☺ Exercice p 95, n° 21 :

Résoudre chacune des équations :

a) $x(x+13)=0$;

b) $x(18-x)=0$.

Correction :

a) $x(x+13)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $x+13=0$

$x=-13$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et -13.

b) $x(18-x)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $18-x=0$

$x=18$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et 18.

☺ Exercice p 95, n° 22 :

Résoudre chacune des équations :

a) $(3x+6)(x+12)=0$;

b) $(2x-1)(x-12)=0$.

Correction :

a) $(3x+6)(x+12)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$3x+6=0$ ou $x+12=0$

$3x=-6$ $\qquad$ $x=-12$

$x=-\frac{6}{3}$

$x=-2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -2 et -12.

b) $(2x-1)(x-12)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x-1=0$ ou $x-12=0$

$2x=1$ $\quad$ $x=12$

$x=\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{1}{2}$ et 12.

☺ **Exercice p 95, n° 23 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(4x-8)(3x-1)=0$;

b) $(-5x+10)(7x-3)=0$.

Correction :

a) $(4x-8)(3x-1)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$4x-8=0$ ou $3x-1=0$

$4x=8$ $\quad$ $3x=1$

$x=\frac{8}{4}$ $\quad$ $x=\frac{1}{3}$

$x=2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 2 et $\frac{1}{3}$.

b) $(-5x+10)(7x-3)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-5x+10=0$ ou $7x-3=0$

$5x=10$ $\quad$ $7x=3$

$x=\frac{10}{5}$ $\quad$ $x=\frac{3}{7}$

$x=2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 2 et $\frac{3}{7}$.

☺ **Exercice p 95, n° 24 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(-4x+5)(9x+13)=0$;

b) $(x+1)(-2x-3)=0$.

Correction :

a) $(-4x+5)(9x+13)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-4x+5=0$	ou	$9x+13=0$
$4x=5$		$9x=-13$
$x=\dfrac{5}{4}$		$x=-\dfrac{13}{9}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\dfrac{5}{4}$ et $-\dfrac{13}{9}$.

b) $(x+1)(-2x-3)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x+1=0$	ou	$-2x-3=0$
$x=-1$		$2x=-3$
		$x=-\dfrac{3}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -1 et $-\dfrac{3}{2}$.

☺ **Exercice p 95, n° 25 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)\left(\dfrac{2}{3}x+4\right)=0$;

b) $\left(\dfrac{3}{5}x-7\right)\left(\dfrac{5}{3}x+6\right)=0$.

Correction :

a) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{2}{3}x+4\right)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$\frac{1}{2}x+1=0$	ou	$\frac{2}{3}x+4=0$
$\frac{1}{2}x=-1$		$\frac{2}{3}x=-4$
$x=-1\times 2$		$x=-4\times\frac{3}{2}$
$x=-2$		$x=-6$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -2 et -6.

b) $\left(\frac{3}{5}x-7\right)\left(\frac{5}{3}x+6\right)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$\frac{3}{5}x-7=0$	ou	$\frac{5}{3}x+6=0$
$\frac{3}{5}x=7$		$\frac{5}{3}x=-6$
$x=7\times\frac{5}{3}$		$x=-6\times\frac{3}{5}$
$x=\frac{35}{3}$		$x=-\frac{18}{5}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{35}{3}$ et $-\frac{18}{5}$.

☺ **Exercice p 95, n° 26 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(x+5)^2=0$; **b)** $(x-7)^2=0$; **c)** $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$; **d)** $\left(\frac{2}{5}x-3\right)^2=0$.

Correction :

a) $(x+5)^2=0$.

L'équation équivaut à : $x+5=0$

$\boxed{x=-5.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est -5.

b) $(x-7)^2=0$.

L’équation équivaut à : $x-7=0$

$\boxed{x=7.}$

L’équation admet donc une unique solution : c’est 7.

c) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$.

L’équation équivaut à : $x-\frac{1}{2}=0$

$\boxed{x=\frac{1}{2}.}$

L’équation admet donc une unique solution : c’est $\frac{1}{2}$.

b) $\left(\frac{2}{5}x-3\right)^2=0$.

L’équation équivaut à : $\frac{2}{5}x-3=0$

$\frac{2}{5}x=3$

$x=3\times\frac{5}{2}$

$\boxed{x=\frac{15}{2}.}$

L’équation admet donc une unique solution : c’est $\frac{15}{2}$.

☺ **Exercice p 95, n° 27 :**

On veut résoudre l’équation : $(x+5)^2+(x+5)(x-1)=0$.

1) Factoriser le premier membre de l’équation.

2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$(x+5)^2+(x+5)(x-1)=(x+5)[(x+5)+(x-1)]=(x+5)(2x+4)$.

2) D'après la question 1, l'équation $(x+5)^2+(x+5)(x-1)=0$ équivaut à $(x+5)(2x+4)=0$.
Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x+5=0$	ou	$2x+4=0$
$x=-5$.		$2x=-4$
		$x=-\frac{4}{2}$
		$x=-2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -5 et -2.

☺ Exercice p 95, n° 28 :

On veut résoudre l'équation : $(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=0$.

1) Factoriser le premier membre de l'équation.
2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$$(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=(x+1)\left[(5x-1)-(3x-12)\right]=(x+1)[5x-1-3x+12]=(x+1)(2x+11).$$

2) D'après la question 1, l'équation $(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=0$ équivaut à $(x+1)(2x+11)=0$.
Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x+1=0$	ou	$2x+11=0$
$x=-1$.		$2x=-11$
		$x=-\frac{11}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -1 et $-\frac{11}{2}$.

☺ Exercice p 95, n° 29 :

On veut résoudre l'équation : $(2x+3)^2-4=0$.

1) Factoriser le premier membre de l'équation.
2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$$(2x+3)^2-4=\left[(2x+3)+2\right]\left[(2x+3)-2\right]=(2x+5)(2x+1).$$

2) D'après la question 1, l'équation $(2x+3)^2-4=0$ équivaut à $(2x+5)(2x+1)=0$.
Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x+5=0$	ou	$2x+1=0$
$2x=-5$		$2x=-1$
$x=-\dfrac{5}{2}$.		$x=-\dfrac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\dfrac{5}{2}$ et $-\dfrac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 96, n° 41 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $3x^2+2x=0$; **b)** $(x+2)(-x+1)+(x-3)(x+2)=0$;
c) $(2x-6)(-x+5)-2(-x+5)=0$; **d)** $(5x-8)(x-3)-(x-1)(x-3)=0$.

Correction :

a) $3x^2+2x=0$
$x(3x+2)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$	ou	$3x+2=0$
		$3x=-2$
		$x=-\dfrac{2}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $-\dfrac{2}{3}$.

b) $(x+2)(-x+1)+(x-3)(x+2)=0$
$(x+2)[(-x+1)+(x-3)]=0$
$-2(x-2)=0$
$x-2=0$
$\boxed{x=2.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est 2.

c) $(2x-6)(-x+5)-2(-x+5)=0$

$(-x+5)\left[(2x-6)-2\right]=0$

$(-x+5)(2x-8)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-x+5=0$	ou	$2x-8=0$
$x=5$		$2x=8$
		$x=\frac{8}{2}$
		$x=4$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 5 et 4.

d) $(5x-8)(x-3)-(x-1)(x-3)=0$

$(x-3)\left[(5x-8)-(x-1)\right]=0$

$(x-3)\left[5x-8-x+1\right]=0$

$(x-3)(4x-7)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x-3=0$	ou	$4x-7=0$
$x=3$		$4x=7$
		$x=\frac{7}{4}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 3 et $\frac{7}{4}$.

☺ **Exercice p 96, n° 43 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $x^2-2x+1=0$; **b)** $x^2-18x+81=0$;
c) $9x^2+12x+4=0$; **d)** $4x^2-4x+1=0$.

Correction :

a) $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$.

L'équation équivaut à : $x-1=0$

$x=1$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est 1.

b) $x^2 - 18x + 81 = 0$

$(x-9)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $x - 9 = 0$

$x = 9$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est 9.

c) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

$(3x+2)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $3x + 2 = 0$

$3x = -2$

$x = -\dfrac{2}{3}$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est $-\dfrac{2}{3}$.

d) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x-1)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = \dfrac{1}{2}$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\dfrac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 96, n° 44 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $x^2 - 64 = 0$; **b)** $x^2 - 7 = 0$;
c) $9x^2 - 25 = 0$; **d)** $4x^2 - 49 = 0$.

Correction :

a) $x^2 - 64 = 0$

$(x+8)(x-8) = 0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$x + 8 = 0$ ou $x - 8 = 0$

$x = -8$ $\quad$ $x = 8$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -8 et 8.

c) $9x^2-25=0$

$(3x+5)(3x-5)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$3x+5=0$ ou $3x-5=0$

$3x=-5$ $\quad$ $3x=5$

$x=-\frac{5}{3}$ $\quad$ $x=\frac{5}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{5}{3}$ et $\frac{5}{3}$.

d) $4x^2-49=0$

$(2x+7)(2x-7)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$2x+7=0$ ou $2x-7=0$

$2x=-7$ $\quad$ $2x=7$

$x=-\frac{7}{2}$ $\quad$ $x=\frac{7}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{7}{2}$ et $\frac{7}{2}$.

☺ **Exercice p 97, n° 52 :**

Résoudre chaque équation :

a) $(7x+1)^2-(3x+4)^2=0$; **b)** $(6x-1)^2-(2x+1)^2=0$.

Correction :

a) $(7x+1)^2-(3x+4)^2=0$

$[(7x+1)+(3x+4)][(7x+1)-(3x+4)]=0$

$(7x+1+3x+4)(7x+1-3x-4)=0$

$(10x+5)(4x-3)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$10x+5=0$ ou $4x-3=0$

$10x=-5$ $\quad$ $4x=3$

$x=-\frac{5}{10}$ $\quad$ $x=\frac{3}{4}$

$x=-\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$.

b) $\left(6x-1\right)^2-\left(2x+1\right)^2=0$

$\left[\left(6x-1\right)+\left(2x+1\right)\right]\left[\left(6x-1\right)-\left(2x+1\right)\right]=0$

$\left(6x\cancel{-1}+2x\cancel{+1}\right)\left(6x-1-2x-1\right)=0$

$8x\left(4x-2\right)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $4x-2=0$

$4x=2$

$x=\frac{2}{4}$

$x=\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $\frac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 98, n° 66 :** **(Nice 2006)**

On donne : $D=\left(2x-3\right)\left(5-x\right)+\left(2x-3\right)^2$.

1) Développer et réduire *D*.

2) Factoriser *D*.

3) Résoudre l'équation $\left(2x-3\right)\left(x+2\right)=0$.

Correction :

1) Développement :

$D=\left(2x-3\right)\left(5-x\right)+\left(2x-3\right)^2$

$D=10x-2x^2-15+3x+4x^2-12x+9$

$\boxed{D=2x^2+x-6.}$

2) Factorisation :

$D=\left(2x-3\right)\left(5-x\right)+\left(2x-3\right)^2$

$D=\left(2x-3\right)\left[\left(5-x\right)+\left(2x-3\right)\right]$

$D=\left(2x-3\right)\left[\left(5-x\right)+\left(2x-3\right)\right]$

$\boxed{D=\left(2x-3\right)\left(x+2\right).}$

3) Equation :

$(2x-3)(x+2)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x-3=0$	ou	$x+2=0$
$2x=3$		$x=-2$
$x=\dfrac{3}{2}$.		

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\dfrac{3}{2}$ et -2.

☺ **Exercice p 98, n° 67 :** **(Besançon 2006)**

On considère l'expression : $E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$.

1) Développer et réduire l'expression *E*.
2) Factoriser *E*.
3) Calculer la valeur de l'expression *E* pour $x=-2$.
4) a) Résoudre l'équation $(3x+2)(5x-3)=0$.
b) Les solutions de cette équation sont-elles des nombres décimaux ?

Correction :

1) Développement :

$$E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$$
$$E=9x^2+12x+4-\left[15x+10-6x^2-4x\right]$$
$$E=9x^2+12x+4-11x-10+6x^2$$
$$\boxed{E=15x^2+x-6}.$$

2) Factorisation :

$$E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$$
$$E=(3x+2)\left[(3x+2)-(5-2x)\right]$$
$$E=(3x+2)\left[3x+2-5+2x\right]$$
$$\boxed{E=(3x+2)(5x-3)}.$$

3) Valeur de l'expression *E* pour $x=-2$:

D'après la question 1, pour tout nombre relatif x : $E=15x^2+x-6$.
Donc, pour $x=-2$: $E=15\times(-2)^2+(-2)-6$

$$E=15\times4-8$$
$$E=60-8$$
$$\boxed{E=52}.$$

4) a) Equation :

$(3x+2)(5x-3)=0$.
Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$3x+2=0$	ou	$5x-3=0$
$3x=-2$		$5x=3$
$x=-\frac{2}{3}$		$x=\frac{3}{5}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{5}$.

b)
$$\begin{array}{l|l} 2 & 3 \\ \hline 20 & 0{,}66\ldots \\ \quad 20\ldots & \end{array}$$

On retrouve le même reste (2), donc la division est infinie : la solution $-\frac{2}{3}$ n'est donc pas un nombre décimal.

En revanche, $\frac{3}{5}=0,6$: la solution $\frac{3}{5}$ est donc un nombre décimal.

☺ **Exercice p 98, n° 68 :** **(Nancy Metz 2005)**

On considère l'expression : $E=4x^2-9+(2x+3)(x-2)$.
1) Développer et réduire l'expression *E*.
2) Factoriser $4x^2-9$.
En déduire la factorisation de l'expression *E*.
3) a) Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-5)=0$.
b) Cette équation a-t-elle une solution entière ?
c) Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Correction :

1) Développement :

$E=4x^2-9+(2x+3)(x-2)$
$E=4x^2-9+2x^2-4x+3x-6$
$\boxed{E=6x^2-x-15.}$

2) Factorisation :

$\boxed{4x^2-9=(2x+3)(2x-3).}$

D'où :
$E=(2x+3)(2x-3)+(2x+3)(x-2)$
$E=(2x+3)[(2x-3)+(x-2)]$
$\boxed{E=(2x+3)(3x-5).}$

3) a) Equation :

$\left(2x+3\right)\left(3x-5\right)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x+3=0$	ou	$3x-5=0$
$2x=-3$		$3x=5$
$x=-\dfrac{3}{2}$		$x=\dfrac{5}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{5}{3}$.

b) et c)

$$\begin{array}{l|l} 5 & 3 \\ \hline 2\underline{0} & 1{,}66\ldots \\ \quad \underline{2}0\ldots & \end{array}$$

On retrouve le même reste (2), donc la division est infinie : la solution $\dfrac{5}{3}$ n'est donc pas décimale (donc pas entière).

$-\dfrac{3}{2}=-1{,}5$: la solution $-\dfrac{3}{2}$ est donc un nombre décimal non entier.

L'équation $\left(2x+3\right)\left(3x-5\right)=0$ ne possède donc aucune solution entière ; elle admet par ailleurs une unique solution décimale : c'est $-1{,}5$.

☺ **Exercice p 100, n° 88 :**

On sait que $y\neq-2$.

Résoudre l'équation $\dfrac{5y}{y+2}=\dfrac{3}{4}$.

Correction :

$$\frac{5y}{y+2}=\frac{3}{4}$$
$$20y=3\left(y+2\right)$$
$$20y=3y+6$$
$$20y-3y=6$$
$$17y=6$$
$$\boxed{y=\frac{6}{17}.}$$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\dfrac{6}{17}$.

☺ **Exercice p 97, n° 62 :**

Le triple du carré d'un nombre entier est égal au double de ce nombre.
Quel est ce nombre ?

Correction :

Soit x le nombre entier cherché.

On résout l'équation : $3x^2 = 2x$

$3x^2 - 2x = 0$

$x(3x-2) = 0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x = 0$ ou $3x - 2 = 0$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $\frac{2}{3}$.

Or, $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre entier.

Il existe donc un unique nombre entier dont le double est égal au triple du carré c'est 0.

☺ **Exercice p 100, n° 86 :**

On sait que $x \neq 0$.

Résoudre l'équation $\frac{4x}{3} = \frac{3}{x}$.

Correction :

$$\frac{4x}{3} = \frac{3}{x}$$

$$4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x+3)(2x-3) = 0.$$

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x + 3 = 0$ ou $2x - 3 = 0$

$2x = -3$ $\qquad$ $2x = 3$

$x = -\frac{3}{2}$ $\qquad$ $x = \frac{3}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{2}$.