

Exercice 1 :

1- Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

$$P_1: \frac{16}{5} = 3,2 \quad ; \quad P_2: (1 = 2) \text{ et } \left(\frac{1}{5} = \frac{5}{25}\right)$$

2- Donner la négation de chacune des propositions suivantes :

$$P_1: \exists a > 0 \exists b > 0 \quad 2ab = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad ; \quad P_2: \exists x \in \mathbb{R}^*(x^2 = 5 \text{ ou } x^2 > 10)$$

3- En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{N} \quad 1 + 11^1 + 11^2 + \dots + 11^n = \frac{1}{10} (11^{n+1} - 1)$$

Exercice 2 :

Soit la suite (u_n) définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n}{2+3U_n}$

1- Calculer les termes U_1 et U_2 .

2- La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?

3- Montrer par récurrence que $U_n < 0$. ($\forall n \in \mathbb{N}$)

4- On admet que, pour tout n , U_n n'est pas nul. On pose. $V_n = 1 + \frac{2}{U_n}$

a- Calculer V_0, V_1 , et V_2 .

b- Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} + U_n$

Exercice 3 : Soit ABCD un carré tel que $A(1 ; 1) ; B(1 ; 3) ; C(-1 ; 1) ,$

$AD = 4 \text{ cm}$ et F le barycentre des points $(C, 2)$ et $(D, -1)$

1- Construire le point F

2- Déterminer la distance de point F à la droite (AB)

3- La droite (AF) coupe le segment $[BC]$ en I

• En déduire que I est le milieu de $[BC]$

4- Soit E le barycentre des points pondérés $(B, 2) ; (C, 2)$ et $(D, -1)$

• Montrer que E est le barycentre des points $(I, 4)$ et $(D, -1)$

5- On considère le cercle C de centre I et de rayon r . déterminer l'équation du cercle :

$$I(1 ; 2) \text{ et } r = 3 \text{ cm}$$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$$

représentée par Cf dans un repère.

- 1- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
- 2- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- 3- Dresser le tableau de variation de f .
- 4- Déterminer une équation de la tangente T à Cf au point d'abscisse 0.
- 5- Montrer qu'il existe un triplet de réels $(a ; b ; c)$, que l'on déterminera, tel que pour tout réel x : $f(x) = ax + b + \frac{cx}{3x^2+1}$
- 6- Justifier que $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
- 7- Étudier la position de Cf par rapport à la droite D d'équation $y = ax + b$.
- 8- Que peut-on dire de Cf par rapport à D lorsque $|x|$ augmente ?
- 9- Tracer la courbe Cf .

Exercice 5 :

- 1- Montrer que les points de coordonnées $A(-2, -1, 6)$, $B(1, 3, 5)$ et $C(13, 19, 1)$ et sont alignés.
- 2- Soit la droite passant par $A(-2, -1, 6)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1, 2, -2)$.
 - a- Déterminer une représentation paramétrique de (d) .
 - b- Déterminer le point d'ordonnée 3 de la droite (d) .
- 3- Soit et les droites (d) et (d') de représentations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 4t \\ z = 1 - 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 15 + k \\ y = 8 - k \\ z = -6 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

- Démontrer que ces droites sont sécantes en un point dont on donnera les coordonnées.