Partie 1 : mécanique Chapitre 1 /5h	Rotation d'un corps solide indéformable autour d'un axe fixe	Première Année BAC Physique

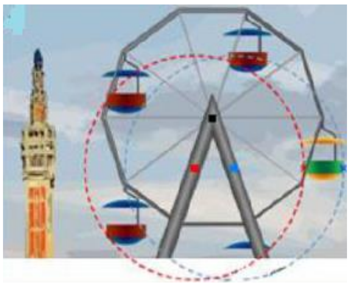
La photo ci-contre représente le jeu dit : grande roue. Chaque partie de cette roue a un mouvement de rotation autour d'un axe fixe.

Comment définir ce type de mouvement ? Et quelles sont ces caractéristiques ?

I- Mouvement de rotation autour d'un axe fixe :

1- Définition (activité 1) :

Le mouvement d'un solide indéformable est dit en rotation autour d'un axe fixe, si tous les points de ce système ont des mouvements circulaires dont les trajectoires sont centrées sur cet axe (sauf pour les points appartenant à cet axe).



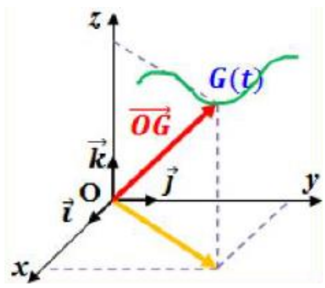
Notons bien qu'il faut différencier entre le mouvement de rotation et le mouvement de translation autour d'un axe fixe.

Par exemple dans la grande roue représentée ci-contre.

- Tous les points d'un bras de la grande roue ont des mouvements circulaires dont les trajectoires sont centrées sur l'axe de rotation, alors le bras est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe.
- Les nacelles sont en mouvement de translation circulaire, car chaque segment [AB] d'une nacelle conserve la même direction au cours du mouvement.

Remarque : Pour simplifier, nous nous contenterons de dire corps solide au lieu de corps solide indéformable.

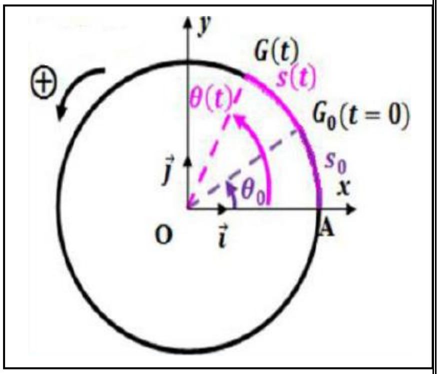
2- Repérage d'un point solide en rotation autour d'un axe fixe :



On peut repérer la position d'un point G d'un corps mobile dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié à un corps de référence en utilisant le vecteur position $\overrightarrow{OG}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ telles que x, y, et z sont les coordonnées du point G et $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont les vecteurs unitaires associés aux trois axes.

Nous pouvons repérer la position du point G à chaque instant en utilisant l'abscisse angulaire (θ) ou l'abscisse curviligne (s).

a - Abscisse angulaire



On appelle abscisse angulaire du point mobile G à un instant donné t la valeur algébrique de l'angle $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OG})$.

L'unité de mesure de l'abscisse angulaire dans le système international des unités (S.I) est le radian noté : rad

Au cours du mouvement du point G, l'abscisse angulaire varie en fonction du temps. On appelle l'équation $\theta(t)$: équation horaire du mouvement.

b – Abscisse curviligne

On appelle abscisse curviligne du point mobile G à un instant donné t la valeur algébrique de la distance $s = AG$.

L'unité de mesure de l'abscisse curviligne dans le système international des (S.I) est le mètre noté : m.

c – Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire (Activité 2) :

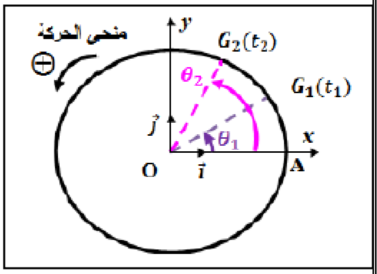
Les deux abscisses s et θ sont reliés par la relation :

$$s(t) = r.\theta(t)$$

Tel que r est le rayon de la trajectoire circulaire du point mobile **G** en mètre (m).

II – Vitesse angulaire

1- Vitesse angulaire moyenne :



Au cours du mouvement de rotation du solide (S) autour d'un axe fixe, le point G occupe la position G_1 à l'instant t_1 et occupe la position G_2 à l'instant t_2, les deux positions étant repérées par les abscisses angulaire θ_1 et θ_2.

Au cours de la durée $\Delta t = t_2 - t_1$ le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ balaye l'angle $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

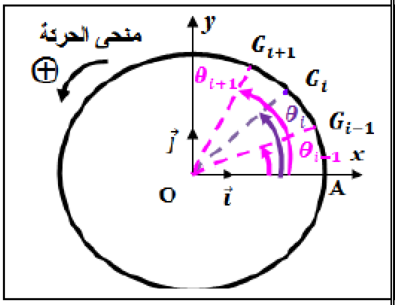
On appelle vitesse angulaire moyenne ω_{moy} du point G entre les instants t_1 et t_2 la grandeur :

$$\omega_{moy} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

L'unité de mesure de la vitesse angulaire dans le système international des unités est le radian par seconde : $rad.s^{-1}$.

2- Vitesse angulaire instantanée:

La vitesse angulaire instantanée est le rapport de l'angle balayé par le vecteur position sur l'unité de temps.



Pratiquement, on calcule la vitesse angulaire instantanée à l'instant t_i en calculant la vitesse angulaire moyenne entre les instants t_{i+1} et t_{i-1} et ceci en considérant que l'intervalle de temps séparant deux instants successifs très petits.

$$\omega_i = \frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} (en\ \text{rad.S}^{-1})$$

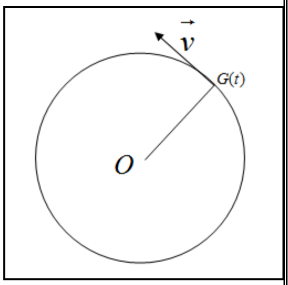
3- Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire: (Activité 2)

D'une façon générale, à chaque instant, la vitesse instantanée v d'un point du solide en rotation autour d'un axe fixe est liée à la vitesse angulaire du solide par la relation :

$$v = r.\omega$$

Tel que v en $(m.s^{-1})$, et r en (m) , et ω en $(rad.s^{-1})$.

Les caractéristiques de vecteur vitesse sont :



- Point d'action : le point G.
- Direction : tangente à la trajectoire de point mobile G à l'instant t.
- Sens : sens du mouvement.
- Module : $v = r.\omega$

Exercice d'application :

Le diamètre du rotor d'un alternateur d'une centrale nucléaire est $2,2m$. Au cours de son mouvement, il fait $25,0$ tours par minute autour d'un axe fixe.

1- Exprimer la vitesse angulaire du rotor en $(rad.s^{-1})$.

Chaque tour correspond à une rotation de $2\pi rad.s^{-1}$

$$\omega = \frac{25 \times 2\pi}{60} = 2,62 rad.s^{-1}$$

2- calculer la valeur de la vitesse linéaire d'un point M se trouvant sur la partie extérieur du rotor.

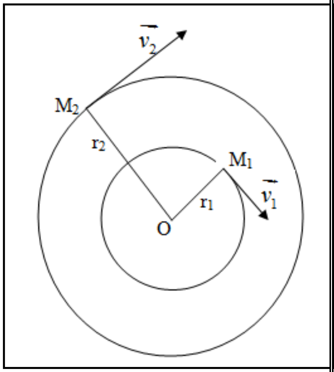
On a : $v_M = r_M.\omega$ avec $r_M = 1,1m$ rayon de rotor.

Alors $v_M = 1,1 \times 2,62$ donc $v_M = 2,88 m.s^{-1}$

III – Mouvement de rotation uniforme

1 - définition

Le mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe est dit uniforme si sa vitesse angulaire ω de ce mouvement est inchangée au cours du temps : $\omega = \text{constante}$



Dans ce cas tous les points du solide (S) ont la même vitesse angulaire, mais leurs vitesses linéaires augmentent lorsqu'on s'éloigne l'axe de rotation (figure ci-contre). Par ce que : $\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$

2 - Période et fréquence :

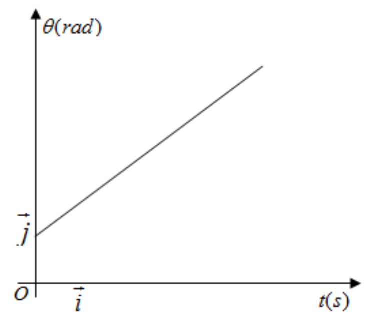
On appelle **période T**, la durée nécessaire à chaque point du solide (S) pour faire un tour complet. Elle est exprimée dans le système international des unités par la seconde : (s)

On l'exprime par : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

On appelle **fréquence** f d'un mouvement de rotation uniforme, le nombre de tours que fait le solide ou chaque point du solide pendant un seconde. Elle est exprimée dans le système international des unités par le Hertz (H). Tel que : $f = \frac{1}{T}$

3 – Equation horaire du mouvement : (Activité 3)

Nous avons : $\Delta\theta = \omega.\Delta t$



Forme de la courbe de $\theta(t)$

Sachant que $\Delta t = t - t_0$ telle que t_0 représente l'origine des dates $(t_0 = 0)$ et $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ telle que θ_0 représente l'origine des abscisses angulaires.

Nous écrivons $\theta - \theta_0 = \omega(t - t_0)$

Et puisque $t_0 = 0$ on obtient l'équation $\theta(t) = \omega t + \theta_0$

On appelle cette équation : l'équation horaire du mouvement de rotation uniforme.

En utilisant la relation entre l'abscisse angulaire et l'abscisse curviligne : $s(t) = r.\theta(t)$

On peut écrire : $s(t) = r.(\omega t + \theta_0)$

Et sachant que $s_0 = r.\theta_0$: abscisse curviligne à l'origine des dates et que $v = r.\omega$. On obtient une autre forme de l'équation horaire du mouvement de rotation uniforme : $s(t) = v.t + s_0$

Partie 1 : mécanique Chapitre 1 /5h	Exercices Rotation d’un corps solide indéformable autour d’un axe fixe	Première Année BAC Physique ZOHAL . B

Exercice 1 :

Un point M situé sur une circonférence de rayon $R = 1m$ décrit un mouvement dont l’équation horaire est :

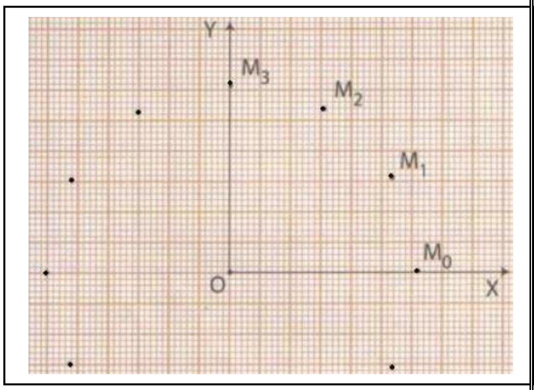
$$\theta(t) = \frac{\pi}{2} + 2.t \qquad (rad)$$

θ : abscisse angulaire à l’instant t et θ_0 abscisse angulaire à la date $t = 0s$.
Sur un schéma et à la date $t = 2s$, représenter :
1. la position angulaire du point M
2. Le vecteur vitesse du point M .

Echelle : $1m \longleftrightarrow 4cm$ et $1m/s \longleftrightarrow 2cm$

Exercice 2 :

Le document ci-contre représente à l’échelle réelle l’enregistrement du mouvement d’un point M d’un corps solide en rotation autour d’un axe fixe.



La durée séparant l’enregistrement de deux point successifs M_i et M_{i+1} est : $\tau = 40ms$.

1- Calculer les vitesses instantanées du point M aux positions M_2, M_4, M_6 et représenter les vecteurs de ces vitesses sur le schéma.

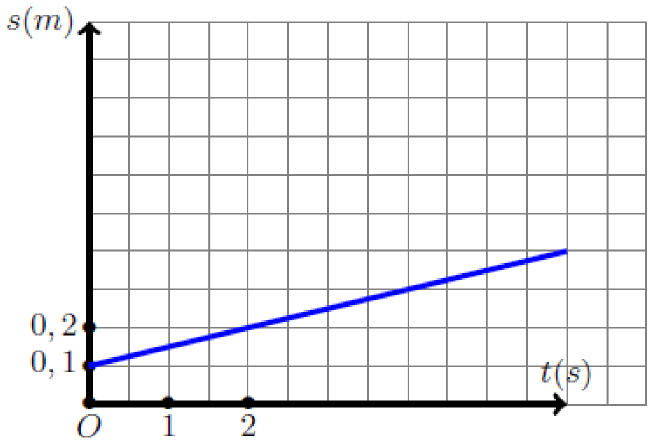
2- En déduire la nature du mouvement de M.

3- Repérer graphiquement la valeur du rayon r de la trajectoire de M, et déterminer sa vitesse angulaire ω.

4- Ecrire l’équation horaire $s(t)$ en considérant M_0 comme origine des abscisses curvilignes et l’instant où M passe par M_1 comme origine des dates.

Exercice 3 :

Le document a coté , donne les variations de l’abscisse curviligne d’un point M d’un corps solide en rotation autour d’un axe fixe en fonction de temps .
1. Quelle est la nature du mouvement du point ?
2. Déterminer l’équation horaire $s(t)$ du mouvement .
3. Calculer la vitesse linéaire d’un point N distant de $d = 25cm$ de l’axe de rotation .



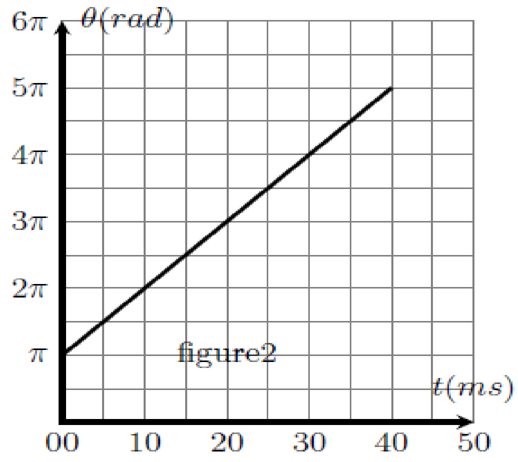
Exercice 4 :

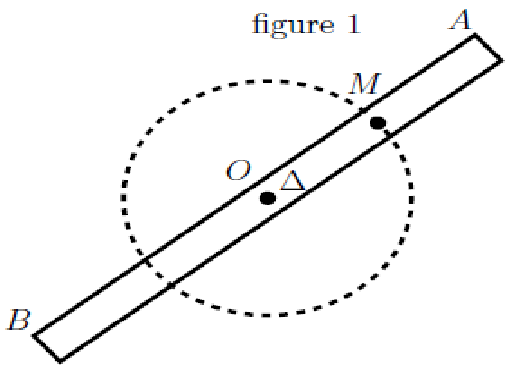
Une barre AB homogène de longueur $L = 0.5m$ et de masse $M = 1kg$ tourne autour d'un axe fixe Δ passant par son centre d'inertie O et perpendiculaire au plan contenant la barre . (figure 1)

Soit un point M appartenant à la barre AB tel que $OM = AB/4$.

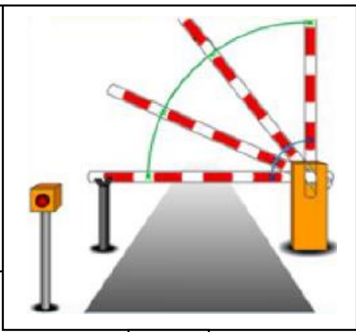
La courbe de la figure (2) représente la variation de l'abscisse angulaire θ des positions occupées par le point M à chaque instant t .

1. Donner la définition de la rotation uniforme d'un corps solide autour d'un axe fixe .
2. Quelle est la nature du mouvement de la barre AB ? Justifier .
3. Écrire l'équation horaire $\theta(t)$ du mouvement de la barre autour de Δ .
4. En déduire la vitesse linéaire V_M du point M .
5. Pendant la durée Δt , la barre effectue 20 tours autour de Δ . Calculer Δt .

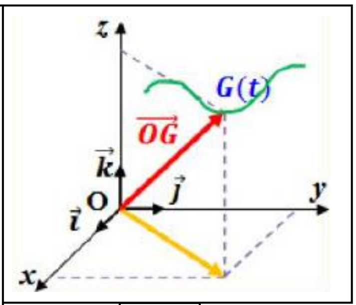




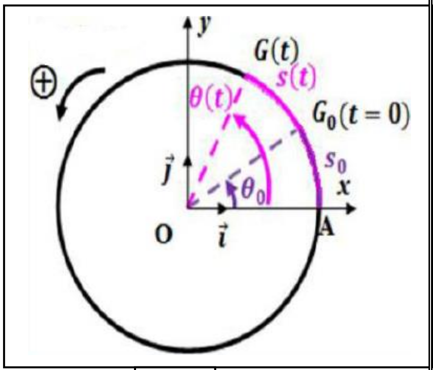
1



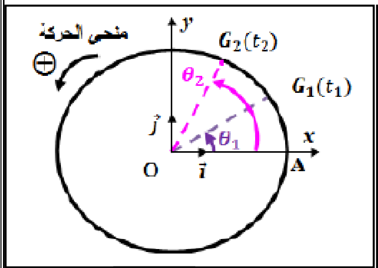
2



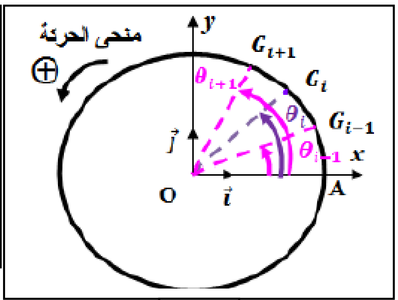
3



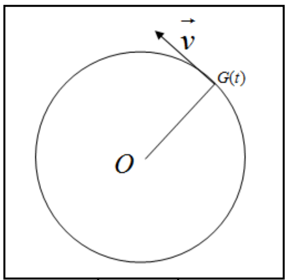
4



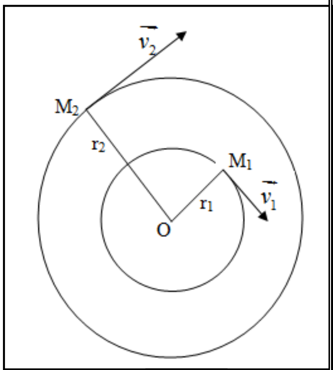
5



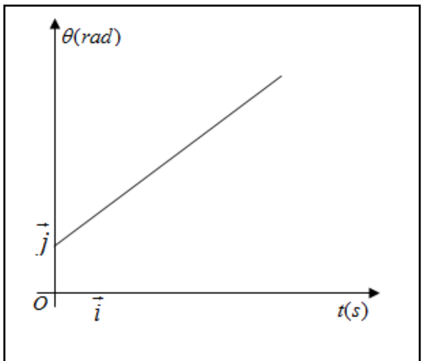
6



7



8



Forme de la courbe de $\theta(t)$

9

Exercice d'application :

Le diamètre du rotor d'un alternateur d'une centrale nucléaire est $2{,}2m$. Au cours de son mouvement, il fait $25{,}0$ tours par minute autour d'un axe fixe.

1- Exprimer la vitesse angulaire du rotor en $(rad.s^{-1})$.

2- calculer la valeur de la vitesse linéaire d'un point M se trouvant sur la partie extérieur du rotor.