (2^3)^2$ $H = (5^2)^4$	<p>4) Signe d'une puissance de base négative : Une puissance de base négative est de signe : Positif : si l'exposant est un nombre est un pair Négatif : si l'exposant est un nombre impair</p> <p>Exemples : $(-11)^{24}$ est un nombre positif car 24 est un nombre pair $\left(-\frac{4}{7}\right)^{33}$ est un nombre négatif car 33 est un nombre impair</p> <p>Remarque importante : $(-5)^2 \neq -5^2$ car $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ et $-5^2 = -(5 \times 5) = -25$</p> <p>II. Propriétés :</p> <p>1) Produit de deux puissances de même : Propriété 1 : a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels : $a^m \times a^n = a^{m+n}$</p> <p>Exemple : $7^2 \times 7^{15} = 7^{2+15} = 7^{17}$; ; $\left(-\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{11+53} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{64}$</p> <p>2) Quotient de deux puissances de même base : Propriété 2 : a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$</p> <p>Exemples : $\frac{22^5}{22^{22}} = 22^{5-22} = 22^{-17}$; ; $\frac{2,5^7}{2,5^2} = 2,5^{7-2} = 2,5^5$</p>	<p>Exercice d'application : Déterminer le signe des puissances suivantes en justifiant votre réponse :</p> 

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
		<p>3) Produit de deux puissances de même exposant : Propriété 3 : a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel : $a^m \times b^m = (a \times b)^m$</p> <p>Exemples : $\left(\frac{-5}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{-5}{3} \times \frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{-5}{6}\right)^5 \quad ; ; \quad 4,7^{11} \times 2^{11} = 9,4^{11}$</p> <p>4) Quotient de deux puissances de même exposant : Propriété 4 : a et b deux nombres rationnels non nuls. m un entier naturel : $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$</p> <p>Exemples : $\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{5}\right)^6} = \left(\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}\right)^6 = \left(\frac{2}{7} \times \frac{5}{3}\right)^6 = \left(\frac{10}{21}\right)^6 \quad ; ; \quad \frac{21^5}{7^5} = \left(\frac{21}{7}\right)^5 = 3^5$</p> <p>5) Puissance d'une puissance : Propriété 5 : a est un nombre rationnel non nul. m et n deux entiers naturels : $(a^n)^m = a^{n \times m}$</p> <p>Exemples : $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{5 \times (-3)} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-15} \quad ; ; \quad (7,2^5)^2 = 7,2^{5 \times 2} = 7,2^{10}$</p>	<p>Exercice d'application : Ecrire sous forme d'une puissance</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 10px;"> $\begin{aligned} & -\frac{7}{11} \times \left(-\frac{7}{11}\right)^5 & ; ; & \frac{5^{14}}{5^9} & ; ; & \left[\left(-\frac{11}{9}\right)^3\right]^4 \\ & 8^{11} \times 0,5^{11} \times (-0,2)^{11} & ; ; & \frac{5^2 \times 5^7 \times 5}{(9^2)^4 \times 9^2} & ; ; & \left(-\frac{-6}{11}\right)^4 \times \left(\frac{6}{11}\right)^5 \\ & & ; ; & \left(\frac{-6}{11}\right)^4 \times \left(\frac{6}{11}\right)^5 & ; ; & \left(\frac{7}{5}\right)^4 \times \frac{7}{5} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} \\ & & ; ; & \frac{7^{12} \times 7^{11}}{7^9 \times 7^5} & ; ; & \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \end{aligned}$ </div>

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
<p>L'utilisation des propriétés des puissances de base 10 Et connaître l'écriture scientifique des nombres</p>	<p>activité 4 :</p> <p>1) Calculer les puissances suivantes :</p> $10^3;;10^5;;10^7;;10^{-3};;10^{-6}$ <p>2) Généraliser le résultat pour 10^n et 10^{-n}.</p> <p>3) Ecrire sous de $a \times 10^n$ tels que n un entier relatif et a un nombre décimal. Et $1 \leq a < 10$ 200000 ;; 2500000 ;; 0,0003 ;; 0,00043</p>	<p>4) Les puissances de 10 :</p> <p>Propriété 6 : n est un entier naturel : $10^n = 1000\dots00$ (n des zéros) $10^{-n} = 0,000\dots01$ (n des zéros)</p> <p>Exemples : $10^{-7} = 0,0000001$ $10^5 = 100000$</p> <p>III. L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif :</p> <p>Règle : x est un nombre décimal relatif et a un nombre décimal et n un entier naturel.</p> <p>Toutes écritures sous forme $x = a \times 10^n$ et $x = -a \times 10^n$ est appelée écriture scientifique de nombre x tels que : $1 \leq a < 10$</p> <p>Exemples :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Déterminons l'écriture scientifique du nombre 1240000 On a $1240000 = 124 \times 10^4 = 1,24 \times 10^2 \times 10^4 = 1,24 \times 10^{2+4} = 1,24 \times 10^6$ ➤ Déterminons l'écriture scientifique du nombre $A = -0,00131 \times 10^7$ On a $A = -0,00131 \times 10^7 = -1,31 \times 10^{-3} \times 10^7 = -1,31 \times 10^4$ <p>Exercice d'application : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $\frac{7}{0,00006} \quad ;; \quad -\frac{4200}{6000000} \quad ;; \quad \frac{11}{20000} \quad ;; \quad -2580000000 \quad ;; \quad 2,2256 \quad ;; \quad 21140000$ </div>	<p>Exercice d'application : Ecrire sous forme d'une puissance de 10</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $10^{-17} \times 10^{-17} \quad ;; \quad 10^{-9} \times 10^9 \quad ;; \quad 10^{-3} \times 10^7 \quad ;; \quad 10000 \times 10^{-11} \quad ;; \quad 10^5 \times 10$ $10^{12} \times (10^{-2})^{-6} \times 10^{-5} \quad ;; \quad 10^5 \times 100000 \times 10^{-7} \quad ;; \quad 10000 \times 10^8 \times 10^{-3}$ </div>

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications



Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications

