Niveau : T.C.F	Matière : Physique	Lycée : Al Azhar
Prof : Abderrahim FILALI	Partie N° 1 : Mécanique	Année scolaire : 2020-2021

Cours N° 6 : *Equilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles*

Introduction :

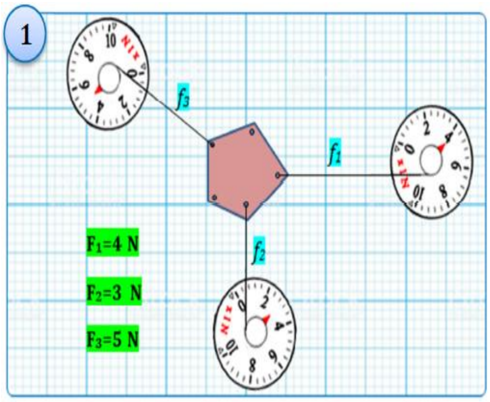
Le grimpeur de montagne est en équilibre sous l'action de trois forces ; son poids et les forces de contact appliquées par le fil et la surface de la montagne.

- Quelles conditions doivent vérifier ces trois forces pour que le grimpeur reste en équilibre ?
- Quel est l'effet des forces appliquées par la surface de la montagne sur les pieds du grimpeur ?

1. Conditions d'équilibre d'un solide soumis à deux forces :

Activité 1 :

Une plaque en polystyrène (S) de masse négligeable est maintenue en équilibre par trois dynamomètres comme l'indique la figure.



1. Citer les forces extérieures agissant sur la plaque (S), puis déterminer la force qu'on peut négliger son intensité devant les intensités des autres.

Le système étudié est {la plaque S }
Le bilan des forces exercées sur la plaque

- $\vec{F_1}$: la force exercée par le dynamomètre D_1
- $\vec{F_2}$: la force exercée par le dynamomètre D_2
- $\vec{F_3}$: la force exercée par le dynamomètre D_3
- $\vec{P}$: le poids de la plaque

Puisque la masse de la plaque est négligeable ($m \approx 0$) , alors son poids ($P = m.g \approx 0$) est négligeable devant les intensités des autres forces ($F_1 = 2$ N , $F_2 = 2$ N et $F_3 = 0{,}9$ N) .

Donc on peut dire que la plaque S **est en équilibe sous l'action de trois forces** ($\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$) **non parallèles**

2. Remplir le tableau des caractéristiques des forces exercées sur la plaque.

force	Point d'application	Droite d'action	Sens	intensité
$\vec{F_1}$	A_1	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D_1	De A_1 vers D_1	F_1 =
$\vec{F_2}$	A_2	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D_2	De A_2 vers D_2	F_2 =
$\vec{F_3}$	A_3	La droite confondue avec le fil du dynamomètre D_3	De A_3 vers D_3	F_3 =

3. Prolonger au crayon, sur le document expérimental, les lignes d'action de ces trois forces vers l'intérieur de la plaque, Que remarquez-vous ?

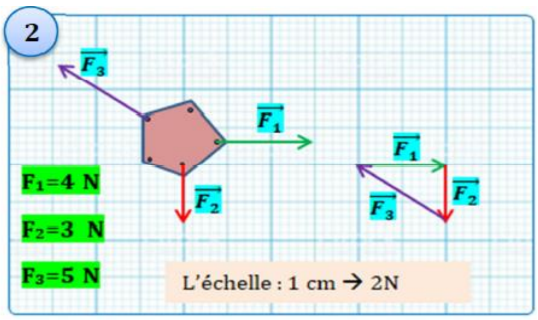
On remarque **les trois lignes d'action se coupent** en **un même point** : on dit que **les droites d'action des trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$** sont **concourantes**

4. Les droites d'action sont-elles coplanaires ?

Après avoir réalisé l'équilibre de la plaque, l'expérience montre que **les trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ non parallèle sont situées dans un même plan**, on dit que **les trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$** sont **coplanaires .**

5. En choisissant une échelle convenable, représenter les trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$.

Voir la figure.



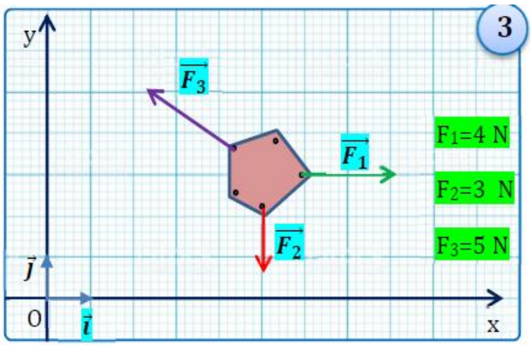
6. Trouver la relation vectorielle entre les trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ par deux Méthodes : méthodes graphique et méthode analytique.

- Méthodes graphique :

On représente la somme vectorielle de trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$. On obtient une ligne polygonale fermée. Donc on constate que la somme vectorielle de ces trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ est égale au vecteur nul : $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$

- Méthode analytique :

Dans un repère orthonormé déterminons les coordonnées de chaque force (l'échelle étant : 1cm ⟺ 2N)



$\vec{F_1}\begin{pmatrix} F_{1x}=4 \\ F_{1y}=0 \end{pmatrix}$; $\vec{F_2}\begin{pmatrix} F_{2x}=0 \\ F_{2y}=-3 \end{pmatrix}$; $\vec{F_3}\begin{pmatrix} F_{3x}=-4 \\ F_{3y}=3 \end{pmatrix}$

On constate que :

$F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}=4+0-4=0$

$F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}=0-3+3=0$

Donc : $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$.

Conclusion :

Lorsqu'un corps solide soumis à trois forces non parallèles est en équilibre, alors :

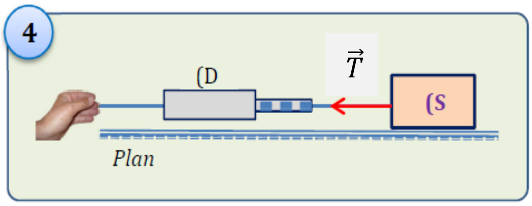
- La somme vectorielle des trois forces est nulle $\Sigma\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$ ou la ligne polygonale de trois forces est fermée. Cette condition est nécessaire pour que le centre d'inertie G du corps solide soit en repos.
- Les droites d'action de trois forces sont coplanaires et concourantes. Cette condition est nécessaire pour l'absence de rotation du corps autour de lui-même si la première condition est vérifiée.

2. Application : Equilibre d'un solide (soumis à trois forces) sur un plan horizontal :

Activité 2 :

Sur un plan de bois horizontal, on met un morceau de bois (**S**) de masse $m=400\ g$, et on applique sur lui une force $\vec{T}$ par un dynamomètre parallèle au plan de bois de sorte que le morceau (**S**) reste en équilibre.

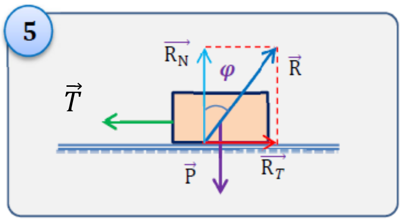
On donne $g=10\ N.kg^{-1}$

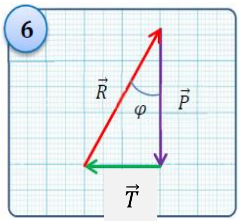


Le système étudié : { **le morceau de bois (S)** }

Le bilan de forces : $\vec{P}$ son **poids**, $\vec{T}$ **tension de dynamomètre** et $\vec{R}$ **réaction du plan**

2. Représenter $\vec{T}$ et $\vec{P}$ sans tenir compte de l'échelle. puis tracer la ligne polygonale de ces forces. et déduire la nature de contact entre le plan et le morceau (**S**).





Le morceau (S) est en équilibre, donc la ligne polygonale est fermée et les lignes d'action sont coplanaires et concourantes.

Puisque la direction $\vec{R}$ est inclinée par rapport à la normal d'un angle **φ**, alors le contact entre le plan et le morceau (S) se fait avec frottement.

3. Déterminer l'expression de l'intensité R en fonction de m,g et T avec une méthode graphique (ligne polygonale).

D'après théorème de Pythagore on a : $R=\sqrt{P^2+T^2}=\sqrt{(mg)^2+T^2}$

4. Déterminer l'expression des intensités R_N et R_T en fonction de m,g et T avec une méthode analytique (projection).

Le **morceau** (S) est **en équilibre**, donc $\sum\vec{F}=\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0}$

La **projection** de la **relation vectorielle** dans le **repère** $R(O,\vec{i},\vec{j})$ est :

$$\begin{cases} P_x+T_x+R_x=0 \\ P_y+T_y+R_y=0 \end{cases} \text{c-à-d} \begin{cases} 0-T+R_T=0 \\ -P+0+R_N=0 \end{cases} \text{donc} \begin{cases} R_T=T \\ R_N=P \end{cases} = mg$$

5. Donner en fonction de R_N et R_T l'expression de **R** , **φ** (angle de frottement) et k (coefficient de frottement).

$R=\sqrt{R_N^2+R_T^2}$ $\qquad tan\varphi=\frac{R_T}{R_N}$ ⟹ $\varphi=tan^{-1}\left(\frac{R_T}{R_N}\right)$ $\qquad k=tan\varphi=\frac{R_T}{R_N}$

6. Les résultats expérimentaux de cette expérience sont indiqués dans le tableau ci-dessous. Compléter le tableau et expliquer comment le corps reste en équilibre malgré la force de traction $\vec{T}$ appliquée par le dynamomètre.

État mécanique	**En équilibre**				**Hors équilibre**		
Intensité $T(N)$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,1	2,5	3,0
Intensité $R_T(N)$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,0	2,0	2,0
Intensité $R_N(N)$	4	4	4	4	4	4	4
Intensité $R(N)$	4,03	4,12	4,27	4,47	4,47	4,47	4,47
Angle $\varphi(°)$	7,0	13,9	20,5	26,5	26,5	26,5	26,5

L'équilibre du corps est dû à la présence de la force de frottement où R_T = T lorsque T < T_m même s'il existe une force de traction. et lorsque T > T_m le corps sera hors équilibre où R_T = T_m.

7. Déterminer T_m l'intensité de force maximale à laquelle le corps reste en équilibre, φ_0 l'angle de frottement statique et $K_0 = \tan\varphi_0$ le coefficient de frottement statique auquel le corps se déséquilibre.

à partir de tableau, on trouve : $T_m = 2\ N$, $\varphi_0 = 26{,}5°$, $K_0 = \tan\varphi_0 = \tan 26{,}5 = 0{,}5$

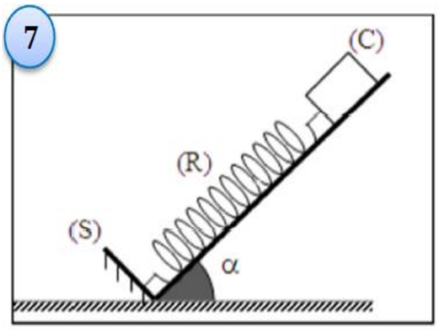
Conclusion :

Un solide soumis à trois forces : $\vec{P}$ son poids, , $\vec{R}$ réaction du plan et $\vec{T}$ force de traction, sur un plan horizontal grossière (l'existence de frottement) soit :

- en équilibre : $T < T_m$; $\varphi < \varphi_0$
- en mouvement : $T > T_m$; $\varphi > \varphi_0$

Application 1 :

Un solide (S) est maintenu en équilibre sur un plan incliné lisse comme le montre la figure ci-contre :



1. Représenter les forces qui s'exercent sur (C).
2. Donner la condition de l'équilibre de (C).

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3. La constante de raideur est k = 100N/m.

a. Déterminer la valeur de la tension du ressorts sachant qu'il se comprime à l'équilibre de 6cm.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

b. Déterminer la masse m de (C) ainsi que la valeur de la réaction $\vec{R}$ du plan.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

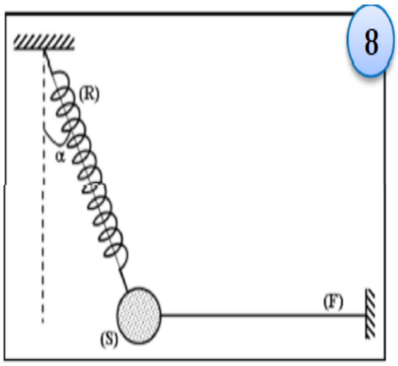
……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

On donne : $g = 10N.kg^{-1}$; $\alpha = 30°$

Application 2 :

On considère un solide (S), de masse m=200 g , accroché à un ressort (R) et un fil (F), comme l'indique la figure ci-contre . Le ressort, de constante de raideur $K = 40\ N.m^{-1}$, est incliné d'un angle $\alpha = 30°$, par rapport à la verticale. On prendra $g = 10\ N.Kg^{-1}$



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide et les représenter sur la figure sans souci d'échelle

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

2. Trouver l'intensité F de la force appliquée par le fil sur le solide, en construisant la ligne polygonale des forces.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

3. Déterminer R la tension du ressort :

   a. En appliquant le théorème de Pythagore.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

   b. Par méthode analytique / arithmétique (méthode de projection) en utilisant un repère approprié.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

   c. Par méthode géométrique en utilisant une échelle convenable.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

4. Déduire allongement Δl du ressort à l'équilibre.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

5. Déterminer la longueur finale l_f du ressort à l'équilibre sachant que sa longueur initiale est $l_0 = 20$ cm.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………