2éme Année Bac	Limites et Continuité	WWW.Dyrassa.com

Exercice 1: Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^3 - 3x^2 + x - 8)$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} (-5x^2 - 3x + 4)$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x - 1}{x + 8}$ d) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x + 5}{x^2 + 3x + 2}$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x^3 - 6x}{x^2 + 1}$ f) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{9x^2 + 3} - x)$.

g) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{2x^2 - 1} - 3x)$ h) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2}$

Exercice 2:

1. Si pour tout x de $]0\,;+\infty[$, $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{x}$, que vaut alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$?
2. Si pour tout x de 3, $-2 \leq g(x) \leq x - 2$, que vaut alors $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$?
3. Si pour tout x de 3, $h(x) \leq x^3$, que vaut alors $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$?

Exercice 3:

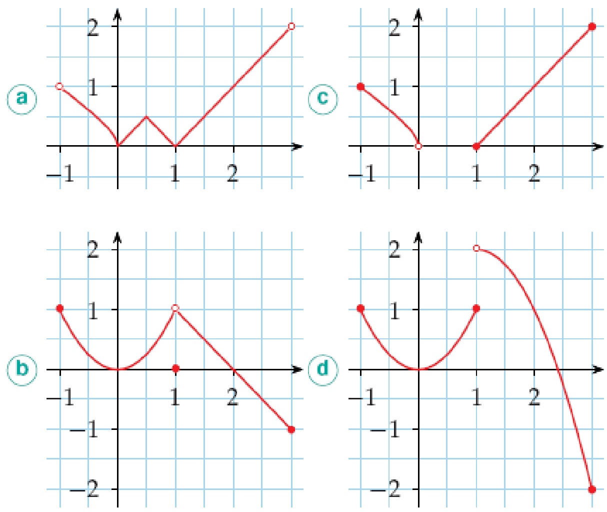
Dans chaque repère, la courbe tracée

représente une fonction f .

1. Déterminer les intervalles où f est continue.
2. Donner l'image de 1 par la fonction f .

Coïncide-t-elle avec les limites de f en 1,

à gauche et à droite ?



Exercice 4:

Soit la fonction f définie par ;

$$f(x) = (x - 1)\sqrt{1 - x^2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition D de f .
2. Étudier la continuité de f sur D.

Exercice 5:

On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x-1} & x \neq 1 \\ -\dfrac{1}{4} & x = 1 \end{cases}$

- la fonction f est-elle continue en 1.

Exercice 6:

Soit f la fonction définie sur R par :

$$\begin{cases} f(x) = x + 2 & x \leq -1 \\ f(x) = -2x - 1 & x > -1 \end{cases}$$

1. Tracer la courbe représentative de f .
2. La fonction f est-elle continue en 1 ?
3. Déterminer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$

Exercice 7:

On considère la fonction f est définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 & x \leq 1 \\ f(x) = x^2 + ax + a & x > 1 \end{cases}$

- Peut-on déterminer a pour que *f* soit continue sur R ?

Exercice 8:

Soit la fonction f définie sur I = [−4 ; 1] par :

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ Dont les variations sont données par le tableau suivant :

x	-4		-3		-1		1
f	-1	↗	3	↘	-1	↗	19

1. Justifier que f est continue sur I.
2. Dénombrer les solutions de l'équation f (x) = 2.
3. Justifier que l'équation f (x) = 4 admet une unique solution *a*.
4. Déterminer un encadrement de *a* à l'unité près.

Exercice 9:

1. Montrer que l'équation : $-2x^3 + 6x^2 + 18x + 59 = 0$ admet une unique solution réelle *a*.
2. Avec une calculatrice, encadrer *a* au dixième près.

Exercice 10:

1. Montrer que l'équation $x^4 + x^2 + 4x - 1 = 0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = [0; 1]$.
2. Montrer que l'équation $x^3 - 6x^2 + 6 = 0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $I = [-2; 4]$.

Exercice 11:

- Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$. f est une bijection IR^+vers $[1, +\infty[$. Déterminons f^{-1}.
- Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \frac{1}{x}$. f est une bijection $]0; 1]$ vers $[2, +\infty[$. Déterminons f^{-1}.
- Montrer que $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ réalise une bijection de IR^+ sur un intervalle à préciser. Donner la fonction réciproque f^{-1}.

Exercice 12:

Soit la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{x+1}$

1. Montrer que f est une bijection de $]-1, 1]$ sur $[-\infty, \frac{1}{2}[$.
2. Trouver la fonction réciproque $f^{-1}(x)$ de la fonction f.
3. Quel est le sens de variation de $f^{-1}(x)$?

Exercice 13:

Soit la fonction définie sur I= $[0 ;\sqrt{2}[$ par : $f(x) = \frac{x^3}{4-x^2}$

1. Montrer sans calculer sa dérivée que f est strictement croissante sur I.
2. Quelle est l'image de f ?
3. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur J = $[0, +\infty[$
4. Montrer que f^{-1}est continue sur J.
5. Calculer f' , trouver une domaine sur lequel f^{-1} est dérivable et donner une expression de sa dérivée sur ce domaine.

Exercice 14:

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 \times \sqrt[2]{\sqrt[4]{2}}$; $B=\sqrt[5]{32}-\left(\sqrt[7]{2}\right)^7+\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}+\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}}$

$$C=\frac{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[5]{16}\times\sqrt{\sqrt[3]{4}\times\sqrt[15]{2}}}{\sqrt[15]{256}} \quad ; \quad D=\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\times\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^2}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$$

Exercice 15: **Résoudre les équations suivantes :**

$x^{\frac{2}{3}}-7x^{\frac{1}{3}}-8=0$; $\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}-12=0$; $\sqrt[3]{x-1}=3x^5=32$; $x^4=3$

Exercice 16: **Calculer les limites suivantes :**

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[5]{x^5+x^2+1}$; $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$;

$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1}$ $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{2x+6}-\sqrt{x+3}}{x-1}$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-2}}$;

$\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x-1}}$

Exercice 17: **On considère la fonction f définie par :** $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

1. **Déterminer D_f et calculer $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.**
2. **Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.**
3. **Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .**
4. **Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique $\alpha\in[0;1]$.**
5. **Construire dans un même repère les courbes Cf et Cf^{-1}.**