

Matière: Mathématiques
Niveau: 3APIC
Durée : 6 h

Trigonométrie

Professeur :
Etablissement :
Année Scolaire :

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- ◆ Connaître et utiliser dans le triangle rectangle des relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de 2 côtés du triangle.
- ◆ Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées :
 - du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné.
 - de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.
- ◆ Savoir et utiliser la relation : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- ◆ Utiliser les relations entre sin ;cos et tan de deux angles complémentaires.

EXTENSIONS

- ◆ Les équations trigonométriques
- ◆ Physique
- ◆ Produit scalaire
- ◆ Géométrie dans l'espace

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

La définition du cosinus a été vue en 2^{ème}. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \text{et} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal.

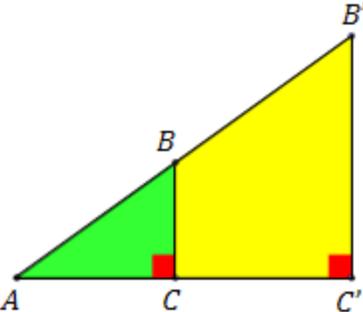
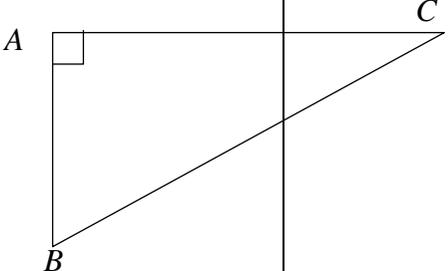
- Le mot vient du grec "trigone" (triangle) et "metron" (mesure). Dans l'Encyclopédie (1751), Jean le Rond d'Alembert (1717 ; 1783) définit

la trigonométrie comme : « l'art de trouver les parties inconnues d'un triangle par le moyen de celles qu'on connaît ».

C'est bien la démarche qui est demandée aux élèves du collège

PRE-REQUIS

- ◆ Cosinus d'un angle aigu
- ◆ Théorème de Thalès
- ◆ Théorème de Pythagore
- ◆ Ordre et opérations
- ◆ Triangle rectangle
- ◆ La proportionnalité

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
<p>Reconnaitre sinus et tangente d'un angle aigu</p>	<p>Activité 1 : ABC est un triangle rectangle en A tel que :AB=4cm et BC=5cm Calculer :cos(ABC)</p> <p>Activité 2 :</p>  <p>a. Justifiez que (BC) est parallèle à (B'C')</p> <p>b. Démontrer que $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$</p> <p>c. En déduire que $\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'}$</p> <p>Activité 3</p>	<p>1- Trigonométrie dans le triangle rectangle</p> <p>Définition :</p> <p>Dans un triangle rectangle :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient du côté adjacent sur l'hypoténuse. - le sinus d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé sur l'hypoténuse. - la tangente d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé sur le côté adjacent. <p>Exemples et notation :</p> $\cos(\hat{A}BC) = \frac{AB}{BC}$ $\sin(\hat{A}BC) = \frac{AC}{BC}$ $\tan(\hat{A}BC) = \frac{AC}{AB}$  <p>Comment retenir ces trois formules</p> <p>En apprenant le mot «SOHCAHTOA », on peut retrouver les trois formules :</p> <ul style="list-style-type: none"> • SOH : Sinus est égal au côté Opposé sur l'Hypoténuse, • CAH : C osinus est égal au côté A djaçant sur l' H ypoténuse, • TOA : T angente est égal au côté O pposé sur A djaçant. 	<p>Exercice 1: ABC est un triangle rectangle en B tel que :AC=7cm et BC=4cm Calculer :sin(BAC)et tan(BAC)</p> <p>Exercice2 : EFG est un triangle rectangle en G Tel que :sin EFG=$\frac{3}{7}$ et EF=14 Calculer :GE et GF</p>

Connaitre la Relation entre \sin ; \cos et \tan d'un angle aigu

Activité 4 :

ABC est un triangle rectangle en A .On pose $\widehat{ABC}=x$

1- Démontrer que :

$$0 < \sin x < 1 \text{ et } 0 < \cos x < 1$$

2-Calculer : $\sin^2 x + \cos^2 x$

3- Démontrer que : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Activité 5 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB=4\text{cm}$ et $BC=5\text{cm}$ et $AC=3\text{cm}$

1-Calculer : $\cos(\widehat{ABC})$ et $\sin(\widehat{ABC})$ et $\tan(\widehat{ABC})$
 $\cos(\widehat{ACB})$ et $\sin(\widehat{ACB})$ et $\tan(\widehat{ACB})$

2-Que peut -on déduire

Connaitre la Relation entre les formules trigonométriques de 2 angles complémentaires

Remarque :

Les sinus, cosinus et tangente n'ont pas d'unité !

2-Propriétés:

Si x est la mesure d'un angle aigu alors :

1- $0 < \sin x < 1$ et $0 < \cos x < 1$

2- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

3- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

3-Relations trigonométriques de deux angles complémentaires :

Propriété :

Si α et β sont les mesures de deux angles complémentaires alors :

➤ $\sin \alpha = \cos \beta$

➤ $\cos \alpha = \sin \beta$

➤ $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$

Exercice3 :

1) Sachant que : $\cos x = \frac{3}{5}$

Calculer : $\sin x$ et $\tan x$

2) sachant que : $\sin y = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Calculer : $\cos y$ et $\tan y$

Exercice 4:

Calculer :

$A = \cos 5^\circ - \sin 85^\circ + 3$

$B = \cos^2 14^\circ + \cos^2 28^\circ + \cos^2 76^\circ + \cos^2 62^\circ$

Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées :

du sinus, cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné.
-de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.

Activité 6 :

Avant toute utilisation en trigonométrie de la calculatrice, il faudra s'assurer que l'unité d'angle est le degré (un D ou DEG) apparaît en haut à droite de l'écran. Calculer le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle.

Pour chacune des calculatrices, il suffit de taper la touche correspondante au calcul demandé suivi de la valeur de l'angle.

Calculer
 $\cos 27^\circ = 0,8910065242$
 $\cos 27^\circ \approx 0,89$
 $\sin 42^\circ = 0,6691306064$
 $\sin 42^\circ \approx 0,6$
 $\tan(56) = 1,482560969$
 $\tan 56^\circ \approx 1,48$

calculer : $\sin 30^\circ$; $\cos 45^\circ$ et $\tan 45^\circ$

Exemples : $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$
 $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$
 $\tan 65^\circ = \frac{1}{\tan 25^\circ}$

4-tableau trigonométrique des angles usuels

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non définie

Exercice5:

X est la mesure d'un angle aigu. Déterminer x dans chaque cas :

- A) $\sin x = \cos 14^\circ$
- B) $\cos x = \sin 69^\circ$

-Pour calculer la valeur d'un angle connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente on utilise la touche sin ;cos ou tan précédé de la touche **Shift** ou **2nd** ou **Inv**(selon la calculatrice).

Exemple :

$$\sin x = 0.456$$

On trouve $x = 27.12929466$

donc $x \approx 27^\circ$ (valeur approchée)

de même façon déterminer les valeurs approchées de a et b et y tels que :

$$\cos a = 0.99 ; \sin b = 0.01 ; \tan y = 13$$
