

	14/09/2020	<u>Matière</u> : mathématiques	<u>Année scolaire</u> : 2020/2021
	EVALUATION DIAGNOSTIQUE N°2		<u>Niveau</u> : 2BAC SVT & PC FR
	(2 H)		<u>Professeur</u> : AZIZ ZAIDANE

3p

Exercice 1 : (suites)

Soit $(U_n)_n$ la suite définie par $U_1 = 1$; $U_{n+1} = \frac{3U_n}{2(3-U_n)}$

et on pose $V_n = \frac{U_n}{2U_n - 3}$

- 1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 0 < U_n < \frac{3}{2}$
- 2) montrer que la suite $(U_n)_n$ est décroissante
- 3) a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$
- b) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n = \frac{3}{2+2^{2n}}$
- 4) a) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_{n+1} \leq \frac{3}{4} U_n$
- b) en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) U_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$

3p

0,25

Exercice 2 : (fonctions)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$

- 1) déterminer le domaine de définition D et calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- 3) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$

Exercice 4: (fonctions)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

et soit (C) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) déterminer D le domaine de définition de f et montrer que f est une fonction impaire
- 2) calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- 3) a) vérifier que $(\forall x \in D) f(x) = x - \frac{3x}{x^2 - 1}$
 b) en déduire l'équation de l'asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$
 c) étudier la position relative de (C) et la droite $(\Delta) y = x$
- 4) a) montrer que $(\forall x \in D) f'(x) = 1 + \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$
 b) étudier les variations de f puis donner le tableau de variations
- 5) a) prouver que $(\forall x \in D) f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$
 b) étudier la concavité de la courbe (C)
- 6) tracer la courbe (C)

3,25