Matière : :
Niveau : 3 AC
Durée : ... h

Puissances

Professeur :
Année Scolaire :
Etablissement :

COMPÉTENCES EXIGIBLES

Les objectifs majeurs de ce chapitre sont les suivants :

❒ Savoir calculer une puissance .

❒ Savoir calculer une racine carrée

Savoir mettre un nombre en écriture scientifique.

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

utiliser des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de dix Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d' un calcul.
Transformer un nombre en écriture sous forme d'une puissance en une écriture sous forme décimale

WWW.Dyrassa.com

EXTENSIONS

puissances de dix : de l' infiniment grand à l' infiniment petit On trouve des utilisations des puissances en astronomie, en informatique (infiniment grand)mais aussi en médecine, dans le domaine de la santé, de la chimie.(infiniment petit)

PRE-REQUIS

- Développement et Factorisation.
- Racine carré .
- Les identités remarquables.

Objectif	Activités	Eln Contenu de cours	Applications
	Activité 1 : **1) Calculer les puissances suivantes** $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $(-5)^4$; $\left(\frac{2}{3}\right)^1$ $(-54.7)^0$; 1^{12} ; 0^{12} ; $(-1)^4$; $(-1)^7$; -1^4 ; -1^7 **2) Calculer les puissances suivante** 5^{-2} ; 1^{-12} ; 10^{-3} $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$; $(-5)^{-4}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$	**I-Puissance d'un nombre réel** Définition : Soit a un nombre quelconque et m un entier naturel non nul. On note a^m le nombre défini par : $$a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m \ fois}$$ ■ Le nombre a^m est le produit du nombre a **par lui-même** et m fois. ■ **Le nombre a^m se lit « a puissance m » ou « a exposant m ».** ■ **Par convention on admet que $a^0 = 1$** **REMARQUE :** ■ Le nombre a^2 se lit aussi « a au carré » ; et le nombre a^3 se lit aussi « a au cube ». ■ **On a toujours $a^1 = a$ (donc si un nombre est écrit sans puissance, on considère qu'il est à la puissance 1).** a^{-n} **est l'inverse de** a^n **EXEMPLES :** ❒ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 \longleftarrow$ (Ecriture sous forme de produit) ❒ On a $3^7 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 \ facteurs}$. ❒ On a aussi $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{10}$ (le nombre de 5 qui se multiplient est 10). **MISE EN GARDE** **Il ne faudra pas confondre le nombre a^m avec le nombre $a \times m$.** Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; alors que $2 \times 3 = 6$ (on voit bien que les résultats sont différents).	**Exercice d'application 1** calculer les puissances suivantes : $a = (-4)^4$ $b = (3\sqrt{2})^2$ $c = (-\sqrt{2})^3$ $d = (\sqrt{2})^4$ $e = (\frac{-4}{5})^3$ $f = \left(\frac{-4}{5}\right)$ $j = \left(2^2 + 3^{-2}\right)^{-1}$ $h = \left[\left(\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^{-1} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2\right)^{-2}\right]$

Activité 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\left(\sqrt{2}\right)^3 \times \left(\sqrt{2}\right)^5 \times \left(\sqrt{2}\right)$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-3} \times \left(\sqrt{3}\right)^5$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^2 \times 5^2$$

$$\left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^3$$

$$\frac{\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\sqrt{3}\right)^3}$$

III. Propriétés des puissances

Les puissances possèdent des propriétés très spécifiques permettant des calculs rapides.

☞ **REGLE N°1 (PRODUIT DE DEUX PUISSANCES)**

$$\underbrace{a^m \times a^p}_{\text{C'est le même nombre } a} = \underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}.$$

EXEMPLE : Calculons les nombres $x = 3^4 \times 3^2$ *et* $y = 7^3 \times 7^2$ **en donnant les résultats sous forme de puissances.**

La règle nous donne directement

$$x = 3^4 \times 3^2 = \underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les puissances}} = 3^6$$ **et de même**

$$y = 7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5.$$

☞ **REGLE N°2 (QUOTIENT DE DEUX PUISSANCES)**

$$\underbrace{\frac{a^m}{a^p}}_{\text{C'est le même nombre } a} = \underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}.$$

EXEMPLE : Calculons les nombres $x = \frac{5^8}{5^6}$ *et* $y = \frac{3^{14}}{3^8}$ **en donnant les résultats sous forme de puissances.**

On applique directement la règle qui nous donne

$$x = \frac{5^8}{5^6} = \underbrace{5^{8-6}}_{\text{On soustrait les puissances}} = 5^2$$ **et de même**

$$y = \frac{3^{14}}{3^8} = 3^{14-8} = 3^6.$$

Exercice d'application 2

Simplifier les expressions suivantes :

$$\left(\sqrt{7}\right)^{-13} \times \left(\sqrt{7}\right)^{65}$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^6 \times \left(\sqrt{3}\right)^{-5} \times \left(\sqrt{3}\right)$$

Exercice d'application 3

Simplifier les expressions suivantes :

$a = (-4)^3 \times (-4)^{12}$ ، $b = 5^6 \times \left(\sqrt{2}\right)^6$

$c = \frac{\left(-\sqrt{2}\right)^3}{\left(-\sqrt{2}\right)^{-8}}$ ، $d = \left(\sqrt{2}^5\right)^{-2}$

$$e = 5^{-3} \times 3 \times (5^2)^7 \times 9^5$$

$$f = \frac{(-21)^3 \times 5}{35^3 \times 3}$$

$$j = \frac{a^2 b (a^{-1} \times b^2)^{-3}}{a (a^2 \times b)^5 (b^2)^{-1}}$$

		☞ **REGLE N°3 (PUISSANCE D'UNE PUISSANCE)** $\underbrace{\left(a^m\right)^p}_{\text{On élève une puissance à une autre puissance}} = \underbrace{a^{m\times p}}_{\text{On multiplie les puissances}}$. **EXEMPLE : Calculons les nombres** $x=\left(2^3\right)^4$ *et* $y=\left(5^2\right)^3$ **en donnant les résultats sous forme de puissances.** **La règle conduit à :** $x=\left(2^3\right)^4 = \underbrace{2^{3\times 4}}_{\text{On multiplie les puissances}} = 2^{12}$ **et** **de même** $y=\left(5^2\right)^3 = 5^{2\times 3} = 5^6$. ☞ **REGLE N°4 (PUISSANCE D'UN PRODUIT)** $\underbrace{(a\times b)^m}_{\text{On élève un produit à une puissance}} = \underbrace{a^m \times b^m}_{\text{On distribue les puissances}}$. **EXEMPLE : On peut écrire** $6^4 = \underbrace{(2\times 3)^4}_{\text{car } 6=2\times 3} = \underbrace{2^4\times 3^4}_{\text{En appliquant la règle}}$. ☞ **REGLE N°5 (PUISSANCE D'UN QUOTIENT)** $\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)^m}_{\text{On élève un quotient à une puissance}} = \underbrace{\frac{a^m}{b^m}}_{\text{On distribue les puissances}}$. **EXEMPLE : On peut écrire** $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \underbrace{\frac{2^5}{3^5}}_{\text{En appliquant la règle}}$.	**<u>Exercice d'application 3</u>** 1-Déterminer l'entier n tel que $3^{2n+8}\times 9^n = 81$ 2-calculer mentalement : $a = 4^{245}\times(3\sqrt{341,5})^0\times(0,25)^{245}$

Activité 3 :

1-Calculer les puissances suivantes

10^5 ;; 10^4

10^{-2} ;; 10^{-3}

10^n ;; 10^{-n}

2-Ecrire les nombres suivantes sous fore de $10^n \times a$ tel que est un entier naturel n et a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$:

200000

250000000

0.00003

0.00043

III-Les puissances de 10 et écriture scientifique d'un nombre décimal

1. Propriétés des puissances de 10

Les puissances de 10 possèdent des propriétés particulières que nous récapitulons dans le tableau ci-dessous.
Soit *m* un entier naturel non nul.

☞ REGLE N°1 (ECRITURE DECIMALE DE 10^m)

$$10^m = 1\underbrace{000\cdots0}_{m\ \text{zéros}}.$$

NOTE : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^m.

Par exemple $10^2 = 1\underbrace{00}_{2\ \text{zéros}}$; $10^3 = 1\underbrace{000}_{3\ \text{zéros}}$; $10^6 = 1\underbrace{000000}_{6\ \text{zéros}}$

☞ REGLE N°2 (ECRITURE DECIMALE DE 10^{-m})

$$10^{-m} = \frac{1}{10^m} = 0,\underbrace{000\cdots01}_{m\ \text{chiffres}}$$ **(il y a au total *m* zéros avant le 1)**

NOTE : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^{-m}.

Par exemple $10^{-1} = 0,\underbrace{1}_{1\ \text{chiffre}}$; $10^{-2} = 0,\underbrace{01}_{2\ \text{chiffres}}$;

$10^{-4} = 0,\underbrace{0001}_{4\ \text{chiffres}}$; $10^{-6} = 0,\underbrace{000001}_{6\ \text{chiffres}}$.

☞ REGLE N°3 (EFFET DE LA MULTIPLICATION D'UN NOMBRE DECIMAL PAR 10^m)

Pour multiplier un nombre décimal par 10^m, il suffit de décaler sa virgule de m chiffres vers la droite et à la fin de la partie décimale, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

EXEMPLES : $1,562 \times 10^2 = \underbrace{156,2}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à droite}}$;

Exercice d'application 4

Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

① $x = 10^8$;

② $y = 10^{-4}$;

③ $z = 0,038 \times 10^5$;

④ $t = 5400 \times 10^{-3}$.

$0{,}00025\times10^{6}=250$; $12\times10^{3}=12000$.

☞ **REGLE N°4 (EFFET DE LA MULTIPLICATION D'UN NOMBRE DECIMAL PAR 10^{-m})**

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-m}, il suffit de décaler sa virgule de m chiffres vers la gauche et en début de la partie entière, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

EXEMPLES :

$154{,}3\times10^{-2}=\underbrace{1{,}543}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à gauche}}$;

$0{,}00025\times10^{6}=250$; $15\times10^{-5}=0{,}00015$.

IV. Ecriture scientifique d'un nombre décimal

Un des objectifs de ce chapitre est de savoir mettre un nombre décimal positif en écriture scientifique.

THEOREME : Tout nombre décimal positif *x* peut s'écrire de façon unique sous la forme

$$x=a\times10^{m}$$

où m est un entier et *a* un nombre décimal tel que $1\leq a<10$.

DEFINITION : L'écriture $x=a\times10^{m}$ s'appelle écriture scientifique du nombre décimal *x*.

REMARQUE FONDAMENTALE : L'écriture scientifique ne doit comporter qu'un seul chiffre non nul (c'est-à-dire pas zéro) avant la virgule. Donc il y a une seule position possible pour la virgule (après le premier chiffre différent de zéro en partant de la gauche).

☞ **Positionnement de la virgule**

■ **Pour mettre 0,0345 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 3 ;**

■ **Pour mettre 254 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 2.**

Exercice d'application 5 :

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

$a=2360000$; $b=0{,}00023$

$c=-659\times10^{5}$

$d=56\times10^{-5}\times0{,}3\times10^{7}$

$e=2{,}4\times10^{5}+1{,}5\times10^{4}$