Généralités sur les fonctions numériques

Pr. LATRACH Abdelkbir
TCS.F

Activité ①:

Considérons un rectangle de longueur $(x-3)cm$ et de largeur $(x-2)cm$ tel que x un réel supérieur à 3.
On désigne par $f(x)$ la surface de ce rectangle.

1) Déterminer l'expression de $f(x)$.
2) Déterminer la surface de ce triangle si $x=4$ et si $x=5$.
3) Déterminer les valeurs possibles de x si $f(x)=12$ puis si $f(x)=20$.

Application ①:

Considérons f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=2x^2-3$.

1) Déterminer les images de $-2, 0$ *et* 2 par f.
2) Déterminer les antécédents, si existent, des nombres $0,5$ *et* -4.

Activité ②:

Considérons f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1}$.

Déterminer les images, si possible, des nombres $0, 1$ *et* -1.

Application ②:

Déterminer l'ensemble de définition de fonctions suivantes :

- $f_1 : x \mapsto x^3+12x-5$
- $f_2 : x \mapsto \dfrac{-2x+4}{5x+3}$
- $f_3 : x \mapsto \dfrac{\sqrt{x}}{2x^2+2x-4}$
- $f_4 : x \mapsto \dfrac{4x^2-5}{\sqrt{2x^2+2x-4}}$
- $f_5 : x \mapsto \dfrac{x+4}{|x|-3}$
- $f_6 : x \mapsto \dfrac{\sqrt{2-x}}{|x+2|-1}$
- $f_7 : x \mapsto \dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{4x+2}}$
- $f_8 : x \mapsto \sqrt{\dfrac{2-x}{4x+2}}$

Application ③:

Montrer que les fonctions f et g définies par

$f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-4}$ et $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ sont égales.

Activité ③:

Considérons f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=2x+2$.

Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormé.

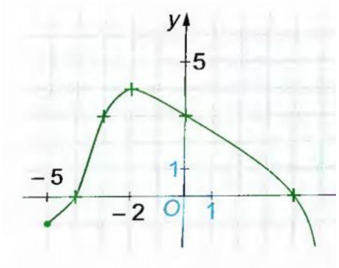
Application ④:

Considérons f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.

Parmi les points $A(0;0)$, $B(-1;1)$, $C(3;\frac{3}{9})$ *et* $D(2;4)$ déterminer ceux appartiennent à (C_f). Justifier vos réponses.

Application ⑤:

Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-contre :



1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Déterminer les images par f des nombres suivants :
$-5, -4, -3, -4, 0$ *et* 4.
3) Par f, quels sont les antécédents de 3 et de 5 ?
4) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.

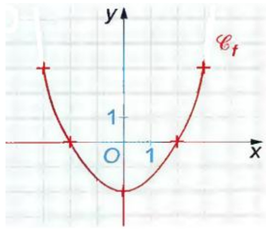
Application ⑥:

Considérons f la fonction définie par
$f(x)=x^2+2x-8$.

Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.

Activité ④:

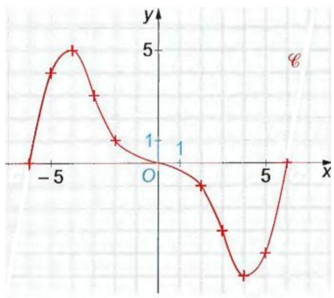
Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-contre :



1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Comparer $f(-2)$ *et* $f(2)$ puis $f(-3)$ *et* $f(3)$.
3) Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)$ *et* $f(x)$.
4) Quelle est la propriété géométrique vérifiée par (C_f) ?

Activité ⑤:

Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-contre :



1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Est-ce-que f est paire ? Justifier votre réponse.
3) Comparer $f(-2)$ *et* $f(2)$ puis $f(-3)$ *et* $f(3)$ puis $f(-5)$ *et* $f(5)$.
4) Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)$ *et* $f(x)$.
5) Quelle est la propriété géométrique vérifiée par (C_f) ?

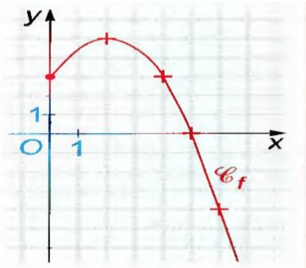
Application ⑦:

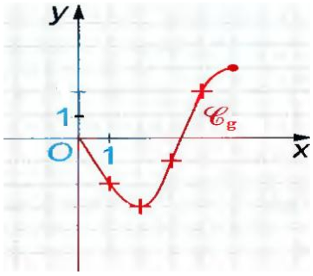
Etudier la parité de fonctions suivantes :

• $f_1 : x \mapsto \lvert x \rvert - \dfrac{1}{x^2}$	• $f_2 : x \mapsto \dfrac{x}{x^2 - 1}$
• $f_3 : x \mapsto \sqrt{x} + 1$	• $f_4 : x \mapsto x^2 + x - 3$
• $f_5 : x \mapsto \lvert x-1 \rvert - \lvert x+1 \rvert$	• $f_6 : x \mapsto \sin(x) - x\cos(x)$

Application ⑧:

Considérons f et g les fonctions définies respectivement sur IR et sur $[-5\,;\,5]$ par ses courbes respectives (C_f) et (C_g) représentées ci-dessous :





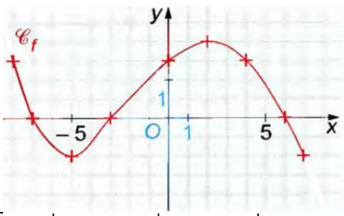
Compléter (C_f) sachant que f est paire et (C_g) sachant que g est impaire.

Activité ⑥:

Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée ci-contre :

1) Donner l'ensemble de définition de f .

2) Compléter le tableau suivant :



x	-7	-6	-5	-3	0	2
$f(x)$						

3) Comment se comport la fonction f lorsque x augmente sur l'intervalle $[-7;-5]$.

4) Comment se comport la fonction lorsque augmente sur l'intervalle $[-5;2]$.

5) Compléter le tableau suivant :

x	-7		-5
$f(x)$	3	$\searrow$	-1

6) Déterminer la valeur maximale et la valeur minimale de la fonction f .

Application ⑨:

Considérons f la fonction définie sur IR par :

$f(x) = 2x^2 + 3$.

1) Soient a et b deux éléments de l'intervalle $[0,+\infty[$ tels que : $a < b$.

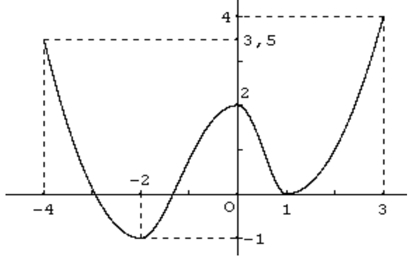
a)-Montrer que : $f(a) < f(b)$.

b)-En déduire la monotonie de f sur $[0,+\infty[$.

2) Etudier la monotonie de f sur $]-\infty,0]$.

Application ⑩:

Dresser le tableau de variation de la fonction f représentée par sa courbe ci-dessous :



Application ①②:

Le tableau suivant représente les variations d'une fonction numérique f .

x	-7		-5		0		5		7
$f(x)$	6	$\searrow$	4	$\nearrow$	$\Vert$				

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

2) Compléter le tableau ci-dessus sachant que f est paire.

3) Compléter le tableau ci-dessus sachant que f est impaire.

Application ①③:

Soit f une fonction numérique définie sur IR par :

$f(x) = x^2 - 2x + 5$.

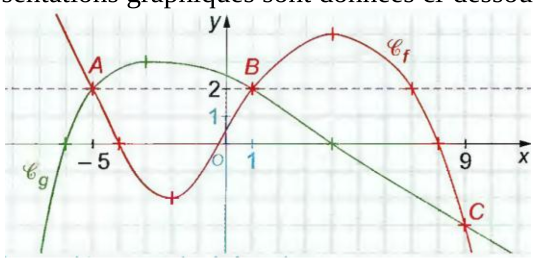
1) Calculer $f(1)$.

2) a)-Montrer que : $f(x) \geq 4$ Pour tout $x \in IR$.

b)- qu'est que vous déduisez ?

Application ①④:

Les fonctions f et g sont définies sur IR ; leurs représentations graphiques sont données ci-dessous.



Résoudre graphiquement ce qui suit :

- $g(x) = 2$
- $f(x) = 2$
- $f(x) \geq 2$
- $g(x) \prec 2$
- $g(x) = f(x)$
- $g(x) \geq 0$
- $g(x) \geq f(x)$
- $g(x) \prec f(x)$

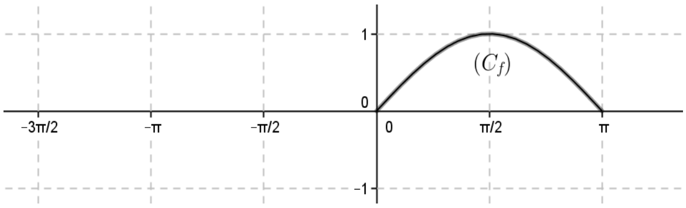
Application ①⑤:

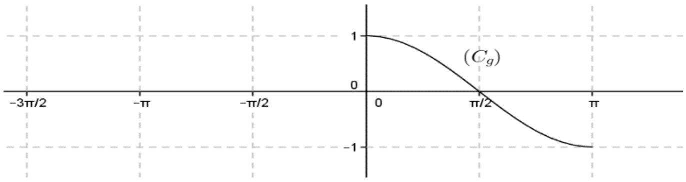
Considérons les fonctions f et g définies sur IR par $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = \sin(x)$.

1) Etudier la parité de f et de g .

2) Calculer $f(x + 2\pi)$ et $g(x + 2\pi)$ tel que $x \in IR$. Déduire.

3) Compléter les courbes de f et g représentées ci-dessous :





Activité ⑦:

Considérons f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé.

1) Etudier la parité de f. Qu'est-ce que vous-déduisez ?

2) Calculer le taux de variation de f entre deux réels distincts a et b.

3) a)-Etudier la monotonie de f sur $[0,+\infty[$.

b)-En déduire la monotonie de f sur $]-\infty,0]$.

c)-Dresser le tableau de variations de f.

4) Remplir le tableau suivant :

x	0	1	2	$\frac{1}{2}$
$f(x)$				

5) Construire (C_f).

6) Refaire les mêmes questions précédentes pour la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-x^2$

Application ①⑥:

Considérons f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{2}{3}x^2$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé.

1) Donner la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.

2) Dresser le tableau de variations de f puis construire (C_f).

Application ①⑦:

Donner le sommet et l'axe de symétrie pour chacune des courbes représentatives des fonctions définies par :

- $f_1 : x \mapsto x^2+2x+1$
- $f_2 : x \mapsto -2x^2+4x+1$
- $f_3 : x \mapsto x^2+1$

Application ①⑧:

Dresser le tableau de variations de fonctions définies par :

- $f_1 : x \mapsto x^2+2x+1$
- $f_2 : x \mapsto -2x^2+4x+1$
- $f_3 : x \mapsto x^2+1$

Application ①⑨:

Considérons f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-4x+3$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé.

1) Déterminer la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.

2) Dresser le tableau de variations de f.

3) Construire (C_f).

4) Construire dans le même repère la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^2$.

Application ②⓪:

Considérons f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\frac{1}{x}$ et $g(x)=\frac{-2}{x}$.

1) Déterminer la nature de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g dans un repère orthonormé.

2) Remplir le tableau suivant :

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$f(x)$						
$g(x)$						

3) Construire (C_f) et (C_g).

Application ②①:

Donner la forme réduite des fonctions homographiques suivantes :

- $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$ • $g(x)=\frac{3x-1}{2x+3}$ • $h(x)=\frac{2x-11}{3x+6}$

Application ②②:

Donner le tableau de variations des fonctions homographiques suivantes :

- $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$ • $g(x)=\frac{3x-1}{2x+3}$ • $h(x)=\frac{2x-11}{3x+6}$

Application ②③:

Considérons f la fonction définie par $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$ et (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

2) Déterminer la nature de (C_f).

3) Construire (C_f).

Construire dans le même repère la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\frac{3}{x}$.