maxi. MATHS
Le Guide

mathématiques

3ème année du Cycle Secondaire Collégial

GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT

Auteurs

Said **KHILI**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant
(coordinateur)

Abdelaziz **MOUNTAJ**
Inspecteur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

Hassan **BARROU**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant

jamal **ABDERRAHMANE**
Professeur principal de l'enseignement secondaire qualifiant, formateur CRMEF Casablanca

EDITIONS Plus
إديسيون بلوس

Maxi. MATH

3ème année du cycle secondaire collégial

GUIDE DE L'ENSEIGNANTE ET DE L'ENSEIGNANT

Édition: 2020

Dépôt Légal: 2020MO2847

ISBN: 978-9920-670-14-2

INDEX

Partie 2:

Avant-propos

Bien réel est le plaisir que nous éprouvons en vous présentant ce guide du professeur dont les objectifs se présentent comme suit:

- Faciliter la tâche du professeur;
- Consolider et enrichir ses connaissances pédagogiques et didactiques;
- Organiser les situations d'enseignement/apprentissage;
- Optimiser l'usage et les bénéfices du manuel de l'élève.

Ce guide fournit, par ailleurs, des orientations et des repères didactiques permettant à l'enseignant de conduire son action dans les meilleures conditions.

Cet ouvrage est composé de deux parties.

partie 1: présente des références institutionnelles, théoriques, pédagogiques et didactiques visant à initier l'élève à une démarche scientifique, axée sur la recherche et la résolution de problèmes selon une démarche structurée et structurante.

partie 2: présente des fiches didactiques.

Chaque chapitre est traité comme suit:

- Aperçu historique et / ou culturel;
- Côté pédagogique;
- Gestion des activités;
- Corrigé ou indications des solutions des exercices proposés dans le manuel de l'élève.

A la fin du guide, des références bibliographiques et webographiques pour sont présentées l'auto-formation et la guidance.

Nous espérons que ce guide sera d'un précieux apport pour les enseignantes et les enseignants dans l'accomplissement de leur noble mission qui consiste à former les citoyens et les citoyennes de demain.

Partie 1:

Partie 2:

Partie 1:

1. Cadre de référence
2. Cadre conceptuel
3. Résolution de problèmes
4. Pratiques d'évaluation
5. Remédiation
6. Utilisation des TICE
7. Mathématiques
   et interdisciplinarités

1. Cadre de référence

1 Cadre de référence :

1.1. La charte nationale de l'éducation et de la formation[1]:

La charte nationale de l'éducation et de la formation précise que la finalité majeure de la réforme de l'éducation et de la formation est de placer l'apprenant au centre de la réflexion et de l'action pédagogiques. Dans cette perspective, elle se doit d'offrir aux élèves marocains les conditions nécessaires à leur éveil et à leur épanouissement.

Partant de la finalité précédente, cette charte précise que :

- le système d'éducation et de formation doit s'acquitter intégralement de ses fonctions envers les élèves, en leur offrant l'occasion d'acquérir les valeurs, les connaissances et les habiletés qui les préparent à s'intégrer.
- La nouvelle école nationale marocaine doit devenir : une école vivante, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'apprentissage actif, non la réception passive ; la coopération, la discussion et l'effort collectifs, non le travail individuel seul ; une école ouverte sur son environnement, grâce à une approche pédagogique fondée sur l'accueil de la société au sein de l'école, et la sortie de l'école vers la société avec tout ce qui peut être engendré comme bénéfice pour la nation ; cela nécessite de tisser de nouveaux liens solides, entre l'école et son environnement social, culturel et économique.

1.2. Le document cadre des choix et des orientations pédagogiques[2]:

En prenant en considération la philosophie de l'éducation qui figure dans la charte d'éducation et de formation, le document cadre des choix et des orientation pédagogiques a précisé les choix de l'école marocaine dans le domaine des valeurs et le domaine de développement des compétences :

Les choix dans le domaine des valeurs

- les valeurs de la religion islamique de tolérance ;
- les valeurs de l'identité civilisationnelle et ses principes moraux et culturels ;
- les valeurs de citoyenneté ;

1- الميثاق الوطني للتربية والتكوين - المملكة المغربية.
2- المملكة المغربية - وزارة التربية الوطنية - الكتاب الأبيض-الجزء الأول - الاختيارات والتوجهات التربوية العامة المعتمدة في مراجعة المناهج التربوية يونيو 2002 .

- les valeurs des droits de l'homme et leurs principes universels.

Les choix dans le domaine des compétences

Selon le document cadre les compétences peuvent être:

- **Stratégiques** : connaître soi ; se situer dans le temps et l'espace ; se situer par rapport à l'autre et par rapport aux institutions sociétales ; s'adapter aux contraintes de l'environnement.
- **Communicatives** : la maîtrise de la langue arabe, l'intégration de l'enseignement de la langue amazighe, la maîtrise des langues étrangères, la maîtrise des règles de base du fonctionnement de la langue et l'interaction entre tous les paramètres de production du discours.
- **Méthodologiques** : développer l'attitude réflexive, la perception intellectuelle et la stratégie de travail.
- **Culturelles** : développement du patrimoine culturel de l'apprenant(e), l'élargissement de sa conception et de sa vision du monde et de la civilisation humaine. Renforcement de son identité nationale marocaine afin de la rendre en harmonie avec soi-même, avec son environnement et avec le monde.
- **Technologiques** :
    - La capacité de concevoir, créer et élaborer des productions techniques ;
    - L'utilisation des techniques de l'information et de la communication.

2. Cadre conceptuel

2 Cadre conceptuel :

2.1. Les choix théoriques : Le socioconstructivisme

L'enseignement des sciences Mathématiques a adopté des références qui les éloignent désormais des perspectives d'enseignement traditionnelles. Construits selon une logique de compétences et inscrits dans une perspective socioconstructiviste, les programmes des Mathématiques semblent tourner le dos aux traditionnelles approches comportementalistes, largement légitimées par une longue tradition pédagogique par objectifs.

Le socioconstructivisme est une approche selon laquelle la connaissance interpersonnelle est réalisée par sa construction sociale.

Le socioconstructivisme met alors l'accent sur le rôle des interactions sociales multiples dans la construction des savoirs : La construction d'un savoir s'effectue dans un cadre social. Les informations sont en relation avec le milieu social et avec le contexte. Elles sont le résultat à la fois de ce que l'on pense et des interactions des autres. Il s'agit en effet d'une confrontation entre un processus inter psychique et un processus intrapsychique.

En proposant une approche psycho-sociale des activités cognitives, le socio-constructivisme remet en cause des modèles psychologiques du développement cognitif (constructivisme piagétien), centrés sur des mécanismes individuels, et remet au goût du jour des approches théoriques qui insistent davantage sur les dimensions sociales dans la formation des compétences.

L'idée fondamentale du socioconstructivisme est qu'il est nécessaire de passer d'une psychologie «binaire» (interaction individu-tâche) à une psychologie «ternaire» interaction individu ; tâche et l'autre. Le développement ne peut plus être considéré comme indépendant de l'apprentissage, et l'apprentissage ne peut pas être seulement une relation «privée» entre un enfant et un objet. Dans ce type d'approche, on considère que les variables sociales sont indissociables aux processus d'apprentissage, et que tout développement résulte des apprentissages, grâce à l'effet des mécanismes interindividuels sur les mécanismes intraindividuels.

2.1.1. Les liens entre apprentissage et développement

Vygotski (fondateur du socioconstructivisme) défend la thèse selon laquelle il ne peut y avoir de développement cognitif sans apprentissage et les processus dont il dépend relèvent donc d'une analyse ternaire des relations individu-tâche-autre au cours d'interactions de guidage (au sens large). Cette position s'oppose à la conception behavioriste et à la conception piagétienne, qui certes reconnaît que les facteurs de milieu (dont l'éducation) influencent ce développement, mais qui ne fait pas dépendre le développement cognitif de processus constructeurs intégrant des variables sociales. Pour Vygotski toutes les fonctions psychiques supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont directement issues de rapports sociaux par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels.

Ainsi, le développement intellectuel ne peut donc pas être envisagé indépendamment des situations éducatives et est à considérer comme une conséquence des apprentissages auxquels l'enfant est confronté : «les processus du développement ne coïncident pas avec ceux de l'apprentissage mais suivent ces derniers...» et ce sont les apprentissages qui fondent ce que Vygotski appelle la «zone proximale de développement»[1].

2.1.2. Les processus mentaux supérieurs sont de nature sociale

Selon Vygotski, toutes les fonctions mentales supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée verbale,...) sont socialement élaborées (grâce au langage et aux autres systèmes de signes) et socialement médiatisées, qu'il s'agisse d'activité concernant les rapports de l'homme avec la nature (activité «extérieure»), ou d'activité psychique (activité «intérieure»). C'est l'appropriation des instruments (outils techniques et signes), relevant de l'héritage socio-culturel, qui marque de façon essentielle le passage des activités élémentaires aux activités mentales supérieures.

2.1.3. De l'interpsychique à l'intrapsychique

L'appropriation se fait, selon Vygotski, par transformation de processus interpersonnels en processus intrapersonnels : «Toute fonction apparaît deux fois dans le comportement social de l'apprenant ; d'abord au niveau social, entre les personnes (interpsychologique), ensuite à l'intérieur de l'enfant (intrapsychologique)... Toutes les fonctions supérieures ont leurs origines dans les relations réelles entre individus humains»[2]

1- Vygotski, LS (1985/1933). Le problème de l'enseignement et du développement mental à l'âge scolaire. In B. Shneuwly et J.P. Bronckart (Eds.), Vygotski aujourd'hui (pp. 95-117); Paris : Delachaux et Nlestlé.

2- Schneuwly, B. (1986). Les capacités humaines sont des constructions sociales. Essai sur la théorie de Vygotsky. Eur - pean Journal of Psychology of Education.

2.1.4. Interactions sociales et apprentissages

De nombreux travaux de laboratoire ont montré que les interactions entre pairs en situation de résolution de problèmes jouaient un rôle constructeur sur les compétences cognitives individuelles. A certaines conditions de pré-requis, de choix des tâches à résoudre, de l'organisation des dispositifs et de la dynamique des échanges entre les apprenants, ces derniers peuvent tirer des profits cognitifs importants : aussi bien dans le cas d'interactions symétriques (sujets à statuts égalitaires) de co-résolution[3], que dans le cas d'interactions dissymétriques, entre un enfant «expert» et un enfant «naïf»[4].

2.1.5. Significations sociales des apprentissages

Les travaux ont montré que lorsque la tâche fait référence à des régulations sociales (normes, règles, conventions), les sujets la réussissent mieux et en tirent des bénéfices cognitifs pour résoudre des tâches à logique plus abstraite similaire ou voisine.

De ce fait même, et quelle que soit la signification spécifique des tâches, ces aspects socio-contextuels déterminent pour une bonne part à la fois le sens que les enfants attribuent aux situations nouvelles et les stratégies résolutoires qu'ils développent dans ces situations. On peut ainsi considérer que le traitement par les enfants des situations-problèmes posées est indissociablement lié au traitement adaptatif «déjà là», évoqué par la signification de la situation à résoudre[5].

2.1.6. Les quatre exigences fondamentales d'un enseignement socio-constructiviste

• «L'apprentissage n'est valable que s'il précède le développement»[6]: C'est en faisant évoluer ses représentations actuelles que l'enfant pourra apprendre et se développer. Ainsi, toute situation nouvelle devra permettre à l'enfant de se fonder sur des savoirs acquis antérieurement. Ce qui aura pour conséquence de faciliter la généralisation (ou le transfert) des procédures (ou des stratégies) déjà éprouvées dans des contextes similaires ou voisins.

• Les variables sociales sont indissociables aux processus d'élaboration des savoirs. Les dispositifs d'enseignement doivent donc nécessairement prendre en

3- Doise, W., &Mugny, G. (1981). Le développement social de l'intelligence. Paris : InterEditions.
4- Barnier, G. (1994). L'effet-tuteur dans une tâche spatiale chez des enfants d'âge scolaire. Thèse de Doctorat, Université de Provence, Aix en Provence.
5- Monteil, J.M. (1989). Eduquer et former. Perspectives psycho-sociales. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.
6- Vion, R. (1992). La communication verbale. Analyse des interactions. Paris : Hachette

compte et faire varier habilement les situations de co-construction (travaux de groupe), les situations marquées socialement (dont les principes de résolution peuvent être reliés à des régulations sociales connues).

• Une troisième exigence conduit à considérer les médiations sémiotiques comme fondamentales dans la zone de proche développement. «Les processus de socialisation s'accomplissent au moyen d'interactions médiatisées par le langage». Le langage a donc une fonction organisatrice fondamentale, tant du point de vue de l'attribution de sens par l'élève à une situation d'apprentissage, que du point de vue de l'accomplissement de sa cognition en vue de l'acquisition visée par l'enseignant. Toute situation nouvelle devra donc s'appuyer sur les échanges interactifs (enfant-enfants et/ou élève-enseignant) permettant aux élèves de construire leur propre savoir, par négociations et régulations successives.

• L'élaboration d'outils de pensée «conceptuels» individuels sur place est fondamentale pour favoriser le fonctionnement actuel et doter l'appareil cognitif de schèmes de pensée utilisables dans les résolutions de signes et systèmes de signes socialement élaborés et/ou utilisés dans les échanges médiatisés par l'enseignant, autrement dit de transformer des processus interpersonnels en processus intrapersonnels, ou encore de faire que les actes de langage échangés au cours de la communication verbale entre enseignant et élève(s) deviennent des fonctions actives du traitement cognitif. Les situations d'enseignement devront s'efforcer de favoriser une mémorisation «active», organisée à partir d'une utilisation conscientisée de signes et systèmes de signes langagiers, lesquels deviennent du même coup «outils» cognitifs individuels et permettent une dialectique intraindividuelle, constructrice de la pensée. L'enseignant devra donc provoquer fréquemment des actes illocutoires métacognitifs afin que la prise de conscience des savoirs et des savoir-faire soit la plus claire, la plus explicite et la plus «verbalisable» (langage extérieur - adressé à autrui- ; ou intérieur - «pour soi»-) que faire se peut.

2.2. Les choix pédagogiques:

La stratégie d'enseignement des Maths s'inscrit dans le cadre d'une approche socioconstructiviste favorisant la participation active de l'élève dans les activités d'apprentissage individuelles, en sous-groupes ou collectives. Il s'agit d'impliquer les élèves progressivement dans trois types d'activités d'apprentissage :

- Activités d'apprentissage ponctuel où l'élève s'approprie les concepts scientifiques, les lois, les théories, les modèles explicatifs... et s'exerce sur les habiletés et les attitudes des Maths ;

- Activité de structuration des acquis où l'élève apprend à combiner ses connaissances dans la résolution des exercices d'application ou de synthèse ;

- Activités de mobilisation des acquis pour résoudre une situation-problème complexe qui permet d'évaluer le degré de maîtrise d'une compétence en Maths.

2.2.1. Démarches scientifiques[7]

L'enseignement des Mathématiques qui s'appuie sur le concret et l'action et sur l'implication des élèves en tant qu'acteurs de leur apprentissage nécessite de conduire des moments de structuration des savoirs scientifiques à travers des activités scientifiques dont l'élève est l'acteur de son propre apprentissage.

Dans le champ de ces activités scientifiques, parmi les démarches à privilégier, dont on doit accorder plus d'importance, la démarche expérimentale et la démarche d'investigation.

2.2.2. La démarche d'investigation[8]

La démarche d'investigation est une manière de progresser dans un raisonnement, dans laquelle l'élève est vraiment acteur, puisqu'il recherche la solution d'un problème à résoudre et participe à la stratégie de résolution, voire la conçoit lui-même.

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel et se déroule en sept étapes principales :

a. Étape de motivation « D'où partons-nous ? »

C'est-à-dire une situation-problème, déclenchante et motivante, suscitant la curiosité : faits d'actualité, observations, connaissances acquises antérieurement, représentations initiales, idées reçues... ;

b. Étape de problématisation « Que cherchons-nous ? »

7- Expérimenter, modéliser- Sur la méthode expérimentale ; Michel Develay ASTER N° 8. 1989 INRP.

8- CALMETTES, B. (2007). « Formation à la démarche d'investigation ». Actes du congrès international Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation » (AREF). Strasbourg, AECSE et al.

C'est-à-dire l'appropriation du problème par les élèves, la formulation d'une problématique précise ;

c. Étape de formulation d'hypothèses « Quelle pourrait être la solution ? »

C'est-à-dire l'émission, par les élèves, d'une ou de plusieurs hypothèses pouvant expliquer le problème ;

d. Étape de définition d'un projet de résolution

« Comment allons-nous faire pour chercher ? »

C'est-à-dire la conception d'une stratégie pour prouver ces hypothèses: élaboration d'un protocole expérimental, projet d'observations en classe ou sur le terrain, projet de modélisation, projet de recherche documentaire sur internet... ;

e. Étape de mise en œuvre de cette stratégie « Nous cherchons ! »

C'est-à-dire l'investigation, la résolution du problème par les élèves, avec des modalités variées : aspect expérimental à privilégier, supports de travail à diversifier (matériel concret en priorité, documents « papier », documents numériques, logiciels...) ;

f. Étape de confrontation « Avons-nous trouvé ce que nous cherchions ? »

C'est-à-dire la mise en forme des résultats obtenus et leur confrontation avec les hypothèses, éventuellement au cours d'un échange argumenté, voire un débat ;

g. Étape de conclusion « Bilan de ce que nous avons découvert, expliqué, compris. »

C'est-à-dire l'acquisition et la structuration des connaissances avec une éventuelle généralisation, l'élaboration d'un savoir mémorisable sous forme d'une trace écrite.

3. Résolution de problèmes

3 Résolution de problèmes :

3.1. Qu'est-ce que la résolution de problèmes? [1]

• Modélisation: En tant que processus mathématique, la résolution de problèmes fait partie intégrante de l'apprentissage des mathématiques. Son importance dans l'approfondissement de la réflexion et de la construction du savoir n'est plus l'objet de débat. Si les mathématiciens font une différence entre une situation de résolution de problèmes et un exercice d'application mathématique (ou problème tout court), la pratique dans nos classes est loin de refléter cette différence. Selon Jean Brun, «Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que si la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire [...] «Une Activité de résolution de problèmes peut exiger un effort soutenu chez l'élève, sans pour autant que la solution ne soit hors d'atteinte, tout en lui permettant de constater qu'il peut y avoir plus d'une façon d'arriver à la solution. Le travail en collaboration avec ses camarades peut s'avérer efficace surtout lorsque la complexité de la tâche assignée se situe au-delà du niveau des connaissances de l'élève.

Les activités menant à la résolution d'un problème ne devraient nullement être circonscrites autour d'une solution unique, d'une seule façon de faire ou d'un travail en solidarité.»[2] Par ailleurs, une autre définition proposée «Un problème, c'est une situation qui demande de répondre à une question ou d'accomplir une tâche sans que les moyens à utiliser soient connus».

Il doit provoquer un état de déséquilibre de sorte que l'élève ait à fournir un effort intellectuel pour le résoudre. Un problème qui n'incite pas l'élève à réfléchir n'est pas jugé pertinent; c'est tout au plus l'application d'une procédure ou d'une technique»[3].

Afin de mieux cerner la différence entre les deux catégories de problèmes, voici l'analyse de deux problèmes énoncés ci-dessous: Problème 1: Said a acheté 20 cahiers à 5dh l'unité et 10 stylos à 1,20dh l'unité. Combien a-t-il payé au total? Dans ce problème, l'élève identifie les données et l'inconnue,

1- Curriculum de l'Ontario, 2005.
2- Poirier, 2001, p6.
3- CFORP, 2002.

représente le problème sous forme d'équations et ensuite exécute de façon mécanique la procédure qui consiste en deux multiplications et une addition $(20 \times 5 + 10 \times 1,20)$. La démarche de l'élève relève d'une simple répétition d'un procédé connu et mémorisé de calcul de coût. Problème: Détermine ce qui arrive au volume d'un cube, si on double la mesure de chacun de ses côtés. Contrairement au problème 1, ce problème n'a aucune donnée numérique. La réaction quasi spontanée de l'élève est : «Je ne sais pas par où commencer», «Ce problème n'a pas de solution», etc. L'élève donne l'impression de n'avoir jamais vu le concept de volume. Il perd confiance et est en état de déséquilibre cognitif. Le risque de décrochage est possible. La réaction de tout élève est bien le reflet des routines et pratiques en salle de classe. La pratique courante en mathématiques reste axée sur la transmission des connaissances que l'élève doit être capable de reproduire lors de l'évaluation. Il ou elle est habitué à travailler sur des problèmes directs où l'application d'une formule ou d'un algorithme le mène tout droit au but, c'est-à-dire une valeur numérique (cas du Problème 1). Ce n'est pas la formule du volume d'un cube qui est en cause dans le Problème 2, mais l'incapacité de l'élève à investir le savoir, à faire des liens et surtout à généraliser. Version provisoire pour mise à l'essai. Cette analyse donne une idée plus ou moins claire sur la différence entre les deux catégories de problèmes.

3.2. importance de la résolution de problèmes

Il est nécessaire que l'enseignante ou l'enseignant soit conscient de l'importance du processus de résolution de problèmes dans le développement du raisonnement mathématique de l'élève. Lorsque l'élève s'engage dans cette démarche, il ou elle fait appel à sa créativité, à sa capacité de raisonner et à son jugement. Il convient aussi de souligner que la résolution de problèmes tient compte du niveau de compétences atteint par chaque élève. Ce qui revient à faire de la différenciation.

- Pour tout élève, résoudre un problème se résume à insérer des données dans une formule mémorisée afin de trouver un résultat. Ni le processus, ni la vraisemblance du résultat ne comptent pour l'élève. Pourtant, dans la vie de tous les jours, la manière d'appréhender une situation est aussi importante, sinon plus importante que le résultat.

«La résolution de problèmes n'est pas seulement un objectif de l'apprentissage des mathématiques, c'est aussi l'un des principaux moyens d'apprendre les mathématiques»[4] ;

L'intensité de l'engagement des élèves croît avec les niveaux de difficulté rencontrée. Il est difficile de susciter un engagement de haut niveau pendant une activité routinière d'exécution d'algorithmes;

• La construction du savoir présuppose une responsabilisation de l'élève: l'élève fait appel à ses connaissances antérieures, établit des liens, fait de stransferts, des déductions ou des généralisations. La résolution de problèmes permet aux élèves;

• D'apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l'acquisition et l'utilisation d'habiletés;

• D'améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;

• D'établir des liens entre des divers concepts mathématiques;

• De représenter des idées mathématiques et de modeler des situations à l'aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres, des mots et des symboles;

• De s'engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;

• de réfléchir sur l'importance du questionnement dans le monde des mathématiques;

• De s'intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;

• De préserver en affrontant de nouveaux défis;

• De formuler leurs propres explications et d'écouter celles des autres;

• De participer à des activités d'apprentissage ouvertes qui permettent l'utilisation de diverses stratégies de résolution;

• De développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;

• De collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.

La résolution de problèmes est un processus essentiel à l'apprentissage des

4- National Council or Teachers of Mathematics, 2000, p.52.

mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes-cadres de mathématiques pour les raisons suivantes:

• Elle est la raison d'être des mathématiques dans la vie quotidienne;

• Elle aide les élèves à acquérir de l'assurance en mathématiques;

• Elle permet aux élèves d'apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes aboctissent à la même solution;

• Elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;

• elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;

• Elle permet aux élèves de développer leur habileté à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;

• Elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);

• Elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;

• Elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;

• Elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;

• Elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer chez les élèves la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées.

3-3. Enseignement par la résolution de problèmes

Les situations de résolution de problèmes que l'on fait vivre aux élèves peuvent servir à plus d'une fin. Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement par et pour la résolution de problèmes. Dans l'enseignement par la résolution de problèmes, l'un des principaux buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique. Dans l'enseignement pour la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes.

La résolution de problèmes dans le but de favoriser l'acquisition d'un concept, l'enseignant ou l'enseignante se pose les questions suivantes:

Un programme-cadre axé sur la résolution de problèmes exige un rôle différent de l'enseignant ou l'enseignante en salle de classe. Plutôt que de diriger la leçon du début à la fin, il ou elle doit donner aux élèves le temps nécessaire pour analyser les problèmes, chercher leurs propres stratégies et solutions, et évaluer la vraisemblance de leurs résultats. Même si la présence de l'enseignant ou l'enseignante demeure essentielle. l'accent doit être mis sur le processus de réflexion des élèves.[5]

L'enseignement par la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Il est très important de réaliser que l'enseignement par la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout montrer, voire tout faire. **Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème.** Les élèves sont actifs dans leur apprentissage et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex. illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel en manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves contrôlent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage.

Traditionnellement, le moyen le plus commun de partager un savoir ou d'enseigner un concept est pour l'enseignant ou l'enseignante de le communiquer, de l'expliquer d'une façon logique avec plusieurs exemples aux élèves. Cette pédagogie de l'enseignement perçoit l'enseignant ou l'enseignante comme une sommité en mathématiques, les faits ou algorithmes sont vrais parce que l'enseignant l'a dit et les élèves se doivent de les répéter ou de les apprendre. Cette façon de procéder n'assure pas une compréhension conceptuelle des concepts mathématiques malgré toute l'expertise démontrée par l'enseignant ou l'enseignante. L'enseignement par la résolution de problèmes place les élèves

5- Burns, 2000, p.29.

dans un contexte, dans une situation de problème qu'ils doivent résoudre. Ils sont à la recherche d'une solution, mais pour la trouver ils doivent travailler avec des faits, des données et des quantités. Ils doivent aussi établir des liens, faire des inférences et donner un sens aux concepts mathématiques en utilisant diverses stratégies. «L'enseignement par la résolution de problèmes est une approche intuitive d'enseignement pour ceux et celles qui croient que les élèves apprennent mieux en confrontant des idées qui exigent d'établir de nouveaux liens par eux-mêmes»[6]

3.4. Processus par résolution de problèmes

Il y'a des processus de résolution de problèmes propres à différents domaines des mathématiques. La démarche privilégiée pour résoudre une situation-problème est celle généralement associée au processus d'enquête. Cette démarche suit pratiquement les mêmes étapes que celles utilisées en résolution de problèmes dans les autres domaines d'étude en mathématiques. L'enseignant ou l'enseignante aide les élèves à faire le lien entre ces étapes. Le modèle de processus de résolution de problèmes proposé par George Polya en 1957 est encore utilisé de nos jours dans les cours de mathématiques. Ce modèle inclut quatre étapes :

1. Comprendre le problème;
2. Concevoir un plan;
3. Exécuter un plan;
4. Examiner la solution retenue.

Bien qu'il soit possible de préparer des affiches grand-format pour que les quatre étapes soient toujours à la vue des élèves, il est avantageux de permettre à l'élève d'exprimer sa propre compréhension des quatre étapes que ce soit à l'oral, à l'écrit ou à l'aide de dessins.

6- Small, 2009, p.37.

Modèle en quatre étapes de Polya

Etapes du modèle de Polya	Implications pédagogiques
• Comprendre le problème Qu'est ce que j'ai à faire ou à chercher ?	Encourager les élèves à réfléchir, à parler du problème et à le reformuler dans leurs propres mots avant de travailler avec du matériel de manipulation ou de tenter une solution.
• Concevoir un plan Comment vais-je procéder ? Qu'est ce que je peux utiliser ?	Il faut aider les élèves à élaborer un plan, ils doivent comprendre que tous les plans sont provisoires et peuvent être modifiés au cours du processus. Ils peuvent examiner les stratégies possibles. Leur suggérer, par exemple, de consulter les différentes stratégies affichées dans la classe peut être utile. Il n'est pas nécessaire que les élèves mettent le plan par écrit. Toutefois, il est important qu'ils soient capables de le verbaliser. Pour plusieurs élèves, cette étape se déroule de manière informelle.
• Exécuter le plan Quelles stratégies vais-je utiliser ?	A cette étape, les élèves utilisent des stratégies afin de trouver une ou des solutions au problème, comme faire un dessin ou travailler avec du matériel de manipulation.
	Les interventions de l'enseignant ou de l'enseignante doivent à cette étape susciter une meilleure compréhension tout en évitant de «résoudre» le problème pour les élèves. Il faut encourager les élèves à persévérer en leur offrant des suggestions pour les aider à sortir d'une impasse (p.ex, «As-tu demandé à catherine si elle a une idée ? Regarde les différentes stratégies affichées dans la classe pour voir si tu pourrais t'y prendre autrement. Est-ce que tu connais un problème semblable à celui-ci ?») ou à utiliser leurs propres stratégies. Elles peuvent leur permettre de résoudre le problème et de mieux démontrer leur compréhension.
• Examiner la solution retenue La stratégie utilisée est-elle appropriée ?? Comment puis-je vérifier l'exactitude ou la vraisemblance de ma réponse ?	C'est l'étape de la mise en commun des idées. Grâce aux échanges, les élèves réalisent que diverses stratégies peuvent être utilisées et commencent à les évaluer de manière critique afin de déterminer celle qui serait la plus appropriée pour résoudre le problème (p.ex, la plus efficace, la plus facile à comprendre). L'enseignant ou l'enseignante doit inciter les élèves à vérifier la vraisemblance de leur réponse, l'efficience de leur démarche et les aider à développer des stratégies pour ce faire.

4. Pratiques d’évaluation

4 Les pratiques d'évaluation :

1. L'importance de l'évaluation pédagogique :

Évaluer, c'est situer un acte par rapport à une référence. C'est, plus précisément, juger de la différence entre cet acte de cette référence. L'acte peut-être une activité, une performance, une production d'un élève, etc.

L'évaluation joue un rôle essentiel dans la façon dont les élèves apprennent, dans leur motivation à apprendre et dans la façon dont les enseignants enseignent.

L'évaluation a une grande importance dans l'acte d'apprentissage car :

• elle est au service de l'apprentissage : L'évaluation éclaire les enseignants et les enseignantes sur ce que les élèves comprennent et leur permet de planifier et d'orienter l'enseignement.

• elle permet, en tant qu'apprentissage, aux élèves de prendre conscience de leurs méthodes d'apprentissage et d'en profiter pour ajuster et faire progresser leurs apprentissages en assumant une responsabilité accrue à son égard.

• les renseignements recueillis à la suite de l'évaluation permettent aux élèves, aux enseignants, aux enseignantes et aux parents, ainsi qu'à la communauté éducative au sens large, d'être informés sur les résultats d'apprentissage atteints à un moment précis afin de souligner les réussites, planifier les interventions et continuer à favoriser la réussite.

2. Les différentes formes d'évaluation à pratiquer en classe :

2-1. Évaluation diagnostique :

Pratiquée au début de l'apprentissage, c'est un outil, une base de travail pour l'enseignant(e):

- Au début de l'année scolaire, elle permet à l'enseignant(e) de mesurer le chemin parcouru, c'est-à-dire de répertoriser les éléments fondamentaux du programme de l'année précédente afin de les intégrer à sa progression.
- Au début des séances d'apprentissage, les évaluations diagnostiques ponctuelles permettent à l'enseignant(e) de vérifier l'assimilation des savoirs et des savoir-faire appris aux cours précèdents.

2-2. Évaluation formative :

S'inscrit dans un processus de contrôle permanent, elle est donc étroitement liée à l'apprentissage puisqu'elle permet à l'élève d'apprendre par l'intermédiaire de son évaluation. Elle est en rapport avec les objectifs précis et déterminés par le professeur. Cette évaluation permet à l'enseignant(e) de voir si les objectifs sont atteints; sinon on prépare un travail de remédiation.

Les approches d'évaluation formative :

L'évaluation formative peut être menée par interaction directe dans la classe ou par les biais d'outils ou d'instruments élaborés à ce propos. Ces deux perspectives ont engendré dans la littérature et dans la pratique deux approches de l'évaluation formative[1]:

- **Une approche non instrumentée**, appelée approche «informelle» ou «interactive», qui permet de vérifier les apprentissages des élèves sans utilisation d'instruments de mesure proprement dits;
- **Une approche instrumentée**, appelée approche «formelle» ou «teractive», caractérisée par le recours à des outils permettant de recueillir l'information voulue sur les apprentissages des élèves.

2-3. Évaluation sommative :

En fin d'apprentissage, il conviendra de faire le bilan des connaissances des élèves, c'est-à-dire à la fin d'une unité d'apprentissage, cette évaluation pourra prendre appui sur des supports nouveaux proposés par le proffesseur, à partir desquels les élèves devront montrer qu'ils ont la capacité de réutiliser de manière de plus en plus autonome les savoirs et savoir-faire. Elle permet donc d'apprécier le niveau de l'élève par rapport à la classe ou par rapport à un niveau idéal.

1- Evaluation formative- Gérard Scallon- Edition du Renouveau Pédagogique- Canada- 2000.

5. Remédiation

5 La remédiation :

En pédagogie, la remédiation[1] est un dispositif plus ou moins formel qui consiste à fournir à l'apprenant de nouvelles activités d'apprentissage pour lui permettre de combler les lacunes diagnostiquées lors d'une évaluation formative. On a recours pour cela à différentes propositions pédagogiques, qui pour être efficaces, doivent être sensiblement différentes des méthodes utilisées lors de la phase d'enseignement.

1. La remédiation différée et la remédiation immédiate :

La remédiation différée consiste en un traitement portant sur des difficultés parfois «lourdes» et qui peut être confié soit à un maître spécialisé, en dehors de la classe, soit à d'autres personnes. Parfois, une forme moins radicale implique l'enseignant et l'enseignante, mais celui-ci propose alors des activités particulières ou adaptées, organisées à des moments distincts, hors du cheminement de la séquence d'apprentissage, y compris, par exemple, sous la forme de travaux à domicile.

La remédiation immédiate est entièrement intégrée à la séquence d'enseignement/ apprentissage et se concentre sur des problèmes spécifiques. C'est une réponse directe proposée à l'élève dès qu'une difficulté (les erreurs à rectifier, des blocages et les obstacles à dépasser) a été diagnostiquée. La remédiation immédiate est un processus de régulation qui peut prendre trois formes : proactive (en début d'apprentissage), interactive (en cours de séquence) et rétroactive (en fin de séquence).

2. Un modèle théorique de la remédiation immédiate[2]:

La démarche de remédiation immédiate peut-être décomposée en 4 temps:

l'activité, le diagnostic, la remédiation immédiate et la mise en œuvre de nouvelles activités ou un retour à l'activité initiale.

Temps 1: L'activité; il s'agit d'une situation où aucune difficulté n'a été diagnostiquée.

Temps 2: Par le biais d'évaluation pouvant prendre différentes formes et régulant les apprentissages, une difficulté est diagnostiquée de façon interne (par l'élève)

1- «Pédagogie : dictionnaire de sconcepts clés/Raynal, Françoise; Rieunier, Alain. ESF 1998)»

2- Outils de remédiation immédiate Pour plus d'efficacité et d'équité dans le processus d'enseignement à l'école fondamentale 1 Arnaud Dehon, Antoine Derobertmesure université de Mons-Hainaut Institut d'Administration scolaire.

et/ou de façon externe (par l'enseignant(e)).

Pour que le diagnostic soit possible et soit cohérent, il doit être en lien direct avec les finalités du dispositif: compétence(s) à développer et objectif(s) poursuivi(s).

Temps 3: Une fois le diagnostic clairement établi, des activités de remédiation immédiate sont mises en place. Cette intervention peut être interne- l'élève peut ainsi modifier sa stratégie cognitive- ou en externe- l'enseignant(e) propose une activité complémentaire à l'élève ou modifie sa trame de leçon.

Temps 4: Si la difficulté a été dépassée, l'élève peut poursuivre l'activité prévue initialement par l'enseignant(e). Dans le cas contraire, le cycle est répété et un second dispositif de remédiation est envisagé.

3) Comment choisir des outils de remédiation immédiate :

Pour qu'un outil vienne en soutien de la démarche de remédiation immédiate, il est essentiel qu'il offre de nouvelles opportunités d'apprentissage à l'élève par des aides personnalisées qui sont fonction de la difficulté qu'il rencontre. Cette aide doit être apportée dès que la difficulté a été diagnostiquée. Ces conditions ont été traduites en caractéristiques objectivables et sont présentées dans ce qui suit :

3-1. Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage :

Offrir de nouvelles opportunités d'apprentissage se caractérise par le terme remédiation, c'est-à-dire «seconde médiation» ou «seconde possibilité d'apprentissage», différente de celle qui a conduit à l'émergence d'une difficulté. L'enjeu est alors de proposer une manière différente d'appréhender la notion étudiée pour vaincre la difficulté, c'est une remédiation de type pédagogico-didacatique car elle porte sur des (conflits socio-cognitifs) ou en autonomie.

3-2. Des aides personnalisées :

La seconde condition, portant sur les ailes personnalisées, implique, d'une part, une prise en compte individualisée de la difficulté et, d'autre part, une adaptation au profil d'apprentissage de l'élève, c'est une remédiation cognitive : elle est spécifique au processus d'apprentissage de chaque élève et en dépend. Ceci signifie que l'outil doit permettre à chacun de réaliser les tâches en tenant compte de son propre rythme d'apprentissage et selon un cheminement cognitif personnel. Un outil riche qui propose une progression différenciée des rythmes et de procédures de résolution de problèmes conviendra à un nombre important d'élèves.

3-3. Varier les difficultés :

La différenciation touche également aux types de difficultés rencontrées par les élèves. Pour que l'usage de l'outil puisse convenir à un maximum d'élèves et dans de nombreuses situations, les niveaux de difficultés abordés doivent être diversifiés et répondre au maximum aux besoins des élèves. A partir d'une même notion, un élève peut rencontrer une difficulté qui porte davantage sur la compréhension que sur la connaissance ou la mémorisation de l'information (les notions de connaissances déclaratives, procédurales et conditionnelles en psychologie cognitive). A cette multitude de niveaux et de types de difficultés, il faut ajouter un facteur d'adéquation avec la situation de classe: la remédiation immédiate a pour but de dépasser les difficultés rencontrées par l'apprenant(e) dans une situation de classe : aussi, un outil variant les difficultés, mais ne proposant pas une solution adaptées à la difficulté de l'élève a peu de chances d'être efficace.

3-4) Diagnostiquer et faciliter la remédiation immédiate :

Pour qu'il y ait remédiation immédiate, il est nécessaire qu'une évaluation produise un diagnostic capable de cibler les difficultés rencontrées par l'apprenant. Les difficultés n'apparaissent pas uniquement au début d'apprentissage et l'évaluation doit être répétée tout au long de l'enseignement, sous la forme d'une évaluation formative, et permettre de réguler les activités des élèves et de l'enseignant. Un outil prévoyant des étapes de diagnostic et de régulations apporte un enrichissement à la pratique enseignante en complétant l'observation des difficultés des élèves réalisée directement par l'enseignant(e). Si l'outil intègre une évaluation des acquis, stimulant la métacognition ou procédant par autocorrection et évaluation formative, il sera davantage à même de venir en aide à l'élève, en facilitant le travail de l'enseignant, confronté à un groupe classe et non à des élèves isolés.

6. Utilisations des TICE

6 Intérêt d'intégration des TICE en mathématiques :

Au Maroc, force est de constater que les technologies de l'information et de la communication bouleversent le monde de l'enseignement. La présence d'une forte volonté institutionnelle pour promouvoir l'intégration des TICE dans l'enseignement au Maroc est soulignée dans le levier 10 de la Charte de l'Education et de la Formation. En effet, ces outils représentent des «impératifs stratégiques» pour améliorer la qualité de l'enseignement.

6-1. En formation des enseignants (es) :

Un enseignant et enseignante doit recevoir une formation adéquate, tant sur le plan informatique que pédagogique, il (elle) doit être apte à modifier sa manière d'enseigner en utilisant des logiciels dynamiques en classe, il est donc essentiel qu'il (elle) ait en main tous les moyens nécessaires pour réussir sa séance.

Chaque enseignant(e) doit non seulement avoir des connaissances sérieuses en informatique mais plutôt un utilisateur conscient de toutes les possibilités offertes en pédagogie pour développer le goût d'apprendre chez l'élève.

6-2. L'intérêt pour l'élève :

Les activités mathématiques peuvent être enrichies dans une classe en utilisant un vidéoprojecteur et en travaillant d'une façon collective.

Pour que l'élève réfléchisse et raisonne comme un chercheur, il doit construire ses propres savoirs en utilisant un ordinateur portable ou une tablette, ses erreurs ne sont plus considérées comme des fautes mais des déclencheurs de nouvelles idées pour montrer une propriété ou trouver la solution d'un problème et donc pour reconstruire le savoir. Ainsi la simulation et la visualisation permettent aux apprenants de bien assimiler les propriétés, les définitions, les théorèmes et notamment tous les concepts mathématiques.

L'observation visuelle des divers cas amène l'élève à émettre des conjectures et lui permet de développent des compétences autres que les compétences disciplinaires.

6-3. L'intérêt pour le professeur :

Les simulations permettent aux enseignants(es) de mieux aborder l'importance des prérequis et d'améliorer les méthodes de l'enseignement; elles leur permettent d'extérioriser les représentations des élèves et de mieux saisir leurs difficultés et de remédier leurs erreurs.

L'enseignant (e) doit accompagner l'élève dans le développement de ses propres connaissances et aussi dans les démarches d'apprentissage; d'où l'intérêt de l'utilisation des logiciels qui lui permettent de développer la réflexion chez ses apprenants sur le statut des objets et les relations entre eux pour construire les figures géométriques dynamiques.

6-4. Description du logiciel GeoGebra :

Il s'agit d'un logiciel de géométrie dynamique, avec lequel on peut réaliser des figures puis découvrir, vérifier et étudier leurs propriétés en explorant de nombreux cas.

6-4-1. interface graphique :

Le logiciel GeoGebra est constitué de cinq zones principales :

La barre d'outils : contient les principaux outils de constrution (crée point, droite, droite parallèle, segment, cercle, angle, etc);

La barre de saisie : permet d'entrer des commandes et de définir directement des objets.

La fenêtre algèbre : regroupe des informations sur les objets crées (coordonnées, équations, longueur, etc);

La feuille de travail : dans laquelle sont représentés graphiquement les objets crées. Par exemple la représentation graphique de la fonction;

La feuille tableur : permet d'effectuer des calculs, des statistiques et de construire des diagrammes et des graphiques.

La zone de travail : montre l'aspect géométrique d'un objet 2D ou 3D.

La zone d'algèbre : montre son aspect analytique, ce qui facilite aux élèves l'acquisition d'une double perception d'un problème;

Le curseur : permet de créer des variables ou des paramètres, pour traiter un problème mathématique ou un problème issu de la vie courante.

6-4-2. Caractéristiques de GeoGebra :

L'utilisation de GeoGebra présente plusieurs avantages :

• Facilité d'utilisation : GeoGebra est doté d'une interface simple et facile à utiliser.

• Multifonctionnalité : GeoGebra est un progiciel à multiples fonctionnalités.

• Logiciel libre : c'est-à-dire que l'utilisateur peut le télécharger et l'utiliser gratuitement.

• Logiciel open source: c'est-à-dire que l'utilisateur a le droit d'effectuer des modifications[1].

• un logiciel adapté à exporter des fichiers sous format «.Tex» ou «.JPG».

1- http//:www.geogebra.org/help/geogebraquikstat_fr.pdf

7.2. Liste d'outils didactiques facilitant différentes phases d'apprentissage

On a proposé des vidéos et activités utilisant des tice pour favoriser l'apprentissage

	Liste des vidéos 3AC	PAGE du manuel
Vidéo 1	Prise en main du logiciel GeoGebra..	5
Vidéo 2	Constructions géométrique sur grille.	5
Vidéo 3	Constructions géométrique sans grille.	5
Vidéo 4	Calcul formel avec GeoGebra : Développement.	8
Vidéo 5	Calcul formel avec GeoGebra : Factorisation.	8
Vidéo 6	Exercice 15 CH2 Manuel 3AC Maxi Maths.	29
Vidéo 7	Exercice 21 CH2 Manuel 3AC Maxi Maths.	29
Vidéo 8	Activité Théorème de Thalès.	91
Vidéo 9	Activité Théorème de Pythagore.	91
Vidéo 10	Activité Trigo- Sinus.	92
Vidéo 11	Activité Trigo- Tangente.	92
Vidéo 12	Activité Angle inscrit et angle au centre	118
Vidéo 13	Activité Angles inscrits qui interceptent le même arc.	118
Vidéo 14	Résolution d'un problème géométrique (Triangle quelconque)	165
Vidéo 15	Résolution d'un problème géométrique (Triangle particulier)	165
Vidéo 16	Exercice 13 CH10 Manuel 3AC Maxi Maths.	161
Vidéo 17	Exercice 40 CH12 Manuel 3AC Maxi Maths.	164
Vidéo 18	Exercice 44 CH12 Manuel 3AC Maxi Maths.	164
Vidéo 19	Activité coordonnées d'un vecteur.	211
Vidéo 20	Activité coordonnées du milieu d'un segment.	211
Vidéo 21	Activité équation réduite d'une droite non parallèle aux axes.	185
Vidéo 22	Exercice 30 CH15 Manuel 3AC Maxi Maths.	208
Vidéo 23	Exercice de statistique (avec Excel) Manuel 3AC Maxi Maths.	239
Vidéo 24	Activité de géométrie dans l'espace.	240

7. Mathématiques et interdisciplinarité

7 Mathématiques et interdisciplinarité*

Les mathématiques font partie des domaines identifiés comme discipline scolaire depuis très longtemps. Souvent considérées comme un pur royaume d'abstraction, leur capacité à interagir avec les autres disciplines et, au-delà, avec le monde sensible, est fréquemment interrogée. Il n'est pas rare, pour un professeur de mathématiques de s'entendre poser en classe la question suivante : « mais à quoi ça sert ? » ; il est très fréquent, qu'il se pose lui-même la question : « si je leur présente ça de cette façon, ils vont me dire : à quoi ça sert ? ». Cette question de l'utilité pour « autre chose », et donc, du lien entre les mathématiques et cet autre chose, reste très présente, si ce n'est dans les classes, au moins dans la culture commune de la profession. Contextualiser l'enseignement des mathématiques. Une des premières façons de rapprocher les mathématiques de l'extra-mathématiques, consiste à contextualiser leur enseignement. Plusieurs programmes scolaires le préconisent explicitement (certains même l'imposent) en demandant parfois une approche « concrète » des notions. L'idée étant de rendre les mathématiques plus attractives en les rattachant à un environnement déjà connu et si possible apprécié par les élèves. Le concret des uns pouvant rapidement constituer l'abstrait des autres, penser son enseignement en termes de contextualisation des situations abordées, peut souvent, dans cet optique de captation de l'attention des élèves, s'avérer plus pertinent. Encore faut-il choisir les bons contextes ; les fractions expliquées à grand renfort de cadrans d'horloge à l'heure où le temps se lit sur les écrans numériques des téléphones portables ;

À l'heure de « l'individualisation de masse » le dénominateur commun à un groupe d'une trentaine d'élèves n'est pas toujours facile à trouver. Aller vers les autres disciplines enseignées, choisir des situations que les élèves auront déjà rencontrées dans le cours de géographie, de sciences physiques ou d'économie, c'est s'assurer, en déléguant la responsabilité et le travail de dévolution à d'autres membres de l'équipe pédagogique, que l'on va pouvoir s'appuyer sur un contexte connu de l'ensemble de la classe. La diversité des matières enseignées

Mathématiques et interdisciplinarité Alice Ernoult(*) et François Moussavou et des programmes en vigueur, garantissent à eux seuls, l'existence d'un vivier conséquent de situations utilisables. Cette approche constitue une façon assez naturelle d'aborder l'interdisciplinarité dans le cours de mathématiques.

Les mathématiques enseignées par les autres disciplines Les mathématiques, dont on aime à dire qu'elles sont partout, se retrouvent assez naturellement utilisées, et donc pour partie enseignées, dans les cours d'autres disciplines. Il s'agit parfois d'approches expertes (en particulier par nos collègues de sciences physiques) et parfois d'interventions plus originales et peut être moins bien maîtrisées. Quoiqu'il en soit, le professeur de mathématiques doit accepter qu'il n'est pas

le seul lien entre sa discipline et ses élèves. Un autre écueil à prendre en compte, c'est le vocabulaire scientifique (on pense par exemple à l'hypothèse énoncée en sciences qui reste bien différente de l'hypothèse utilisée en mathématiques) qui peut amener les élèves à faire des rapprochements assez hasardeux ou au contraire les conduire à considérer deux notions identiques comme des concepts distincts et séparés. Là aussi, une gestion interdisciplinaire permet de préciser les choses de façon bien plus cohérente que si chaque enseignant se contentait d'édicter « sa vérité ».

Les enseignants de mathématiques se perçoivent rarement comme des « profs de calcul ». Or cette situation peut et doit être mise à profit dans le cours de mathématiques en instaurant une véritable dialectique outil-objet ;

les mathématiques utilisées comme un outil dans le cadre d'un projet, sont identifiées. On se retrouve alors dans une situation proche du travail à partir d'une contextualisation, mais ici, le contexte n'est plus un prétexte : c'est l'enjeu central de l'activité de la classe auquel les mathématiques, et les autres disciplines, vont venir se greffer. Les limites d'une telle approche, si elle devait être exclusive, étant bien entendu qu'une équipe pédagogique devrait alors être en mesure de proposer des projets suffisamment complexes et suffisamment riches, pour permettre au professeur de mathématiques d'en extraire la totalité des contenus de son programme. Au-delà d'une telle utopie, des projets, même ponctuels et alternés avec d'autres types d'approches de l'enseignement des mathématiques, devraient être assez diversifiés.

Le cloisonnement qui existe à l'école entre les matières enseignées, existe aussi au sein de chaque discipline entre les différents domaines, les différents sujets ; là aussi, construire du lien entre ses parties peut aider à mieux comprendre le tout que forme la discipline. On ne parle plus d'approche inter, mais interdisciplinaire. Les mathématiques mixtes, dont la quasi-totalité des composantes ont été rattachées, dans l'enseignement scolaire, aux sciences physiques (l'optique, la mécanique, ...) ou sont devenues des disciplines autonomes (la géographie, l'astronomie ...), sont, par essence, les plus adaptées aux travaux interdisciplinaires. Elles illustrent parfaitement le processus de mathématisation (dans le sens où elles permettent une modélisation mathématique de situations extra-mathématiques). Dans une séquence d'enseignement, elles correspondent à l'exploitation, en cours de mathématiques, d'un contexte issu d'une autre discipline. On peut noter que la statistique, qui est un des rares domaines des mathématiques mixtes encore rattaché aux mathématiques dans l'enseignement scolaire, se prête particulièrement bien à une approche interdisciplinaire.

Les mathématiques appliquées enfin, dont la déclinaison dans la salle de classe correspondrait à une sorte de « justification a posteriori » de l'utilité des notions enseignées. Il ne s'agit plus de partir d'une situation et de regarder comme les mathématiques peuvent aider à son analyse et à sa compréhension, mais d'illustrer comment des contenus mathématiques étudiés en classe peuvent trouver leur application dans un autre domaine. Dans une approche interdisciplinaire, on a bien une différence entre des mathématiques qui interviendraient avant ou après les autres disciplines. APMEP n° 524 54 Dossier : mathématiques et interdisciplinarité Conclusion Si l'enseignement des mathématiques ne doit pas être réduit à la simple question de leur utilité pour « autre chose », nous ne pouvons ignorer cette interrogation légitime. Elle nous interpelle sur ce que les rapports entre les mathématiques et le réel, les mathématiques et les autres disciplines, peuvent apporter pour l'apprentissage des élèves. L'enseignement des mathématiques a tout à gagner d'une approche interdisciplinaire à partir du moment où celle-ci est

Volume 7/2. [2] Comment décrire et analyser l'activité mathématiques ? Cadre et registre. Raymond DUVAL.

justifiée. Pour exister, l'interdisciplinarité a besoin, par définition, de travailler au milieu de disciplines identifiées. Ce découpage peut aider à structurer les savoirs ; il permet aussi à l'école de montrer aux élèves qu'une même question peut être abordée de diverses façons et avec différents points de vue. Enfin, à une époque où l'on nous affirme en permanence et à juste titre, que le savoir est disponible partout, apprendre aux enfants à identifier à quels domaines peut se rattacher telle ou telle question, c'est leur donner des outils qui leur permettront de savoir où trouver les réponses. Pour l'enseignant(e), travailler en interdisciplinarité, c'est aussi accepter qu'une partie de son corpus disciplinaire sera transmis par d'autres et qu'il aura, de son côté, à aborder des sujets en dehors de son champ d'expertise ; se pose donc la question de la formation à ces pratiques (formation à l'approche interdisciplinaire, formation à la démarche de projet et formation aux autres disciplines). En mathématiques, sans doute bien plus qu'ailleurs, ces problématiques d'enseignement, d'interaction et de formation, vont devenir de plus en plus centrales avec l'arrivée de ce nouveau domaine scientifique qui n'a pas encore acquis, dans l'enseignement secondaire, son indépendance disciplinaire :

Exemples d'activités dans le manuel favorisant l'interdisciplinarité :

On a inséré dans le guide des exercices favorisant l'interdisciplinarité et / ou des exercices de la vie courantes :

Exemples : Voir la page 223. Activités complémentaires (interdisciplinarité ; jeux ; défis ; vie courante)

---

l'informatique. Bibliographie [1] Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Régine DOUADY. Revue Recherche en Didactique des Mathwématiques

Partie 2:

1. Introduction
2. Instructions officielles
3. Analyse didactique du programme des mathématiques en 3ème année du collège
4. Répartition du programme

5.1. Fiches didactiques

5.2. Activités complémentaires

(interdisciplinarité ; jeux ; défis ; vie courante)

6. Références

1. Introduction

1 Introduction :

Depuis plusieurs années, d'énormes changements se sont opérés au niveau de l'enseignement des concepts et des habiletés liés à la littérature et à la numératie, et ce, partout dans le monde. Des pays comme la France, l'Angleterre, les Etats-unis et l'Australie ont élaboré et mis sur pieds des initiatives fondées sur la recherche afin d'améliorer les méthodes d'enseignement et d'évaluation, les compétences des leaders pédagogiques et la responsabilité des diverses instances en ce qui a trait à l'apprentissage de la lecture et des mathématiques. Le ministère de l'Education Nationale a également mis en œuvre des initiatives ciblant l'amélioration du rendement des élèves en lecture et en mathématiques.

Ces mesures reposent sur des recherches qui démontrent l'importance de deux facteurs dans l'amélioration du rendement des élèves : le renforcement de l'expertise du personnel enseignant aux fins d'une efficacité professionnelle accrue, ainsi que l'élaboration et la mise en œuvre de plans d'amélioration, ce guide, traitant des éléments fondamentaux, se concentre sur l'efficacité de l'enseignement des mathématiques. Il s'inspire des recherches les plus actuelles sur les pratiques d'enseignement et d'évaluation et d'autres ressources qui ont fait leurs preuves dans l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques. Il ajoute aux forces qui existent actuellement dans le système d'éducation et cherche à renforcer l'expertise de l'enseignement des mathématiques dans les établissements. Les chercheurs et les éducateurs s'entendent sur les connaissances et les compétences dont les enfants ont besoin en mathématiques, sur les activités qui aident au développement des habiletés et de la compréhension, ainsi que sur les composantes fondamentales d'un programme de mathématiques efficaces. Mais pour plusieurs enseignantes et enseignants débutants et chevronnés, il existe toujours un écart entre la théorie et la pratique. Comment les recherches actuelles portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques peuvent-elle être appliquées de manière concrète en classe? Quelles connaissances et compétences permettent aux enseignants et aux enseignantes d'aider chaque enfant à bien réussir en mathématiques? Ce guide est conçu depuis le début pour répondre à ces questions en présentant au personnel enseignant du cycle collégial, des stratégies efficaces fondées sur la théorie et sur la pratique. Il a été élaboré dans but d'aider le personnel enseignant et les autres intervenants en éducation dans leur travail visant à améliorer la compréhension des mathématiques des élèves de la 1AC à la 3AC.

1. Les cinq principes sont du présent guide:

Principe n°1 : Tous les élèves peuvent avoir du succès en mathématiques

Tous les élèves peuvent apprendre les mathématiques. La maîtrise des mathématiques ne devrait pas être la réalité d'un petit groupe d'élèves. Les stratégies d'enseignement varié, les regroupements d'élèves, les ressources et le soutien administratif ou parental sont des aides précieuses à l'apprentissage des mathématiques. Tous les élèves devraient acquérir les mêmes fondements en mathématiques et bénéficier d'un enseignement de qualité. Ce guide contient des suggestions offrant diverses possibilités d'apprentissage en mathématiques à tous les élèves.

Principe n°2 : L'enseignement des mathématiques devrait être fondé sur les résultats de recherches validées en classe.

Les renseignements provenant d'études internationales, de nouvelles recherches sur l'enseignement des mathématiques et une nouvelle compréhension sur la façon dont les élèves apprennent, ont incité les pédagogues à évaluer l'efficacité des stratégies d'enseignement. Par exemple, le consensus de l'heure sur la question est celui de l'importance de l'enseignement par la résolution de problèmes pour le développement, chez les élèves, de la compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques. Cette approche semble être la plus avantageuse pour l'amélioration du rendement des élèves. Ce guide est fondé sur la recherche et sur l'expérience d'enseignantes et d'enseignants (voir partie 1).

Principe n°3 : L'acquisition de fondements solides en mathématiques et le développement d'une attitude positive à l'égard de la matière dès le primaire, constituent les bases nécessaires à l'apprentissage des mathématiques tout au long de la vie.

La compréhension des concepts fondamentaux en mathématiques [à tous les niveaux : primaire, collégial, lycée et supérieur] se développe à l'aide d'un programme efficace en mathématiques, un enseignement de qualité et un environnement qui valorise une communauté d'apprenants et d'apprenantes en mathématiques. Ce guide contient des conseils, des outils et des stratégies d'enseignement qui aideront les enseignants et enseignantes à bâtir sur la compréhension intuitive des élèves en mathématiques et à établir une base solide en mathématique.

Principe n°4 : L'enseignant ou l'enseignante joue un rôle déterminant dans la compréhension des mathématiques [par les élèves].

La capacité du personnel enseignant à dispenser un enseignement efficace en mathématiques est le facteur le plus important dans l'apprentissage des élèves en mathématiques. Lorsque les enseignants et enseignantes perfectionnent leur compréhension des mathématiques et du processus d'apprentissage par les élèves, ainsi que leur compréhension des stratégies propices à cet apprentissage, ils améliorent plusieurs aspects de leur enseignement.

L'enseignant ou l'enseignante qui fournit à l'élève un programme motivant d'apprentissage des mathématiques sait faire preuve d'esprit critique et faire des choix judicieux au niveau des activités, des stratégies, des interventions et des ressources. Le but de ce guide est d'améliorer les connaissances et les compétences des enseignants et enseignantes en enseignement efficace des mathématiques.

Principe n°5 : L'enseignement efficace des mathématiques requiert l'appui et la coopération des leaders pédagogiques au niveau de l'établissement et du conseil, des parents et de la communauté en général.

L'enseignement efficace des mathématiques au cycle collégial ne peut se faire tout seul. Il met à contribution non seulement les enseignantes et les enseignants des cours de mathématiques, mais aussi tous leurs partenaires au sein du système d'éducation, y compris les parents. Tous les partenaires jouent un rôle significatif dans la création des conditions idéales permettant aux enseignants et enseignantes d'assurer un enseignement efficace, et aux élèves d'apprendre en utilisant toutes leurs habiletés. Tous les intervenants et intervenantes doivent connaître et comprendre les composantes d'un programme efficace de mathématiques au cycle intermédiaire.

2. Instructions officielles

2 Instructions officielles :

2.1. Programme officiel de mathématiques de la premiére année du cycle secondaire collégial

- **Premier semestre:**

1. Activités numériques :	
1.1. Opérations sur les nombres naturels et les nombres décimaux positifs	- Ecriture d'une expression composée de plusieurs opérations. - Connaître les deux relations $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$ les utiliser dans les deux sens.
1.2. Les nombres fractionnaires - Ecriture fractionnaire - La multiplication - L'addition	- Exprimer un nombre par les différentes écritures fractionnaires. - La multiplication de deux nombres fractionnaires. - Rendre le dénominateur décimal un nombre naturel. - Comparaison : addition et soustraction des fractions.
1.3. Les nombres décimaux relatifs - L'ordre - La multiplication - L'addition - Le quotient - Le puissantes, les propriétés des puissances et les puissances de base 10.	Ordonner des nombres décimaux positifs (croissant ou décroissant). - Graduer un segment. - Additionner des nombres décimaux relatifs. - Transformer une différence à une somme. - Utiliser les parenthèses dans ce exemples numériques. - Factoriser des sommes algébriques simples. - Calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs. - Calculer le quotient de la division d'un nombre décimal relatif par un nombre décimal non nul. - Reconnaître l'écriture $\frac{a}{b}$. - Calculer des valeurs approchées du quotient de la division d'un nombre décimal relatif par un nombre décimal non nul. - Encadrer ce quotient. - Reconnaître la puissance d'un nombre. - Utiliser les propriétés de puissances de base 10. - Calculer des sommes algébriques.

2. La géométrie :	
2.1. Les notions essentielles	Construire quelques figures géométriques usuelles (le rectangle ; le triangle ; le losange;...). - Mesure et comparer des longueurs , des périmètres, les surfaces et les angles de certaines figures géométriques planes.
2.2. Le triangle	- Utiliser la propriété de la somme des mesures des angles d'un triangle dans des situations différentes et sur les triangles particuliers (triangle isocèle, triangles équilatéral, triangle rectangle). - Construire un triangle connaissant les mesures de ses côtés. - Reconnaître l'inégalité triangulaire et ses applications. - Construire une droite perpendiculaire à une autre droite.
- L'orthogonalité	- Construire la droite perpendiculaire à une autre droite passant par un point donné. - Construire les hauteurs d'un triangle. - Déterminer l'orthocentre d'un triangle.
- Les médiatrices d'un segment	- Reconnaître la médiatrice d'un segment.
- Les bissectrices des angles d'un triangle	- Reconnaître la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment et ses applications. - Construire le cercle circonscrit au triangle. - Construire les bissectrices des angles d'un triangle. - Reconnaître la propriété caractéristique de la bissectrice d'un angle. - Construire le cercle inscrit dans un triangle.

- **Deuxième semestre:**

1) Activités numériques :	
1.1. Développement et factorisation	- Développer un produit et favoriser une somme des nombres décimaux.
1.2. Les equations	- Reconnaître l'inconnue. - Reconnaître quelques techniques simples pour résoudre des problèmes. - Retrouver la solution et vérifier les solutions obtenues. - Mathématisation des situations différentes.
2) La géométrie:	
2.1. La symétrie centrale et le parallélogramme	- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle par rapport à un point. - Etudier la conservation de la distance, de l'alignement ; la surface et la mesure des angles par une symétrie centrale. - Reconnaître le parallélogramme et ses propriétés concernant les côtés et les angles. - Relier le parallélogramme par la symétrie centrale. - Reconnaître le losange, le carré et le rectangle. - Déterminer le centre de symétrie ou l'axe de symétrie des figures géométriques simples.
Les deux parallèles et la sécante	- Reconnaître et utiliser les propriétés concernant les angles formés par deux droites parallèles et une sécante.
2.2. Le cercle	- Reconnaître le centre, la corde , le diamètre et une tangente. - Construire une tangente à un passant par un point donné. - Réaliser quelques constrictions géométriques et les justifier.
2.3. Le premier droit et le cylindre	- Construire un modèle de prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme, ses dimentions sont données. - Construire un modèle de cylindre dont la base est un cercle, son rayon est donné. - Calculer la surface latérale et le volume d'un prisme droit. - Calculer la surface latérale et le volume d'un cylindre. - Représenter ces deux solides.

3. Activités graphiques et statistiques	
3.1. La droite graduée	- Sur une droite graduée: . Lire l'abscisse d'un point donné. . Représenter un point dont l'abscisse est donnée. . Déterminer la distance entre deux points, dont les abscisses sont données. - Dans le plan muni d'un repère: . Lire les coordonnées d'un point donné ou des valeurs approchées de ces coordonnées. . Représenter un point dont les coordonnées sont données.
3.2. La proportionnalité	- Calculer le coefficient de proportionnalité. - Reconnaître la proportionnalité à partir de tableaux. - Compléter le tableau de nombres qui représente la proportionnalité ou qui contient des données partielles. - Calculer et utiliser le pourcentage.
3.3. Les statistiques	- Lire et interpréter un tableau statistique , un diagramme en bâtons ou le diagramme circulaire, et déterminer la population statistique. - Construire une tangente à un cercle passant par un point donné. - Représenter une série statistique sous forme de tableaux, ou la représenter par un diagramme ou graphique. - Classer les données statistiques.

2.2. Programme officiel de mathématiques de la deuxième année du cycle secondaire collégial

- **Premier semestre:**

1. Les activités numériques :	
Les opérations sur les nombres rationnels	- La maîtrise des quatres opérations et surtout le produit et la somme à travers des exemples simples et varie. - La connaissance de la formule $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ et de l'inverse d'un nombres et sur l'écriture $\frac{1}{a} = a^{-1}$ - L'utilisation des relations: $a^n a^n = a$: $(ab)^n = a^n b^n$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ - A travers des exemples - Reconnaître l'écriture scientifique et ordre de grandeur d'un nombre. - La maîtrise des puissances d'exposant négatif.
2. Les activités géométriques :	
- La symétrie axiale	- Construction du symétrique d'un point, segment , droite, demi-droite angles et centre par rapport à une droite. - Utilisation de la symétrie axiale et la symétrie centrale dans des démonstrations. - Utilisation de la médiatrice d'un segment.
- Le triangle	- Utilisation des propriétés du parallélogramme.
- Les droite remarquables dans un triangle.	- Reconnaître les propriétés des hauteurs, des médianes, des bissectrices, des médiatrices dans un triangle et son utilisation.
- La droite passant par les milieux des deux côtés d'un triangle	- Reconnaître la position du centre de gravité d'un triangle sur sa médiane.

- La droite parallèle au côté d'un triangle et coupant les deux autres	- La connaissance et l'utilisation des théorèmes suivants: * Dans un triangle, la droite passant par les milieux de côtés est parallèle au troisième * Dans un triangle, la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un autre.... le troisième en son milieu. * La longueur du segment dont les extrémités sont les milieux de deux côtés triangle égale à la moitié de la longueur du troisième côté. * Dans un triangle, si $M \in [AB]$; $N \in [AC]$ et $(AB) /\!/ (MN)$ alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ * Division d'un segment aux segments isométriques.

- **Deuxième semestre:**

1. Les activités numériques :	
Calcul littéral	- Simplification des expressions à une seule variable - Développer des expressions , comme
- Simplification, développement facturation	- Résolution d'une equation du premier degré à une seule inconnue et des equations simples dont la résolution se ramène à la résolution d'equation du premier degré à une seule inconnue. - Mathématiser un problème et le résoudre en utilisant une equation du premier degré à une seule inconnue , et interpréter le résultat.
- L'ordre et les opérations	- Comparer deux nombres rationnels et maîtriser les règles relatives à l'ordre,.......... et la multiplication (multiplier les deux membres d'une inégalité par un rationnel positif)
- Présentation des nombres réels	- Sensibiliser les élèves de l'existence d'autres nombres, à travers des activités numériques ou géométriques.
2. Les activités graphiques et statistiques	

- La proportionnalité - La fonction affine - Statistiques	- Relier la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine du repère - Lire une représentation graphique. - Reconnaître et traiter les situations de proportionnalité comme la vitesse moyenne. - La représentation graphique d'une situation de proportionnalité. - Analyse des tableaux et graphiques pour reconnaître des propriétés et relations. - Calcul des effectifs cumulés , les fréquences cumulés, la moyenne arithmétique et représentation des représentations graphiques.
3. La géométrie :	
La translation - Le produit d'un vecteur par un scalaire.	- Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée. - Reconnaître la translation T qui transforme le point A au point B. - Construire l'image d'un point par une translation donnée. - Reconnaître l'image d'un segment, une droite, une demi-droite, un angle et un cercle par une translation. - Utiliser la translation dans la résolution des problèmes géométriques.
- Le triangle rectangle - Le cercle circonscrit - Théorème de Pythagore - Cosinus d'un angle aigu	- Reconnaître la propriété caractéristique du triangle rectangle et circonscrit - Reconnaître le théorème de Pythagore. - Calcul de la mesure d'un côté du triangle en fonction des autres mesures. - Donner une valeur approchée en utilisant la calculatrice. - Reconnaître le cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle et utiliser la relation entre le cos et les mesures des côtés adjacents à l'angle.

- Vecteurs et translation - Egalité de deux vecteurs - Somme de deux vecteurs	- Déterminer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par son sens, sa direction et sa longueur AB. - Reconnaître l'égalité de deux vecteurs. - Reconnaître et utiliser la relation $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et la lier par le parallélogramme $ABCD$ - Construire un vecteur son origine est connu et égal à un vecteur donné. - Utiliser la relation de Chasles dans la transformation de la somme de plusieurs vecteurs ou une expression vectorielle. - Utiliser l'écriture $a\overrightarrow{AB}$ tel que a est un entier relatif, par exemple: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{3AB}$ - Sensibiliser de la notion de translation: reconnaître la translation qui transforme un point A en un point B. - Construire l'image d'un point appartement à la droite (AB) et l'image d'un point n'appartenant pas à cette droite.
- La pyramide, le cône, et le prisme droit	- Maîtriser le développement et la construction des patrons.- Calcul des surfaces latérales; calcul des volumes. - Reconnaître les différentes positions relatives de deux droites et d'une droite et un plan et de deux plans, à travers l'observation des solides en question.

3.3. Programme officiel de mathématiques de la troisième année du cycle secondaire collégial

- **Premier semestre:**

1. Activités numériques :	
1.1. Les racines carrées La racine carrée du nombre réel positif. Le produit et le quotient de deux racines carrées	- Reconnaître que si a est un nombre réel positif alors $\sqrt{a}$ est le nombre réel dont le carré est le nombre réel a. - Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées d'une racine carrée. - Utiliser $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ où a est un nombre réel positif. - Rechercher ls nombres réels x tels que $x = a^2$ à travers des exemples. - Utiliser les relations : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ dans ces exemples numériques pour simplifier des expressions. - Rendre le dénominateur un nombre rationnel dans des cas simples.
1.2. Calcul numérique - Les identités remarquables - Les puissances	- Utiliser les identités remarquables. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ dans les deux sens. - Reconnaître les propriétés des puissances et les utiliser. - Utiliser la puissance de base 10, surtout dans la comparaison des nombres et l'écriture scientifique.
1.3. L'ordre et les opérations	- Maîtriser les propriétés de l'ordre et les opérations, les utiliser dans la résolution des problèmes. - Maîtriser les différentes techniques de comparaison des nombres réels et utiliser les plus adaptées aux situations proposées en études.

2. La géométrie :	
2.1. Le théorème de Thalès - Le théorème direct. - Le théorème réciproque.	- Reconnaître et utiliser les deux théorèmes suivants dans des situations différentes : • Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en A. Soit B et M deux points de la droite (D_1) différents de A. Soit C et N deux points de la droite (D_2) différents de A. Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors : $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$ • Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en A. Soit B et M deux points de la droite (D_1) différents de A. Soit C et N deux points de la droite (D_2) différents de A. Si $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ et les points A ; B et M et les points A ; C et N sont classés dans cet ordre alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2.2. Le triangle rectangle - Le calcul trigonométrique: sinus, cosinus, et tangente. - Le théorème de Pythagore direct et réciproque. - Les angles de centre et les angles inscrits dans un cercle.	- Connaître et utiliser les relations entre le cosinus; le sinus; la tangente d'un angle aigu et les deux longueurs des deux côtés d'un triangle. -Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et réciproquement. - Utiliser le théorème Pythagore et sa réciproque dans la géométrie plane et dans quelques polygônes réguliers. - Comparer l'angle inscrit et l'angle au centre interceptant le même arc.
2.3. Les triangles isométriques - Les triangles semblables	- Connaître deux triangles isométriques. - Utiliser les cas de similitude.

• Deuxième semestre:

1) Activités numériques :	
1.1. Les équations et les inéquations	- Résoudre une équation du premier degré à une inconnue. - Résoudre des équations simples qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue. - Résoudre des problèmes qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue. - Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue. - Appliquer les équations et les inéquations dans la résolution des problèmes.
1.2. Systèmes à deux équations du premier degré à deux inconnues	- Résoudre algébriquement un système à deux équations du premier degré à deux inconnues. - Résoudre graphiquement un système à deux équations du premier degré à deux inconnues. - Mathématisation des situations qui se ramènent à la résolution d'un système à deux équations du premier degré à deux inconnues.
2) Activités graphiques et statistiques :	
2.1. Les fonctions linéaires	- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction linéaire. - Reconnaître la situation de proportionnalité et la traduire par la formule $f(x) = ax$ - Construire la représentation graphique d'une fonction linéaire. - Déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction linéaire. - Déterminer graphiquement un nombre dont l'image par une fonction linéaire est donnée. - Déterminer une fonction linéaire, connaissant un nombre et son image par cette fonction linéaire. - Déterminer graphiquement une fonction linéaire en connaissant un point différent de l'origine du repère de sa représentation graphique. - Lire la représentation graphique d'une fonction linéaire.

2.2. Les fonctions affines	- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction affine. - Traduire une situation par la formule $f(x) = ax + b$. - Construire la représentation graphique d'une fonction affine. - Déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction affine. - Déterminer graphiquement un nombre dont l'image par une fonction affine est donnée. - Déterminer l'expression d'une fonction affine en connaissant deux nombres et leurs images par cette fonction affine. - Déterminer graphiquement une fonction affine, connaissant deux points distincts de sa représentation graphique. - Lire la représentation graphique d'une fonction affine. - Appliquer la fonction affine dans la résolution des problèmes.
2.3. Les statistiques	- Déterminer la valeur médiane et le mode d'une série statistique. - Calculer la moyenne arithmétique d'une série statistique, en utilisant la calculatrice non programmable. - Appliquer les représentations graphiques usuelles dans la résolution des problèmes.
3. La géométrie :	
3.1. La translation - Le produit d'un vecteur par un scalaire.	- Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée. - Reconnaître la translation T qui transforme le point A au point B. - Construire l'image d'un point par une translation donnée. - Reconnaître l'image d'un segment, une droite, une demi-droite, un angle et un cercle par une translation. - Utiliser la translation dans la résolution des problèmes géométriques.

3.2. La géométrie analytique. - Le repère d'un plan. - Les coordonnées d'un point et d'un vecteur. - La distance entre deux points. - L'équation d'une droite, l'équation réduite d'une droite. - Condition du parallélisme. - Condition de l'orthogonalité .	- Le repère d'un plan. - Les coordonnées d'un point et d'un vecteur. - La distance entre deux points. - L'équation d'une droite, l'équation réduite d'une droite. - Condition du parallélisme. - Condition de l'orthogonalité.
3.3. Calcul de volume (La géométrie dans l'espace)	Calcul de volume (La géométrie dans l'espace) - agrandissement- réduction

3. Analyse didactique du programme des mathématiques en 3ème année du collège

3 Analyse didactique du programme des mathématiques en 3ème année du collège

On fournit à l'enseignant(e) des repères didactiques des contenus mathématiques du collège, des indications sur le traitement de ces contenus pour atteindre les objectifs cités dans la page de garde de chaque leçon. Cette analyse est structurée par domaine.

L'enseignant(e) doit prendre conscience du fait que, de façon transversale, L'enseignement des mathématiques conduit à goûter le plaisir de découvrir par soi-même cette vérité, établie rationnellement et non sur un argument d'autorité, Faire des mathématiques, c'est se les approprier par l'imagination, la recherche, le tâtonnement et la résolution de problèmes. Les programmes officiels précisent que l'enseignement des mathématiques au collège vise à développer chez les élèves des compétences transversales et des attitudes, en plus des compétences disciplinaires. - La résolution de problèmes : résoudre des problèmes lui permettant d'appliquer les nouvelles notions mathématiques et d'établir des liens entre elles ;- La communication : communiquer mathématiquement de façon appropriée; – Le raisonnement: raisonner et justifier son raisonnement;- Les liens : créer des liens entre les idées et les concepts mathématiques, la vie quotidienne et d'autres disciplines;

. Dans ce qui suit nous présentons une analyse de quelques contenus traités en 3ème année du collège.

NOMBRES ET CALCUL: Les nombres sont au début et au cœur de l'activité mathématique. L'acquisition des principes de base de la numération, l'apprentissage des opérations et de leur sens, leur mobilisation pour des mesures et pour la résolution de problèmes s'est opérée à l'école primaire. Elle est poursuivie au collège avec des degrés croissants de complexité – nombre entiers naturels, nombres décimaux, fractions, nombres relatifs. L'apprentissage des techniques opératoires s'enrichit par des apprentissages de nature algébrique (calcul littéral, développement et factorisation, équations...). Les notions relatives aux nombres et aux opérations doivent être introduites et mises en fonctionnement à travers des problèmes associant à une situation donnée une activité numérique. Ce qui permet de renforcer le sens des opérations et des diverses écritures numériques et littérales. Ils sont principalement issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques.

On traitera quelques leçons sur ce domaine

Racines carrées: La notion de racine carrée, comme beaucoup de notions mathématiques, est au carrefour de plusieurs domaines : algèbre, géométrie, analyse. Ensuite la racine carrée a provoqué la première grande crise dans les mathématiques. Avant la crise des irrationnels, cette notion déjà ancienne (on en trouve l'existence chez les Babyloniens) intéressait les mathématiciens à un double titre : numérique et géométrique. Elle apparaissait en effet quand on voulait « calculer le côté d'un carré d'aire donnée numériquement, ou construire le côté d'un carré d'aire donnée géométriquement »

Calcul numérique: Identités remarquables et puissances. Les notions d'identités remarquables et de puissances ont été profondément traitées dans les années précédentes. Les techniques et habiletés de factorisation, développement et réduction d'expressions algébriques bien exercées. A ce stade des études, les élèves doivent être capables de retrouver les formules des puissances ….

Ordre et opérations L'ordre et les opérations constituent des notions omniprésentes dans les calculs et la manipulation des nombres, que ce soit dans la résolution des problèmes ou dans la résolution des équations.

La maîtrise de ces deux notions doit être une priorité pour l'enseignant. En effet, leur disponibilité et leur utilisation est un garant de la réussite de l'utilisation des nombres. Les règles régissant l'ordre en rapport avec les opérations doivent être bien assimilées. Des erreurs sont fréquentes dans l'utilisation de l'ordre et des opérations ;

Équations et inéquations: Pour anticiper la notion d'équation, l'élève apprend, dès le début du collège, à tester une égalité à la main ou à l'aide d'un outil numérique (tableur, calculatrice), en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui figure dans l'égalité. Il apprend à compléter des opérations à trou. Il est initié aux programmes de calcul à partir de programmes dont les opérations sont réversibles et permettent de « remonter » La méthode algébrique de résolution des équations du premier degré s'appuie sur les propriétés de l'égalité, par exemple l'invariance des solutions d'une équation par l'ajout d'une même expression à chacun de ses membres. une nouvelle conceptualisation du statut des lettres ainsi que des symboles et signes utilisés, d'autre part, par un changement dans les démarches de résolution de problèmes .

la résolution des inéquations pose beaucoup plus de difficultés aux élèves et conduit à des erreurs de signes, d'ensemble des solutions.

Notons enfin que les équations et les inéquations sont un outil puissant pour mathématiser, modéliser et résoudre beaucoup de situations de la vie courante ou issues d'autres disciplines. Cette leçon est ainsi une occasion de travailler sur la modélisation par les mathématiques. Egalité, ou « soustraire deux inégalités »

GÉOMÉTRIE: L'enseignement de la géométrie occupe une place importante dans la formation des élèves en mathématique. De fait, les programmes de géométrie reposent sur deux idées essentielles :

• Continuer à développer les dimensions perceptive et instrumentée de la pratique de la géométrie de l'école primaire ;

• Initier à la géométrie déductive dans le prolongement du travail entrepris sur le raisonnement. Les pratiques mises en œuvre à l'école primaire (observation, description, reproduction, représentation, construction, mesurage, argumentation) se développent sur des objets déjà rencontrés ou sur des objets nouveaux, réels ou représentés. Pour les élèves, le statut théorique des objets étudiés se précise au fur et à mesure que leur sont conférées des définitions ou des propriétés caractéristiques. En effet, à côté des propriétés rencontrées à l'école primaire (alignement, parallélisme, perpendicularité, égalité de longueurs, d'angles ou d'aires, présence d'un axe de symétrie), obtenues ou constatées à l'aide d'instruments, sont installées de nouvelles propriétés des objets du plan (Le repérage dans le plan à l'aide des coordonnées cartésiennes est relié aux représentations graphiques (organisation de données, proportionnalité). Le vocabulaire lié aux objets et notions géométriques (médiatrice, hauteur, inégalité triangulaire relève de l'utilisation d'un langage mathématique adapté. Le codage des figures est lui-même une autre forme de langage mathématique. La démonstration est perçue utilisée comme une démarche mathématique permettant de prouver un énoncé ou un résultat général. La modélisation en géométrie plane est une façon de représenter le monde. La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au primaire est poursuivie et enrichie.

. L'élève doit entretenir et consolider ses compétences dans la manipulation des instruments de tracé et de mesure, et se familiariser progressivement avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique permettant des constructions. Pour certaines figures relevant d'une procédure algorithmique, un logiciel adapté peut être utilisé. La géométrie doit rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire. Les constructions géométriques, avec leurs instruments traditionnels- règle, équerre, compas, rapporteur-, aussi bien qu'avec un logiciel de géométrie, constituent une étape essentielle à la compréhension des situations géométriques.

On traitera quelques leçons sur ce domaine

Trigonométrie: La trigonométrie (triangle) était à l'origine l'art de préciser uniquement par le calcul les informations absentes. Avec suffisamment d'informations, la trigonométrie vous permet de calculer les dimensions et les angles d'un triangle préalablement défini. Pourquoi des triangles? Parce que ce sont les figures de base qui permettent de construire toutes les autres formes ayant des côtés rectilignes. Un carré, un pentagone ou un polygone peuvent être divisés en triangles, en menant des lignes droites d'un angle à tous les autres. La trigonométrie est un système mathématique qui apprend à mesurer les angles, non pas pour en donner les valeurs simples obtenues en géométrie plane en se servant d'un rapporteur, mais pour effectuer des calculs à l'aide de fonctions spéciales basées sur les angles que l'on appelle fonctions trigonométriques. La notion de cosinus est approchée en deuxième année du collège. Cette année il s'agit d'aborder les lignes trigonométriques d'un angle aigu (cosinus, sinus et tangente) dans un triangle rectangle Mais la géométrie est aussi le domaine de l'argumentation et du raisonnement, elle permet le développement des qualités de logique et de rigueur. L'étude de la symétrie centrale et de la symétrie axiale permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures. Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l'aide des instruments de dessin et de mesure, ou dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Les diverses activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s'entraîner à des justifications mettant en œuvre les outils du programme et ceux

Triangles isométriques et triangles semblables: Euclide définit les triangles semblables comme des triangles ayant à la fois trois angles de même mesure et trois côtés proportionnels. Mais il suffit en réalité de deux angles respectivement égaux pour obtenir la similitude des triangles. C'est ensuite à l'aide du théorème de Thalès que la condition de similitude par la proportionnalité des côtés est introduite. Les

Vecteurs et translation: La translation est une transformation géométrique importante en mathématiques et ses usages sont multiples en mathématiques et dans les autres sciences. Elle est conceptuellement liée à la notion de vecteur. Cette dernière notion est aussi riche et reliée à d'autres notions comme le parallélogramme. Une des difficultés par rapport à la translation est de la confondre avec d'autres transformations géométriques comme la symétrie ou la rotation. Quant aux difficultés en rapport avec la notion de vecteurs c'est de le concevoir comme des bipoints équipollents. Quand on aborde l'enseignement des transformations du plan on n'a plus cette possibilité car on ne peut pas montrer une transformation ou dessiner une transformation. On ne peut en voir que les effets. On peut dessiner le translaté d'un triangle, on ne peut pas dessiner une translation. Cela tient à la nature même des transformations qui constituent un ensemble de concepts abstraits non identifiables à des objets. Dès lors, si nous ne pouvons pas définir les transformations en les montrant, comment aider les élèves à les appréhender, à les concevoir et plus tard à les maîtriser

ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES: L'organisation et la gestion des données sont indispensables pour comprendre un monde contemporain dans lequel l'information chiffrée est omniprésente, et pour y vivre. Il faut d'abord apprendre à lire et interpréter des tableaux, schémas, diagrammes, à réaliser ce qu'est un événement aléatoire. Puis apprendre à passer d'un mode de représentation à l'autre, à choisir le mode le plus adéquat pour organiser et gérer des données. Émerge ainsi la proportionnalité et les propriétés de linéarité qui lui sont associées. En demandant de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique, cette partie des mathématiques contribue à former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent. Enfin, en tant que discipline d'expression, les mathématiques participent à la maîtrise de la langue.

Repère dans le plan: Cette leçon introduit les notions de la géométrie analytique : repère dans le plan et coordonnées de points du plan. Ces notions sont un outil puissant qui permet de résoudre des problèmes géométriques par des techniques algébriques et de calcul. Ces notions ne présentent pas de grandes difficultés pour les élèves. Néanmoins un effort de mémorisation des formules est demandé. Les objectifs d'apprentissage de cette leçon sont les suivants :

Équation d'une droite: A la suite de la leçon, qui a introduit des éléments de géométrie analytique, cette leçon porte sur la caractérisation algébrique et analytique des droites du plan. Il s'agit en effet de déterminer une droite du plan par une formule algébrique, son équation. Cette notion d'équation d'une droite est un outil performant pour résoudre des problèmes géométriques.

Fonctions linéaires et fonctions affines: L'un des objectifs de l'étude des fonctions est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation f(x).

L'étude des fonctions linéaires permet de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire. Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire. Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite.

4. Répartition du programmede la 3AC

3 Répartition du programme de la 3AC

Premier Semestre

Chapitre	Titre du chapitre	Nombre d'heures proposé
1	RACINES CARRÉES	10
2	IDENTITÉS REMARQUABLES ET PUISSANCES	10
3	ORDRE ET OPÉRATIONS	8
4	THÉORÈME DE THALÈS	7
5	THÉORÈME DE PYTHAGORE	5
6	TRIGONOMÉTRIE	5
7	ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS	4
8	TRIANGLES ISOMÉTRIQUES ET TRIANGELES SEMBLABLES	12

Deuxième semestre

Chapitre	Titre du chapitre	Nombre d'heures proposé
9	ÉQUATIONS	4
10	INÉQUATIONS	4
11	VECTEURS ET TRANSLATION	7
12	SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES	7
13	REPÈRE DANS LE PLAN	5
14	ÉQUATION DE DROITE	6
15	FONCTIONS LINÉAIRES ET FONCTIONS AFFINES	4
16	STATISTIQUES	5
17	GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE	10

5.1. Fiches didactiques des chapitres

Chapitre 1

RACINES CARRÉES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Connaître et utiliser les propriétés de la racine carrée; • Transformer des expressions contenant des racines carrées; • Résolution de l'équation $x^2 = a$; • Eliminer la racine carrée d'un dénominateur; • Utiliser la racine carrée pour résoudre des problèmes numériques et / ou géométriques.
Pré-requis	• Racine carrée d'un nombre rationnel positif; • Identités remarquables sur les nombres rationnels; • Puissances sur les nombres rationnels; • Développement et factorisation sur les nombres rationnels.
Contenu	• Racine carrée d'un nombre réel positif; • Règles de calcul; • Équation: $x^2 = a$.
Prolongement	• Identités remarquables et puissances; • Ordre et opérations; • Théorème de Thalès; • Théorème de Pythagore; • Trigonométrie; • Angles au centre et angles inscrits; • Triangles isométriques et triangles semblables; • Équations; • Inéquations; • Vecteurs et translation; • Système de deux équations à deux inconnues; • Repère dans le plan; • Équation de droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie dans l'espace; • Activités numériques; • Activités géométriques.

Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • Outils numériques.
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Racine carrée d'un nombre réel positif • **Activité 2:** Racines carrées et opérations • **Activité 3:** Équation $x^2 = a$ où a est un nombre positif • **Activité 4:** Expression conjuguée
	Cours • Racine carrée d'un nombre réel positif; • Règles de calcul. • Équation: $x^2 = a$.
	Pour comprendre • Racines carrées d'un nombre réel positif; • Racines carrées et opérations; • Équation $x^2 = a$.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3 • Exercice résolu 4
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel :

La racine carrée, dont le symbole est « $\sqrt{\ }$ » est comme de tous, et intervient presque dans tous les calculs mathématiques.

D'où vient ce symbole? Il a été utilisé pour la première fois en 1525 par Christoff Rudolff (1499-1545), qui a employé le symbole $\sqrt{\ }$ pour les racines carrées.

Certains avancent que l'origine du symbole radical moderne vient d'une déformation de R, puis r, la première lettre dans le radix (racine en latin). Progressivement, on a soudé «barre» au signe.

• Côté pédagogique

Les pré-requis de l'élève sur cette leçon, se limitent à la définition de l'écriture $\sqrt{a}$ où a est un nombre rationnel positif, introduite en appliquant le théorème de Phythagore, afin de domestiquer d'autres nombres.

La racine carrée d'un nombre réel positif, qu'on note $\sqrt{a}$ est le nombre positif qui a pour carré a.

Une racine carrée ne peut pas toujours s'écrire d'un décimal ou d'une fraction, comme par exemple $\sqrt{2}$.

Il ne fait aucun doute que la distinction entre les deux écritures $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ soit objet d'un arrêt pédagogique pour éliminer des fautes futures, et pour la perception et la signification de chaque écriture. Il faudra ne pas oublier le rôle de la calculatrice et son importance.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

Dans cette leçon, l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée.

• **Traitement:**

Activité 1 : Racine carrée d'un nombre réel positif	
Objectif	Utiliser le théorème de Pythagore et la racine carrée d'un nombre pour résoudre une situation problème.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	• Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABD en A. • $BD^2 = AB^2 + AD^2$, donc : $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{5,33}\,m$ et puisque $\sqrt{5,33} > 2,3$ alors Karim ne peut pas placer son placard.
Activité 2 : Équation $x^2 = a$ où a est un nombre positif	
Objectif	Connaître les propriétés des racines carrées (opérations)
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) Compléter le tableau. 2) Conjecturer les résultats.
Activité 3 : Racines carrées et opérations	
Objectif	Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$ où a est un réel positif.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	• Utiliser l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ • Résoudre l'équation produit nul $(x-a)(x+a) = 0$ • Déduire que l'équation $x^2 = a^2$ où $a \neq 0$ admet deux solutions a et $-a$.
Activité 4 : Expression conjuguée	
Objectif	Connaître l'expression de $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ (où $\sqrt{a}-\sqrt{b}$) et l'utiliser pour éliminer la racine carrée d'un dénominateur.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) On a : $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a - b$ donc : $\sqrt{a}-\sqrt{b} = \dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 2) a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1} = \dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$ b) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

a) $\sqrt{5^2} = 5$

b) $\sqrt{(-3)^2} = 3$

c) $\sqrt{\left(\frac{14}{3}\right)^2} = \frac{14}{3}$

d) $\left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = \frac{2}{7}$

e) $\left(\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}\right)^2 = (1+\sqrt{2})^2$

Exercice 2:

a) $\sqrt{0,0001} = \sqrt{(0,01)^2} = 0,01$

b) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

c) $\sqrt{\frac{-16}{-25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

d) $\sqrt{\frac{169}{49}} = \sqrt{\left(\frac{13}{7}\right)^2} = \frac{13}{7}$

e) $\sqrt{\frac{50}{32}} = \sqrt{\frac{25\times 2}{16\times 2}} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{5}{4}$

f) $\sqrt{\frac{1}{0,04}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5$

Exercice 3:

a) $-\sqrt{25} = -\sqrt{(5)^2} = -5$

b) $\sqrt{\frac{-32}{-2}} = \sqrt{16} = 4$

c) $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$

d) $\sqrt{(-4)\times(-9)} = \sqrt{36} = 6$

e) $-\sqrt{(-4)^2} = -\sqrt{16} = -4$

Exercice 4:

$A = 9$ $\qquad B = -13$

$C = 16$ $\qquad D = -86$

Exercice 5:

a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

c) $\sqrt{6\times 3} = 3\sqrt{2}$

d) $\sqrt{4\times 5} = 2\sqrt{5}$

e) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

f) $\sqrt{8\times 9} = 6\sqrt{2}$

Exercice 6:

a) $\sqrt{24\times 6} = 12$

b) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{16}\times\sqrt{2}}{\sqrt{9}\times\sqrt{2}} = \frac{4}{3}$

c) $\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{8} = \frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2} = 2$

d) $\sqrt{\frac{128}{98}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7}$

Exercice 7:

a) $A = 29\sqrt{2}$

b) $B = 2\sqrt{2}$

c) $C = 0$

Exercice 8:

a) $A = \sqrt{3}$ $\qquad$ b) $B = 0$

c) $C = 4\sqrt{3}$

Exercice 9:

a) $A = 5 + 2\sqrt{5}$

b) $B = 23 - 3\sqrt{5}$

c) $C = -4 + \sqrt{5}$

Exercice 10:

a) $x = 15$ ou $x = -15$

c) $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

b) $x = 4$ ou $x = -4$

d) $x = 2$ ou $x = -2$

Exercice 12:

$A = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$ $\qquad C = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$B = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\qquad D = \frac{-7\sqrt{10}}{10}$

Exercice 13:

$x = 2\sqrt{2}$

$z = 7\sqrt{2}$

$y = 2\sqrt{5}$

$t = 5\sqrt{2}$

Exercice 14:

$X = 0 \quad ; \quad Y = -52\sqrt{5}$

Exercice 15:

$x = 10 \;;\; y = 4 \;;\; z = 5 \;;\; t = 10$

Exercice 16:

$a = 100$ $\qquad$ $b = 20$

$c = 0,3$ $\qquad$ $d = 3 \times 10^{6}$

$e = 5 \times 10^{-2}$ $\qquad$ $f = -3$

J'intègre :

Exercice 17:

$A = 45\sqrt{2}$ $\qquad$ $B = 9\sqrt{7}$

$C = 0$ $\qquad$ $D = 4\sqrt{11}$

Exercice 19:

$A = 1 + \sqrt{3}$

$B = 3 + 2\sqrt{2}$

$C = \dfrac{11\sqrt{7} + 3\sqrt{3}}{4}$

$D = -3 + 3\sqrt{5}$

Exercice 20:

$A = 46\sqrt{5}$ $\qquad$ $B = 54\sqrt{2}$

$C = 3$

Exercice 22:

$$\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}(\sqrt{2}+\sqrt{7})+5\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{(\sqrt{2}-\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7})}$$
$$= \frac{5\sqrt{14}+35+10-5\sqrt{14}}{-5} = \frac{45}{-5} = -9$$

Exercice 23:

a) $5x^2 + 1 = 4x^2 + 17$ signifie que :

$x^2 = 16$

signifie que : $x = 4$ ou $x = -4$

b) $x^2 + 2 - 4(x^2 + 2) = x^2 - 10$ signifie que : $4x^2 = 4$

signifie que : $x^2 = 1$

Donc : $x = 1$ ou $x = -1$

Exercice 24:

1) $$(\sqrt{147} + \sqrt{3})^2 = 147 + 2\sqrt{147} \times \sqrt{3} + 3$$
$$= 150 + 2\sqrt{441}$$
$$= 150 + 2 \times 21$$
$$= 150 + 42 = 192$$

Donc : $\sqrt{147} + \sqrt{3} = \sqrt{192}$

2) $\sqrt{147} - \sqrt{3} = \sqrt{n}$ signifie que :

$(\sqrt{147} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{n})^2$

$147 - 2\sqrt{441} + 3 = n$

Donc : $n = 150 - 42 = 108$

Exercice 33:

a) $A = 3\sqrt{80} = \sqrt{9 \times 80} = \sqrt{9 \times 16 \times 5}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{45} = 4\sqrt{45} = B$

b) $A = 7\sqrt{108} = \sqrt{49 \times 108} = \sqrt{49 \times 36 \times 3}$
$= \sqrt{36} \times \sqrt{49 \times 3} = 6\sqrt{147} = B$

Exercice 34:

a) $A = 45\sqrt{2}$ $\qquad$ c) $C = 1$

b) $B = -\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ d) $D = 0$

Exercice 35:

1) On a :

$$\frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}-3} = \frac{(2\sqrt{3}-3)^2 + (2\sqrt{3}+3)^2}{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)}$$
$$= \frac{2 \times (12+9)}{12-9} = \frac{42}{3} = 14$$

2) Montrer que :

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}} + 2 = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$

revient à montrer que :

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}} = \sqrt{4+2\sqrt{2}}-2$$

Aussi revient à montrer que :

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2\right)=2$$

On a :

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2 &= \sqrt{2(2+\sqrt{2})}-2\\ &= \sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}^2\\ &= \sqrt{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)\end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4+2\sqrt{2}}-2\right)\\ &= \left(\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}\times\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)\\ &= \sqrt{2}(2+\sqrt{2}-2)=2\end{aligned}$$

Exercice 36:

1) $$\begin{aligned}(\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}) &= (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2\\ &= 7+2\sqrt{10}-3\\ &= 4+2\sqrt{10}=2(2+\sqrt{10})\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})}\\ &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{10})}\\ &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})(2-\sqrt{10})}{2(2+\sqrt{10})(2-\sqrt{10})}\end{aligned}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{50}-\sqrt{20}-\sqrt{30}}{2(4-10)}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-2\sqrt{5}-\sqrt{30}}{-12}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{-12}$$

$$= \frac{\sqrt{30}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{12}$$

Exercice 37:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)^2 = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2 = 2+\frac{1}{2}-2=\frac{1}{2}$$

Exercice 38:

1) $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 36-9=27$

Donc : $AH = 3\sqrt{3}$

2) $\mathcal{A} = \dfrac{AH\times BC}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}\times 6}{2} = 9\sqrt{3}$

3) $\mathcal{A} = 5,2$

Exercice 39:

On a : $\begin{cases}B=\pi r^2\\ 3B=\pi R^2\end{cases}$ donc : $\begin{cases}3B=3\pi r^2\\ 3B=\pi R^2\end{cases}$

C'est-à-dire : $R^2 = 3r^2 = (\sqrt{3}\,r)^2$

Donc : $R=\sqrt{3}\,r$ c'est-à-dire on multiplie r par $\sqrt{3}$.

Exercice 40:

a) $$\begin{aligned}(20,121)^2 &= (20121\times10^{-3})^2\\ &= (20121)^2\times(10^{-3})^2\\ &= 40485641\times10^{-6}\\ &= 404,854641\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}(2012100)^2 &= (20121\times10^2)^2\\ &= (20121)^2\times(10^2)^2\\ &= 404854641\times10^4\\ &= 4048546410000\end{aligned}$$

c) $\sqrt{404854641}=\sqrt{(20121)^2}=20121$

d) $$\begin{aligned}\sqrt{404,854641} &= \sqrt{404854641\times10^{-6}}\\ &= \sqrt{(20121)^2\times10^{-6}}\\ &= \sqrt{(20121\times10^{-3})^2}\\ &= 20121\times10^{-3}=20,121\end{aligned}$$

Exercice 41:

$$\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}=\frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2}+\frac{\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2}=\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$$

Exercice 42:

1) $(b\sqrt{a}-a\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{a})$

$= b\sqrt{ab}+ab-ab-a\sqrt{ab}$

$= b\sqrt{ab}-a\sqrt{ab}=\sqrt{ab}\,(b-a)$

2) $\dfrac{b\sqrt{a}-a\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}=\dfrac{(b\sqrt{a}-a\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{a})}{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(\sqrt{b}+\sqrt{a})}$

$$=\frac{\sqrt{ab}(b-a)}{b-a}=\sqrt{ab}$$

Exercice 43:

1) $\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{1+4n(n+1)}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{1+4n^2+4n}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)\sqrt{(2n+1)^2}}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+(2n-1)(2n+1)}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{1+4n^2-1}}{2}=\dfrac{\sqrt{4n^2}}{2}=\dfrac{2n}{2}=n$

2) On prend : $2n-1=2019$ donc :

$n=\dfrac{2020}{2}=1010$

Donc :

$\sqrt{1+2019\sqrt{1+4040\times 1011}}=1010$

Chapitre 2

IDENTITÉS REMARQUABLES ET PUISSANCES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Maîtriser les téchniques de calcul; • Utiliser les propriétés des puissances pour simplifier des expressions algébriques et littérales; • Utiliser les identités remarquables dans les deux sens; • Utiliser les identités remarquables dans les développements, réduction et factrorisation; • Utiliser les identités remarquables dans différentes situations numériques et géométriques.
Pré-requis	• Racine carrée d'un nombre réel positif; • Opérations et parenthèses (priorité des opérations); • Développement, factorisation et simplification; • Somme, produit et quotient des nombres rationnels; • Les opérations sur les puissances rationnelles; • Puissances de 10; • Écriture scientifique.
Contenu	• Puissances; • Développement- Réduction; •Factorisation; • Identités remarquables
Prolongement	• Dans d'autres chapitres de ce niveau : - Résolution des équations. - Résolution des inéquations. - Résolution des systèmes. • Au lycée : - Polynôme - Suites géométriques - fonctions exponentielles - Nombres complexes • Dans d'autres disciplines: - En physique (surtout écriture scientifique et puissances de 10)

Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciel.
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PÉS-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Puissances; • **Activité 2:** Puissances; • **Activité 3:** Développement- Factorisation; • **Activité 4:** Identités remarquables; • **Activité 5:** L'identité remarquable : $a^2 - b^2$
	Cours • Puissances; • Développement- Réduction; • Factorisation; • Identités remarquables.
	Pour comprendre • Puissances; • Puissances et écriture scientifique; • Développement; • Factorisation; • Développer et factoriser à l'aide des identités remarquables.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3 • Exercice résolu 4
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et/ou culturel :

En mathématiques, on appelle identités remarquables ou égalités remarquables certaines égalités qui s'appliquent à des nombres, ou plus généralement à des variables polynômiales. Elles servent en général à accélérer les calculs, à simplifier certaines écritures, à factoriser ou à développer des expressions.

La plupart de ces identités remarquables ont tout d'abord été démontrées à l'aide de consédirations géométiques, puis ont été généralisées à des puissances supérieures par des calculs algébriques.

• Côté pédagogique :

L'objectif de ce chapitre est d'entretenir et d'approfondir les pré-requis des élèves sur les identités remarquables et de les renforcer en manipulant les racines carrées.

On consolide les connaissances des élèves sur le calcul littéral et sur l'utilisation du développement et la factorisation. Exploiter les identités remarquables dans les deux sens est une chose qui n'est pas facile, le professeur doit faire de ce chapitre un arrêt-bilan pour que les élèves maîtrisent les techniques de factorisation et de développement, afin de résoudre plus tard les équations et les inéquations aisément, et pour minimiser les difficultés.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

Activité 1 : Puissances	
Objectif	Situation problème
Type de travail	Travail individuel
Solution proposée	L'épaisseur est : $0,1 \times 2^{20}$
Activité 2 : Puissances	
Objectif	Rappeler les propriétés et opérations sur les puissances-Puissances de 10.
Type de travail	Travail individuel

Solution proposée	1) $A = 2^{5+3} = 2^{8}$; $B = (2^{4})^{5} = 2^{20}$; $C = (2^{3})^{3} \times (2^{2})^{32} = 2^{9+64} = 2^{73}$ 2) $D = \dfrac{(2^{3})^{2} \times (3^{2})^{3}}{3^{5} \times 2^{4}} = 2^{6-4} \times 3^{6-5} = 2^{2} \times 3$ $E = \dfrac{(-2^{2}) \times (2 \times 3)^{-4}}{(3^{2})^{-5} \times (-2^{3})^{-3}} \times \dfrac{1}{2^{4}} = \dfrac{-2^{2} \times 3^{-4} \times 2^{-4}}{-2^{-9} \times 3^{-10}} = 2^{7} \times 3^{6}$ 3) $F = 10^{3} \times 10^{-7} \times 10^{2} = 10^{3-7+2} = 10^{-2}$ $G = \dfrac{10^{-4} \times (10^{3})^{7} \times 10^{-2}}{5^{3} \times 2^{3} \times 10^{-3}} = \dfrac{10^{-4+21-2}}{(5 \times 2)^{3} \times 10^{-3}} = \dfrac{10^{15}}{10^{3} \times 10^{-3}} = 10^{15}$
Activité 3 : Développement - Factorisation	
Objectif	Rappeler le développement et la factorisation et les appliquer sur des nombres réels.
Type de travail	Travail individuel
Solution proposée	1) • $K(a+b) = Ka + Kb$ • $(a+b)K = aK + bK = Ka + Kb$ 2) $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$ $= ac + ad + bc + bd$
Activité 4 : Identités remarquables	
Objectif	Démontrer, à l'aide des considérations géométriques, les identités remarquables $(a+b)^{2}$ et $(a-b)^{2}$.
Type de travail	Travail individuel ou collectif.
Solution proposée	1) a) $\mathscr{A}_{ABC} = (a+b)^{2}$ b) $\mathscr{A}_{AEFG} = a^{2}$; $\mathscr{A}_{EDIF} = ab$; $\mathscr{A}_{GFHB} = ab$; $\mathscr{A}_{FICH} = b^{2}$ 2) $\mathscr{A}_{ABCD} = \mathscr{A}_{AEFG} + \mathscr{A}_{GFHB} + \mathscr{A}_{FICH} + \mathscr{A}_{EDIF}\ \alpha$ Donc : $(a+b)^{2} = a^{2} + 2ab + b^{2}$ 3) $(a-b)^{2} = (a+(-b))^{2} = a^{2} + 2a(-b) + (-b)^{2} = a^{2} - 2ab + b^{2}$
Activité 5 : Identités remarquables	
Objectif	Démontrer, à l'aide des considérations géométriques l'identité remarquable $a^{2} - b^{2}$
Type de travail	Travail individuel ou collectif.
Solution proposée	1) $\mathscr{A}_{KBFE} = b(a-b) = ba - b^{2}$; $\mathscr{A}_{HFCD} = a(a-b) = a^{2} - ab$ 2) $\mathscr{A}_{HKBD} = (a+b)(a-b)$ 3) $\mathscr{A}_{HKBD} = \mathscr{A}_{KBFE} + \mathscr{A}_{HFCD}$, donc : $(a+b)(a-b) = ab - b^{2} + a^{2} - ab = a^{2} - b^{2}$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

$A=-16$; $B=16$; $C=-22$;

$D=(8,4+1,2+0,4)+(-3,7-2,3)$
$=10-6=4$

Exercice 2:

$A=(4\times(-5))7\times 10=(-20\times 7)\times 10$
$=-1400$

$C=-6\times(2)-9=-12-9=-21$

$D=3-21-7\times(5-12)$
$=-18-7\times(-7)=31$

$E=1-5\times 1+9\times(-1)^2=1-5+9=5$

Exercice 3:

$A=\frac{5}{12}$; $B=-\frac{35}{8}$;

$C=1-\left(\frac{-1}{12}\right)=\frac{13}{12}$; $D=\frac{47}{12}$;

$E=\frac{113}{315}$

Exercice 4:

$A=0$;

$B=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2}{abc}+\frac{b^2-a^2}{abc}=0$;

$C=\frac{1}{2}$:

$D=\frac{ab-a^2c}{c(c-ab)}\times\frac{c}{ab-a^2b}=\frac{1}{c-ab}$

Exercice 5:

$A=-11a^2-3$; $B=\frac{5}{2}t-3z-\frac{7}{2}$

$C=-ab^2+3a^2b-3a^2$;

$D=n^3-3nt$

$E=-\frac{x}{y}+3\times\frac{y}{x}-\frac{x}{y}+1+5\times\frac{x}{y}-3\times\frac{y}{x}$
$=\frac{3x}{y}+1$

Exercice 6:

$A=-9$; $B=1$; $C=1$

$D=3\times\frac{2}{3}=2$; $E=-8-4+12=0$

Exercice 7:

A : Négatif B : Positif

C : Négatif D : Positif

E : Négatif (car il contient 21 facteurs négatifs)

Exercice 13:

$g=9,80665\ m.s^{-2}$

$F=9,648456.10^4 C.mol^{-1}$

$N_A=6,022045.10^{-23} mol^{-1}$

$u=1,660565.10^{-27} Kg$

$C=2,99792458\times 10^8\ m.s^{-1}$

$R=8,31441\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

Exercice 24:

$A=3x(3x-2)-2(3x-2)=(3x-2)^2$

$B=x(x+1)-7x(1+x)=-6x(x+1)$

$C=2x(1-2x)+x^2(1-2x)$
$=x(2+x)(1-2x)$

Exercice 32:

$A=(x+1)^2-3x(1+x)$
$=(x+1)(1-2x)$

$B=(3x-2)-5(3x-2)^2$
$=(3x-2)(11-15x)$

$C=3(2x-1)^2-4(2x-1)$
$=(2x-1)(6x-7)$

$D=(2x-3)(2x+3)+5(2x-3)^2$
$=12(2x-3)(x-1)$

Exercice 35:

$A=a^8\times b^8\times c$; $B=8a^{-4}b^{-19}$

$C=a^{23}\times b^6$; $D=2\pi^{11}$

$E = 2^{11} \times 7^{9} \times 10^{-32}$

Exercice 42:

$A = (4x + 1 - \sqrt{5})(4x + 1 + \sqrt{5})$

$B = \left(\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5}\right)$

$C = (2x - \sqrt{3})^2$

$D = (4x + 2\sqrt{3})^2$

Exercice 45:

a) $(\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 2^2 = (\sqrt{3} - 2)^2$

b) $(\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$

c) $3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + 2 = (3 - \sqrt{2})^2$

Exercice 53:

1) $\mathscr{A}_{DEFG} = (5x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$

2) $\mathscr{A}_{Colorie} = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{DEFG}$

$= (5x + 3)^2 - (5x - 1)^2$

$= 4(10x + 2) = 40x + 8$

Exercice 54:

- $EH = 4 - (2 + x) = 2 - x$

$\mathscr{A}_{Partie\ Coloriee} = \mathscr{A}_{AHIJ} - \mathscr{A}_{AEFG}$

$= (2 - x)^2 - 2^2 = x^2 - 4x$

Exercice 60:

1) $\mathscr{A}_{Colorie} = 4x^2 + (20 - 2x)^2$

$= 8x^2 - 80x + 400$

2) $\mathscr{A}_{Blanche} = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{Coloriee}$

$= 400 - (8x^2 - 80x + 400)$

$= - 8x^2 + 80x$

Exercice 61:

$\mathscr{A}_{Partie\ Colorie} = \mathscr{A}_{Grand\ disque} - (\mathscr{A}_{D_1} + \mathscr{A}_{D_2})$

$= \pi\left(\frac{3(x+1)}{2}\right)^2 - \left(\pi(x+1)^2 + \pi\left(\frac{x+1}{2}\right)^2\right)$

$= \pi x^2 + 2\pi x + \pi$

Exercice 62:

1) Dans le triangle AHC, rectangle C,

$AC^2 = h^2 + HC^2$

donc : $h^2 = 4 - (x - 1)^2$

$= 3 - x^2 + 2x$

- Dans le triangle ABH, rectangle en H, on a: (d'après le théorème de Pythagore):

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

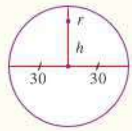
Donc :

$h^2 = 9 - (x + 1)^2 = - x^2 - 2x + 8$

2) $-x^2 - 2x + 8 = 3 - x^2 + 2x$ signifie que : $4x = 5$ donc : $x = \frac{5}{4}$

Exercice 63:

$\begin{cases} h + r = 30 \\ h = 30 - r \end{cases}$

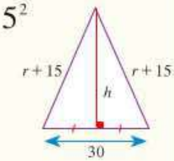


$15^2 + h^2 = (r + 15)^2$

$(r + 15)^2 - (30 - r)^2 = 15^2$

$36r - 675 = 225$

$r = 25cm$



Exercice 64:

$\mathscr{A}_{Piece} = 3x(2x + 5) - \left(2 \times x^2 + 4 \times \frac{x^2}{2}\right)$

$= 6x^2 + 15x - 4x^2$

$= 2x^2 + 15x$

Exercice 65:

$\mathscr{A} = (2x - 1)^2 + \left[(2x - 1)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2\right]$

$= 2(2x - 1)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

$= 7x^2 - 7x + \frac{7}{4}$

Exercice 67:

$\mathscr{A}_{IJKL} = \mathscr{A}_{ABCD} - 2\mathscr{A}_{AIL} - 2\mathscr{A}_{IBJ}$

$= 32 - 2\left(\frac{x(4 - x)}{2}\right) - 2\left(\frac{(8 - x)x}{2}\right)$

$= 32 - x(4 - x) - x(8 - x)$

$= 2x^2 - 12x + 32$

3
Chapitre

ORDRE ET OPÉRATIONS

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Savoir comparer deux nombres réels, en utilisant une méthode adéquate. • Comparer deux expressions en utilisant les propriétés de l'ordre et des opérations. • Déterminer des valeurs approchées. • Résoudre des problèmes en utilisant l'ordre et les opérations.
Pré-requis	• Ordre et opérations sur les nombres rationnels; • Racines carrées; • Identités remarquables; • Puissance; • Encadrement et valeurs approchées.
Contenu	• Comparaison de deux nombres réels; • Ordre et opérations ; • Ordre et inverse- ordre et carré- ordre et racine carrée; • Encadrement
Prolongement	• Théorème de Pythagore; • Trigonométrie; • Angles au centre et angles inscrits; • Triangles isométriques et triangles semblables; • Inéquations; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie dans l'espace; • Activité algébriques et géométriques; • Encadrement des expressions numériques et littérales; • Autres disciplines; exemple en physique-chimie comparaison des quantités.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciel.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Comparaison de deux nombres; • **Activité 2:** Comparaison de deux nombres; • **Activité 3:** Ordre et opérations; • **Activité 4:** Ordre et multiplication- Ordre et inverse; • **Activité 5:** Ordre et carré- Ordre et racine carrée.
	Cours • Comparaison de deux nombres réels; • Ordre et opérations; - Ordre et addition- ordre et soustraction : - Ordre et multiplication : • Ordre et inverse- ordre et carré- ordre et racine carrée; - Ordre et inverse : - Ordre et carré : - Ordre et racine carrée : • Encadrement.
	Pour comprendre • Comparaison de deux nombres réels; • Ordre et opérations; • Ordre et Carré; Ordre et racine carrée; • Valeurs approchées et encadrement.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3 • Exercice résolu 4
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et/ ou culturel

Une relation d'ordre dans un ensemble est une relation biniaire dans cet ensemble qui permet de comparer ses éléments entre eux de manière cohérante.

Un ensemble muni d'une relation d'ordre est un ensemble ordonné.

Vue, l'importance de cette notion, la revue «A journal on the theory of ordered sets and its Application» est une revue scientifique, dont le thème est la relation d'ordre et ses applications, publiée par Springer. Science + Business Media, elle a été crée en 1984 par le professeur de mathématiques de l'université de calgary Ivan Rival, et cette revue est classée parmi les premières revues mathématiques.

• Côté pédagogique

L'objectif de ce chapitre est la maîtrise des propriétés de l'ordre et ses relations avec les opérations sur les nombres réels, ainsi ce chapitre est une occasion qui permet aux élèves d'encadrer les résultats obtenus, en résolvant des problèmes algébriques et/ ou géométriques, aussi il est important de ne pas exagèrer d'encadrer des résultats sans objectifs.

Il ne faut pas oublier que la notion d'ordre et opérations est omniprésente dans les calculs et la résolution des problèmes aussi.

Il est important de signaler que la multiplication et la division des membres d'une inégalité par un nombre strictement négatif, necessite plus d'attention.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

Activité 1 : Comparaison de deux nombres	
Objectif	Situation-problème
Type de travail	Individuel
Solution proposée	La hauteur h du triangle ABC issue de A est la même pour les deux triangles ABI et ACI donc: $\mathcal{A}_{ABI} = \dfrac{BI \times h}{2}$ et $\mathcal{A}_{ACI} = \dfrac{CI \times h}{2}$ puisque $BI = CI$ car alors $\mathcal{A}_{ABI} = \mathcal{A}_{ACI}$
Activité 2 : Comparaison de deux nombres	
Objectif	Comparer deux nombres
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) a) $10^{-3} < 0,1$; $x - y > 0$ b) $\dfrac{16}{7} > \dfrac{15}{7}$; $x - y > 0$ c) $\dfrac{10^3}{9} > \dfrac{10^3}{11}$; $x - y > 0$ d) $\sqrt{5} > \sqrt{5} - 1$; $x - y > 0$ 2) a) $x > y$ b) $x < y$ c) $x < y$ d) $x > y$
Activité 3 : Ordre et opérations	
Objectif	Montrer les propriétés de l'ordre et opérations
Type de Travail	Individuel
Solution proposée	1) $a + c \leq b + c$, en utilisant la différence 2) $a - c \leq b - c$, en utilisant la différence.
Activité 4 : Ordre et multiplication - Ordre et inverse	
Objectif	Montrer les propriétés de l'ordre et la multiplication- et l'ordre et l'inverse
Type de travail	Individuel

<table>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) On a : $ac-bc=c(a-b)$
• Si $a\le b$ alors : $a-b\le 0$;
d'où : $c(a-b)\le 0$ dans le cas où $c>0$
et $c(a-b)\ge 0$ dans le cas où $c<0$
• Si $a\ge b$ alors : $a-b\ge 0$;
d'où : $c(a-b)\ge 0$ dans le cas où $c>0$
et $c(a-b)\le 0$ dans le cas où $c<0$
2) Soit a et b deux nombres strictement positifs tels que : $a<b$;
on montre que : $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ on pourra étudier le signe de $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 5 : Ordre et carré - Ordre et racine carrée.</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Ordre et carré- Ordre et racine carrée</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel ou par petits groupes</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$; comme a et b sont positifs alors a^2-b^2 et $a-b$ ont le même signe.
2) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$; comme $\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$ alors : $a-b$ et $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ont le même signe.
3) $a<b$ signe que $a-b<0$; d'où : $a^2-b^2<0$; ainsi : $a^2<b^2$ d'après la question précédente.</td></tr>
</table>

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

Comparons a et b:

1) On a : $a = -2$ et $b = \sqrt{0,01}$

a est négatif et b est positif.

Donc : $a < b$

2) On a : $a > 0$ et $b < 0$

Donc : $b < a$

3) On a : $a < 0$ et $b > 0$

Donc : $a < b$

4) On a : $a > 0$ et $b < 0$

Donc : $a > b$

Exercice 2:

Comparons a et b:

1) On a : $a = \dfrac{215}{325}$ donc : $a < 1$

$(215 < 325)$

et $b = \dfrac{147}{5}$ donc : $b > 1$

$(147 > 5)$

D'où : $a < b$

2) On a : $a = 1$ et $b = \sqrt{7}$

Donc : $a < b$

3) On a : $a = \dfrac{145}{27}$ et $b = \dfrac{145}{28}$

et puis que : $27 < 28$

Donc : $a > b$

4) On a : $a = \dfrac{215}{13}$ et $b = \dfrac{102}{13}$

et comme : $102 < 215$

Donc : $a > b$

Exercice 3:

1) Dans le cas où $a = 2\sqrt{3}$ et $b = 3\sqrt{2}$

Méthode 1:

on étudie le signe de $a - b$

$$a - b = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \frac{-6}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$$

Puisque : $\dfrac{-6}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} < 0$; alors :

$a < b$

Méthode 2:

$a = 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$

$b = 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$

Puisque $12 < 18$; alors : $\sqrt{12} < \sqrt{18}$ (si vous avez fait la propriété 5)

d'où : $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

Méthode 3:

$a^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$ et $b^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$

Puisque $12 < 18$

Alors : $a^2 < b^2$ (a et b sont positifs).

D'où : $a < b$ (si vous avez fait la propriété 4)

2) $4\sqrt{7} > 3\sqrt{8}$

3) $1 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{3}$

4) $\dfrac{\pi}{\sqrt{2}} > \dfrac{\pi - 1}{\sqrt{2}}$

Exercice 6:

Soit $A < 0$

Comparons a et b:

1) $a = \dfrac{2}{3} - A$ et $b = \dfrac{3}{4} - A$

On a : $\dfrac{2}{3} < \dfrac{3}{4}$

Donc : $\dfrac{2}{3} - A < \dfrac{3}{4} - A$

D'où : $a < b$

2) $a = \frac{5}{3}A - \sqrt{2}$ et $b = \frac{7A}{2} - \sqrt{2}$

On a : $\frac{5}{3} < \frac{7}{2}$ signifie que : $\frac{5}{3}A > \frac{7}{2}A$

signifie que :

$\frac{5}{3}A - \sqrt{2} > \frac{7}{2}A - \sqrt{2}$

Donc : $a > b$

3) $a = \frac{A}{-2}$ et $b = \frac{A}{-3}$

On a : $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

signifie que : $\frac{1}{-3} > \frac{1}{-2}$

Donc : $\frac{A}{-3} < \frac{A}{-2}$

C'est-à-dire : $b < a$

Exercice 7:

a) $4s < 4t$ b) $\frac{s}{2} \leq \frac{t}{2}$

c) $-\sqrt{5}\,s \geq -\sqrt{5}\,t$ d) $\frac{s}{\sqrt{7}} \leq \frac{t}{\sqrt{7}}$

Exercice 8:

a) $\sqrt{7}x < \sqrt{7}y$

b) $\frac{x}{\sqrt{8}} < \frac{y}{\sqrt{8}}$

c) $1 - \sqrt{3}x > 1 - \sqrt{3}y$

d) $\frac{-2x}{\sqrt{2}} + 1 > \frac{-2y}{\sqrt{2}} + 1$

Exercice 10:

a) Ecriture scientifique des nombres A, B et C :

$A = 0{,}0002453 = 2{,}453 \times 10^{-4}$

$B = 2700058 = 2{,}700058 \times 10^{6}$

$C = 0{,}01895 = 1{,}895 \times 10^{-2}$

Exercice 11:

a et b deux réels tels que : $a < -3$ et $b > 3$

• $a + 3$:

On a : $a < -3$ signifie que :

$a + 3 < -3 + 3$

Donc : $a + 3 < 0$

• $a - 5$:

On a : $a < -3$ signifie que :

$a - 5 < -3 - 5$

Donc : $a - 5 < -8$

• $2b$:

On a : $b > 3$ donc : $2b > 6$

• $\frac{b}{\sqrt{3}}$:

On a : $b > 3$ donc : $\frac{b}{\sqrt{3}} > \frac{3}{\sqrt{3}}$

C'est-à-dire : $\frac{b}{\sqrt{3}} > \sqrt{3}$

Exercice 14:

$\frac{a}{a+1} < 1 < \frac{a+3}{a+1}$

Exercice 15:

si $\begin{cases} -2 \leq x \leq -1 \\ 2 \leq y \leq 3 \end{cases}$

alors : $6 \leq 2x + 5y \leq 13$ et

$36 \leq (2x + 5y)^2 \leq 169$

Exercice 16:

a) si $x \geq y$ alors : $x + 2 > y + 2$

et

b) si $x \geq y$ alors : $\sqrt{2}x + 3 \geq \sqrt{2}y + 3$

Exercice 17:

On a : $1 \leq a \leq \sqrt{5}$ et $-3 \leq b \leq -1$

a) $-2 \leq a + b \leq \sqrt{5} - 1$

$2 \leq a - b \leq 3 + \sqrt{5}$

$5 \leq 3a - 2b \leq 6 + 3\sqrt{5}$

b) $1 \leq a^2 \leq 5$; $1 \leq b^2 \leq 9$

$6 \leq a^2 - 3b + 2 \leq 16$

Exercice 19:

Il faut avoir $0 < \frac{a\sqrt{2}}{2} < 2\sqrt{2}$ ce qui signifie que : $0 < a < 4$

Exercice 20:

1) $E - F = (x - 2 - (x - 1))(x - 2 + (x - 1))$

$= (x - 2 - x + 1)(x - 2 + x - 1)$

$= -1(2x - 3)$

$= 3 - 2x$

Puisque : $x \geq 2$; alors : $2x \geq 4$

d'où : $-2x \leq -4$

$-2x + 3 \leq -1$

et puisque : $-1 < 0$

alors : $E - F < 0$

d'où : $E < F$

Autre méthode :

$E - F = (x - 2)^2 - (x - 1)^2$

$= (x^2 - 4x + 4) - (x^2 - 2x + 1)$

$= 3 - 2x$

et on obtient le même résultat que la méthode précédente.

Exercice 21:

1) On a : $x - 2 \leq \frac{1}{3}$

Montrons que : $x - 1 \leq \frac{4}{3}$

On a : $x - 2 \leq \frac{1}{3}$ donc :

$x - 2 + 1 \leq \frac{1}{3} + 1$

D'où : $x - 1 \leq \frac{4}{3}$

2) On a : $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$

Montrons que : $3a - \sqrt{3} - 1 \geq -2$

On a : $a \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ signifie que : $3a \geq \frac{3\sqrt{3}}{3}$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} \geq \sqrt{3} - \sqrt{3}$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} \geq 0$

signifie que :

$3a - \sqrt{3} - 1 \geq -1$ et $-1 \geq -2$

Donc : $3a - \sqrt{3} - 1 \geq -2$

3) On a : $a \leq b$

Montrons que : $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

On a : $a \leq b$ donc : $a + b \leq 2b$

D'où : $\frac{a+b}{2} \leq \frac{2b}{2}$

C'est-à-dire : $\frac{a+b}{2} \leq b$

et on a : $a \leq b$ on a : $a + a \leq a + b$

Donc : $2a \leq a + b$

D'où : $a \leq \frac{a+b}{2}$

Ainsi : $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

Exercice 25:

On a : $x = \sqrt{5} - 2$ et $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

1) • On a : $(\sqrt{5})^2 = 5$ et $(2)^2 = 4$

Donc : $(\sqrt{5})^2 > (2)^2$

D'où : $\sqrt{5} > 2$

C'est-à-dire : $\sqrt{5} - 2 > 0$

• On a : $y > 0$ car $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} \geq 0$

2) Comparons x et y :

On a : $x^2 = (\sqrt{5} - 2)^2$

$= (\sqrt{5})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5} + (2)^2$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

et $y^2 = (9 - 4\sqrt{5})^2 = 9 - 4\sqrt{5}$

Donc : $x^2 = y^2$ d'où : $x = y$

Exercice 27:

a et b sont des réels strictement positifs.

1) On a : $2\sqrt{ab} > 0$

d'où : $a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b} > a + b$

ainsi : $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > a + b$

d'où : $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a + b}$

(les nombres sont strictement positifs).

Autre méthode :

Pour comparer deux nombres positifs on peut comparer leurs carrés.

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a+b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}-(a+b)$$
$$= 2\sqrt{ab}$$

Puisque : $2\sqrt{ab} > 0$ alors :

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$

d'où : $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a + b}$

2) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} - 2 = \dfrac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}$

$$= \frac{(a-b)^2}{ab}$$

$a > 0$; $b > 0$; donc : $\dfrac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$

Ainsi : $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} - 2 \geq 0$

Autre méthode:

On sait que : $\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}} - \sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2 \geq 0$

signifie que : $\dfrac{a}{b} - 2\sqrt{\dfrac{a}{b}}\sqrt{\dfrac{b}{a}} + \dfrac{b}{a} \geq 0$

c'est-à-dire : $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} - 2\sqrt{\dfrac{a}{b}.\dfrac{b}{a}} \geq 0$

Ainsi : $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} - 2 \geq 0$

Exercice 29:

1) Soit $-x > 0$; on a :

$$x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} = \frac{(x-1)^2}{x}$$

Puisque : $(x-1)^2 \geq 0$ et $x > 0$, alors $\dfrac{(x-1)^2}{x} \geq 0$; d'où : $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$

Méthode 2:

On sait que : $(x-1)^2 \geq 0$

d'où : $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

donc : $x^2 + 1 \geq 2x$

ainsi : $\dfrac{x^2+1}{x} \geq \dfrac{2x}{x}$ $(x > 0)$

d'où : $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$

Méthode 3:

On a : $\left(\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$

D'où : $x - 2\sqrt{x}.\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x} \geq 0$

Ainsi : $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1$$
$$= 2 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$$

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geq 2$; d'où : $2 + \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geq 4$

ainsi : $(a+b)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) \geq 4$

b) On montre que :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}$$

c) En utilisant la question précédente; on a : $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

$\dfrac{a+b}{2}$ est la moyenne arithmétique de a et b.

$\sqrt{ab}$ est la moyenne quadratique des réels positifs a et b.

Exercice 31:

1) Si $0 \leq x \leq 1$

On a : $0 \leq \sqrt{x} \leq 1$; $\sqrt{x} \times \sqrt{x} \leq 1 \times \sqrt{x}$

Ainsi : $0 \leq x \leq \sqrt{x} \leq 1$ (1)

de même : $x \leq 1$

donc : $x \times x \leq x \times 1$

d'où : $0 \leq x^2 \leq x$ (2)

ainsi : $x^2 \times x \leq x \times x \quad (x \geq 0)$

d'où : $0 \leq x^3 \leq x^2$ (3)

d'après (1); (2) et (3)

si $0 \leq x \leq 1$ alors :

$0 \leq x^3 \leq x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$

Exercice 33:

1) On a : $-2 < \dfrac{3a-11}{a-2} < 2$

signifie que :

$-2-3 < \dfrac{3a-11}{a-2} - 3 < 2-3$

signifie que : $-5 < \dfrac{-5}{a-2} < -1$

signifie que : $1 < \dfrac{5}{a-2} < 5$

signifie que : $\dfrac{1}{5} < \dfrac{a-2}{5} < 1$

signifie que : $1 < a-2 < 5$

signifie que : $3 < a < 7$

2) On a : $-2 < \dfrac{2b-3}{b+1} - 5 < 2$

signifie que : $-2+5 < \dfrac{2b-3}{b+1} < 2+5$

signifie que : $3 < \dfrac{2b-3}{b+1} < 7$

signifie que :

$3-2 < \dfrac{2b-3}{b+1} - 2 < 7-2$

signifie que : $1 < \dfrac{-5}{b+1} < 5$

signifie que : $-5 < \dfrac{5}{b+1} < -1$

signifie que : $-1 < \dfrac{b+1}{5} < -\dfrac{1}{5}$

signifie que : $-5 < b+1 < -1$

signifie que : $-6 < b < -2$

Exercice 37:

Soit a et b deux réels tels que :

$-\dfrac{1}{2} < b < a$

1) Etudions le signe de $2a+1$ et $2b+1$.

On a : $b > -\dfrac{1}{2}$ signifie que : $2b > -1$

signifie que :

$2b+1 > 0$

On a : $a > -\dfrac{1}{2}$ signifie que : $2a > -1$

signifie que :

$2a+1 > 0$

2) a) $\dfrac{2a+1}{2b+1} - 1 = \dfrac{2a-2b}{2b+1}$

$= \dfrac{2(a-b)}{2b+1}$

On a : $b - a$ donc : $a - b > 0$ et

$2b+1 > 0$

Donc : $\dfrac{2a+1}{2b+1} - 1 > 0$

D'où : $\dfrac{2a+1}{2b+1} > 1$

b) On a : $\dfrac{2b+1}{2b+1}$ est l'inverse de $\dfrac{2a+1}{2b+1}$.

Puisque : $\dfrac{2a+1}{2b+1} > 1$ alors : $\dfrac{2b+1}{2a+1} < 1$

D'où : $\dfrac{2b+1}{2a+1} < 1 < \dfrac{2a+1}{2b+1}$

Exercice 41:

Soit $x > 0$ et $y < 0$

On a : $A = \dfrac{9x-4y}{3x-2y}$

Montrons que : $2 < A < 3$

On a : $A-2=\dfrac{9x-4y}{3x-2y}-2$

$=\dfrac{9x-4y-6x+4y}{3x-2y}$

$=\dfrac{3x}{3x-2y}$

On a : $3x>0$ et $-2y>0$

Donc : $3x-2y>0$ et $3x>0$

D'où : $\dfrac{3x}{3x-2y}>0$

C'est-à-dire : $A-2>0$

Ainsi : $A>2$

• On a : $3-A=3-\dfrac{9x-4y}{3x-2y}$

$=\dfrac{9x-6y-9x+4y}{3x-2y}$

$=\dfrac{-2y}{3x-2y}>0$

car $-2y>0$ et $3x-2y>0$

Donc : $A<3$

D'où : $2<A<3$

Exercice 42:

Soit x un réel tel que : $\dfrac{1}{2}<x<1$

On pose : $A=\dfrac{x}{x+2}$

Montrons que : $\dfrac{1}{5}<A<\dfrac{1}{3}$

On a : $A-\dfrac{1}{5}=\dfrac{x}{x+2}-\dfrac{1}{5}$

$=\dfrac{5x-x-2}{5(x+2)}$

$=\dfrac{4x-2}{5(x+2)}$

$=\dfrac{x\left(x-\frac{1}{2}\right)}{5(x+2)}>0$

car $x>\dfrac{1}{2}$

Donc : $\dfrac{1}{5}<A$ et $\dfrac{1}{3}-A=\dfrac{1}{3}-\dfrac{x}{x+2}$

$=\dfrac{x+2-3x}{3(x+2)}$

$=\dfrac{-2x+2}{3(x+2)}$

$=\dfrac{+2(1-x)}{3(x+2)}>0$

car $\dfrac{1}{2}<x<1$

Donc : $A<\dfrac{1}{3}$

D'où : $\dfrac{1}{5}<A<\dfrac{1}{3}$

Exercice 46:

1) On a : $2\sqrt{2}\leq 2x+y\leq 4$ et

$\sqrt{2}\leq x-y\leq 2$

Donc : $2\sqrt{2}+\sqrt{2}\leq 2x+y+x-y\leq 6$

signifie que : $3\sqrt{2}\leq 3x\leq 6$

signifie que : $\dfrac{3\sqrt{2}}{3}\leq\dfrac{3x}{3}\leq\dfrac{6}{3}$

Donc : $\sqrt{2}\leq x\leq 2$

2) On a : $\sqrt{2}\leq x-y\leq 2$ et

$\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $-2\leq -x+y\leq -\sqrt{2}$ et

$\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $\sqrt{2}-2\leq y\leq 2-\sqrt{2}$

3) Encadrons : $\dfrac{x}{y+2+\sqrt{2}}$

On a : $\sqrt{2}-2\leq y\leq 2-\sqrt{2}$

signifie que : $2\sqrt{2}\leq y+2+\sqrt{2}\leq 4$

signifie que : $\dfrac{1}{4}\leq\dfrac{1}{y+2+\sqrt{2}}\leq\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

et on a : $\sqrt{2}\leq x\leq 2$

Donc : $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\leq\dfrac{x}{y+2+\sqrt{2}}\leq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

C'est-à-dire : $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\leq\dfrac{x}{y+2+\sqrt{2}}\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 47:

1) On a : $\frac{1}{3} \leq \frac{2z+1}{3} \leq 1$

signifie que : $1 \leq 2z+1 \leq 3$

signifie que : $0 \leq 2z \leq 2$

Donc : $0 \leq z \leq 1$

2) On a : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ -3 \leq y \leq -1 \end{cases}$

signifie que : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ -6 \leq 2y \leq -2 \end{cases}$

signifie que : $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 2 \leq -2y \leq 6 \end{cases}$

Donc : $2 \leq x - 2y \leq 14$

3) On a : $\begin{cases} 1 \leq t+3 \leq 4 \\ 1 \leq y+4 \leq 3 \\ 1 \leq x+1 \leq 9 \end{cases}$

Donc : $1 \leq (t+3)(y+4)(x+1) \leq 108$

D'où :

$1 \leq \sqrt{(t+3)(y+4)(x+1)} \leq 108$

C'est-à-dire :

$1 \leq \sqrt{(t+3)(y+4)(x+1)} \leq 6\sqrt{3}$

Exercice 55:

1) • Comparons les nombres $3\sqrt{5}$ et $4\sqrt{3}$:

On a : $(3\sqrt{5})^2 = 45$ et $(4\sqrt{3})^2 = 48$

Donc : $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$

• Déduction :

On a : $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$

signifie que : $-3\sqrt{5} > -4\sqrt{3}$

Donc : $7 - 3\sqrt{5} > 7 - 4\sqrt{3}$

2) a) • Encadrons $a+b$:

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -1 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $-2 \leq a+b \leq 2$

• Encadrons $2a-b$:

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -4 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 4 \leq 2a \leq 6 \\ 1 \leq -b \leq 4 \end{cases}$

D'où : $5 \leq 2a - b \leq 10$

• Encadrons ab :

On a : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ -4 \leq b \leq -1 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 3 \\ 1 \leq -b \leq 4 \end{cases}$

D'où : $2 \leq -ab \leq 12$

Ainsi : $-12 \leq ab \leq -2$

b) On a : $5 \leq \frac{-3c+1}{2} \leq 8$

signifie que : $10 \leq -3c+1 \leq 16$

signifie que : $9 \leq -3c \leq 15$

signifie que : $-15 \leq 3c \leq -9$

Donc : $-5 \leq c \leq -3$

Exercice 56:

Soit x un réel tel que : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

1) a) Encadrons $-2x-1$ et $4x^2$:

• On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ donc :

$-2 \leq -2x \leq -1$

D'où : $-3 \leq -2x-1 \leq -2$

• On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ donc : $\frac{1}{4} \leq x^2 \leq 1$

D'où : $1 \leq 4x^2 \leq 4$

b) Encadrons E :

On a : $\begin{cases} 1 \leq 4x^2 \leq 4 \\ -3 \leq -2x-1 \leq -2 \end{cases}$

Donc : $1-3 \leq 4x^2-2x-1 \leq 4-2$

D'où : $-2 \leq E \leq 2$

2) a) On a :

$$\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=(2x^2)-2(2x)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$$
$$=4x^2-2x+\frac{1}{4}-\frac{5}{4}$$
$$=4x^2-2x-1=E$$

b) Déduction :

On a : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

signifie que : $1 \leq 2x \leq 2$

signifie que : $\frac{1}{2} \leq 2x-\frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$

signifie que : $\frac{1}{4} \leq \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$

signifie que :

$$\frac{1}{4}-\frac{5}{4} \leq \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4} \leq \frac{9}{4}-\frac{5}{4}$$

Donc : $-1 \leq E \leq 1$

Exercice 58:

Soit x un réel tel que : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

1) Encadrons $\frac{1}{2x+3}$:

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ signifie que : $-1 \leq 2x \leq 2$

signifie que :

$2 \leq 2x+3 \leq 5$

Donc : $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{2x+3} \leq \frac{1}{2}$

2) On pose : $A=4x^2+20x+16$

a) • Encadrons $4(x+2)^2$:

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $\frac{3}{2} \leq x+2 \leq 3$

D'où : $\frac{9}{4} \leq (x+2)^2 \leq 9$

Ainsi : $9 \leq 4(x+2)^2 \leq 36$

• Encadrons $4x$:

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $-2 \leq 4x \leq 4$

• Déduction :

On a : $A=4x^2+16x+16+4x$
$$=4(x^2+4x+4)+4x$$
$$=4(x+2)^2+4x$$

Donc : $7 \leq A \leq 40$

c) • Vérification :

$$4(x+1)(x+4)=4(x^2+4x+x+4)$$
$$=4(x^2+5x+4)$$
$$=4x^2+20x+16=A$$

• Déduction :

On a : $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Donc : $\frac{1}{2} \leq x+1 \leq 2$ et

$\frac{7}{2} \leq x+4 \leq 5$

D'où : $7 \leq 4(x+1)(x+4) \leq 40$

Ainsi : $A>0$

4 Chapitre

THÉORÈME DE THALÈS

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Connaître le théorème de Thalès direct; • Connaître le théorème réciproque de Thalès; • Savoir utiliser le théorème de Thalès et sa réciproque pour résoudre des problèmes.
Pré-requis	• Théorème de Thalès direct; • Proportionnalité; équations (quelques types); • Les droites remarquables dans un triangle.
Contenu	• Théorème de Thalès; • Réciproque du théorème de Thalès.
Prolongement	• Trigonométrie (au lycée); • Triangles isométriques et triangles semblables; • Équations; • Vecteurs et translation; • Système de deux équations à deux inconnues; • Équation de droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Géométrie dans l'espace; • Homothétie (au lycée); • Optique en physique; • Activités numériques et /ou géométriques.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Matériel de géométrie; • Compas; Equerre; Règle; • logiciel (par exemple Geo Gebra...)

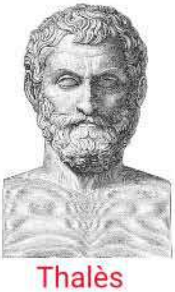
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Théorème de Thalès • **Activité 2:** Réciproque du Théorème de Thalès
	Cours • Théorème de Thalès; • Réciproque du théorème de Thalès.
	Pour comprendre • Appliquer le théorème de Thalès; • Prouver que deux droites ne sont pas parallèles; • Appliquer le théorème réciproque de Thalès.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et/ou culturel :

Thalès de Milet né aux alentours de-625 à Milet en Turquie a vécu pendant 78 ans.

A l'origine il était marchand, il devint mathématicien, physicien et philosophe. Il est l'un des premiers à introduire le raisonnement logique et déductif en géométrie, on lui doit la démonstration de la propriété: tout angle inscrit dans un demi-cercle est droit. En physique il découvrit que l'ambre une fois frotté est capable d'attirer les corps légers.


Thalès

Thalès séjourne longuement en Egypte d'où il aurait rapporté sa science de la géométrie.

On prête à Thalès d'avoir mesuré la hauteur de la grande pyramide d'Egypte et d'avoir prédit l'éclipse solaire de-585.

- **Côté pédagogique :**

Ce chapitre représente un prolongement logique et naturel de ce que l'élève a étudié dans les niveaux antérieurs à savoir :

- La droite des milieux dans un triangle
- La proportionnalité
- Le partage d'un segment donné en segments de même longueur.
- Le théorème de Thalès appliqué dans un triangle sur des situations ne faisant intervenir que les nombres rationnels.

Dans ce chapitre, le théorème de Thalès sera traité uniquement dans un triangle tout en faisant intervenir toutes les situations possibles comme :

- La droite parallèle au côté (BC) dans le triangle ABC qui coupe les segments $[AB]$ et $[AC]$.
- La droite parallèle au côté (BC) dans le triangle ABC qui coupe les demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ à l'extérieur du triangle.

Pour la réciproque du théorème de Thalès, on propose un raisonnement déductif pour la démonstration.

On souligne que les applications du théorème de Thalès ainsi que sa réciproque sont diversifiées et on cite parmi d'autres :

- Calcul des longueurs
- Prouver le parallélisme de deux droites
- Prouver l'alignement de points
- Calcul de la quatrième proportionnelle
- Prouver des relations sur des longueurs.

Partie 2: Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

- **Traitement:**

Activité 1 : Théorème de Thalès	
Objectif	Utiliser le théorème de Thalès (vu en 2AC) dans une situation-problème.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	3) Le quadrilatère $MNHO$ est un parallélogramme (car les diagonales $[MH]$ et $[NO]$ ont le même milieu C). 4) Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle CAF où $(MN) \mathbin{/\mkern-5mu/} (AF)$ on obtient $\dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CN}{CF} = \dfrac{MN}{AF}$ (1) b) Remplacer dans l'égalité (1) les distances CM , CN et MN respectivement par CH , CO et OH . On obtient $\dfrac{CH}{CA} = \dfrac{CO}{CF} = \dfrac{OH}{AF}$ (2) 5) Puisque $CA = 1,4$, $CH = 08$ et $OH = 1,7$, alors de (2) on déduit que $\dfrac{0,8}{1,4} = \dfrac{1,7}{AF}$, d'où $AF = \dfrac{17 \times 14}{8} = 2,97\text{m}$
Activité 2 : Réciproque du Théorème de Thalès	
Objectif	Démontrer le théorème réciproque de Thalès.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) a) Utiliser le théorème de Thalès dans le triangle ABC où $(BC) \mathbin{/\mkern-5mu/} (MF)$ on obtient $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$ b) Puisque $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AF}{BC}$ d'où $AF = AN$ et puisque $F \in [AC]$ et $N \in [AC]$, alors $N = F$ 2) On a : $(BC) \mathbin{/\mkern-5mu/} (MF)$ et puisque $N = F$ alors $(BC) \mathbin{/\mkern-5mu/} (MN)$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 21:

1) • Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC : $(MN)//(BC)$

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ donc : $\frac{10}{15}=\frac{12}{AC}$

D'où : $AC=\frac{12\times 15}{10}=18$

• Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AMD :

$AM^2=AD^2+DM^2$

donc :

$DM^2=AM^2-AD^2=100-64=36$

D'où : $MD=6$

2) $\frac{AM}{AB}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ et $\frac{AD}{AN}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

Donc : $\frac{AM}{AB}=\frac{AD}{AN}$

3) a) Appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

b) $\begin{cases}(MD)//(BN)\\(MD)//(AN)\end{cases}$

donc : $(BN)\perp(AN)$

D'où : N est le projeté orthogonal de B sur (AC).

Exercice 22:

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle MEF, on a : $(AC)//(EF)$

$\frac{MA}{ME}=\frac{MC}{MF}=\frac{AC}{EF}$ donc :

$\frac{55}{ME}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

C'est-à-dire : $ME=110$

2) $AB=ME-(AM+BE)=110-(55+6)=49$

Exercice 24:

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AIC, on a : $\frac{AF}{AI}=\frac{AE}{AC}$

2) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABE, on a : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AE}$

3) $\frac{AF}{AI}=\frac{AE}{AC}$ signifie que : $\frac{AF}{AE}=\frac{AI}{AC}$

et on a : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AE}$ et $AB=AC$

donc : $\frac{AF}{AE}=\frac{AJ}{AE}$ d'où : $AF=AJ$

C'est-à-dire le triangle AFJ est isocèle.

Exercice 25:

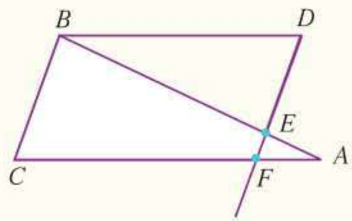
1)

2) a) Pour comparer $\frac{BE}{BC}$ et $\frac{BM}{BD}$, utiliser le théorème de Thalès dans le triangle BCD avec $(ME)//(BC)$.

b) Pour comparer $\frac{BM}{BM}$ et $\frac{BF}{BA}$, utiliser le théorème de Thalès dans le triangle ABD avec $(MF)//(AD)$.

3) On conclut que : $\frac{BE}{BC}=\frac{BF}{BA}$ puis on applique la réciproque du théorème de Thalès.

Exercice 26:



2) a)

b) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC avec $(EF)//(BC)$

$\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}$ donc : $\frac{AF}{8}=\frac{1,5}{6}$

C'est-à-dire : $AF=\frac{8\times 1,5}{6}=2$

et on a : $\frac{EF}{4}=\frac{2}{8}$ c'est-à-dire : $EF=1$

c) Appliquer la réciproque du théorème de Thalès :

On a : $\dfrac{EF}{ED} = \dfrac{1}{3}$

et $\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{1,5}{6-1,5} = \dfrac{1,5}{4,5} = \dfrac{1}{3}$

Donc : $\dfrac{EF}{ED} = \dfrac{EA}{EB}$, par suite :

$(BD)//(AF)$

d) Appliquer le théorème de Thalès :

$\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{AF}{BD}$ donc : $\dfrac{1,5}{4,5} = \dfrac{1}{BD}$

C'est-à-dire : $BD = \dfrac{4,5}{1,5} = 3$

Exercice 28:

1) Appliquer le théorème de Thalès :

$\dfrac{IA}{IC} = \dfrac{IB}{ID} = \dfrac{AB}{CD}$

On a: $\dfrac{IA}{IC} = \dfrac{3}{5}$

Donc : $\dfrac{IB}{ID} = \dfrac{3}{5}$ c'est-à-dire : $\dfrac{2}{ID} = \dfrac{3}{5}$

donc : $ID = \dfrac{10}{3}$

et on a : $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{3}{5}$ c'est-à-dire : $\dfrac{4}{CD} = \dfrac{3}{5}$

donc : $CD = \dfrac{20}{3}$

2) On a : $AF = 4$ et $AI = 3$ donc : $IF = 1$

et $BE = \dfrac{8}{3}$ et $BI = 2$ donc : $IE = \dfrac{2}{3}$

Donc : $\dfrac{IE}{IB} = \dfrac{\frac{2}{3}}{2} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{IF}{IA} = \dfrac{1}{3}$

D'où : $\dfrac{IE}{IB} = \dfrac{IF}{IA}$ par suite : $(EF)//(AB)$

D'après la réciproque du théorème de Thalès.

b) On a: $\dfrac{IE}{IB} = \dfrac{IF}{IA} = \dfrac{EF}{AB} = \dfrac{1}{3}$

Donc : $EF = \dfrac{1}{3} \times AB = \dfrac{1}{3} \times 4 = \dfrac{4}{3}$

Exercice 38:

Appliquer le théorème de Thalès au triangle ABC avec : $(AC)//(DH)$ d'après la figure.

On a : $\dfrac{BD}{Bc} = \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{DH}{AC} = \dfrac{150}{200} = \dfrac{3}{4}$

Donc :

$BD = \dfrac{3}{4} \times BC = \dfrac{3}{4} \times 1200 = 900m$

Exercice 39:

- $[AB]$ est un diamètre dans le cercle $(\mathscr{C}_1)$ et $D \in (\mathscr{C}_1)$

donc: ABD est un triangle rectangle en D.

D'où : $(AD) \perp (DE)$

- De même dans le cercle $(\mathscr{C}_2)$, on a : $(CE) \perp (DE)$

Donc : $(Ad)//(CE)$

- Appliquer le théorème de Thalès :

$\dfrac{BC}{BA} = \dfrac{CE}{AD}$ donc :

$CE = \dfrac{BC}{BA} \times AD = \dfrac{3,5 \times 2,5}{4,5} = 1,94$

Exercice 40:

- Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ACF pour calculer AC

on a : $(BE)//(CF)$

$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AF}$ donc :

$AC = \dfrac{AB \times AF}{AE} = \dfrac{2,5 \times 5}{3} = \dfrac{25}{6}$

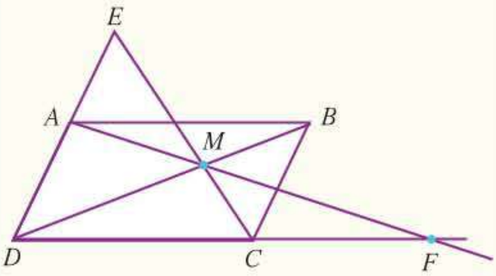
Puis : Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AFD pour calculer AD

on a : $(CE)//(DF)$

$\dfrac{AC}{AD} = \dfrac{AE}{AF}$ donc :

$AD = \dfrac{AC \times AF}{AE} = \dfrac{125}{18} \simeq 6,94$

Exercice 41:



1) • On a : $(AB)//(DF)$ donc en appliquant le théorème de Thalès,

on a : $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MD}$ (1)

• On a : $(BC)//(DE)$ donc en appliquant le théorème de Thalès,

on a : $\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{ME}$ (2)

2) De (1) et (2), on a : $\frac{MA}{MF} = \frac{MC}{ME}$

et appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

Exercice 42:

1) $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{5}$ et $\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5}$

Donc : $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

Puis appliquer la réciproque du théorème de Thalès pour prouver que : $(MN)//(BC)$

2) Appliquer le théorème de Thalès:

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{5}$

donc : $MN = \frac{BC}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

3) • Pour les triangles AMN et ABC, appliquer le théorème de Pythagore.

• Pour le triangle BNC, tout d'abord, on calcule BN en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle BMN.

On a :

$BN^2 = BM^2 + MN^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 4$

donc : $BN = 2$

• Dans le triangle BNC, on a :

$BC^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

et $NB^2 + NC^2 = 4 + 16 = 20$

c) On a : $\frac{MI}{MC} = \frac{IJ}{AC}$

$\frac{MI}{IC - MI} = \frac{2,4}{4} = \frac{3}{5}$

$5MI = 3IC - 3MI$

$8MI = 3IC$

$MI = \frac{3 \times IC}{8} = \frac{15}{8}$

Exercice 45:

1) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle BDC avec : $(MK)//(DC)$

2) Dans le triangle DAB, on a : $(HM)//(AB)$

En appliquant le théorème de Thalès, on a :

$\frac{DH}{DA} = \frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $-\frac{DH}{DA} = -\frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $1 - \frac{DH}{DA} = 1 - \frac{DM}{DB}$

C'est-à-dire : $\frac{DA - DH}{DA} = \frac{DB - DM}{DB}$

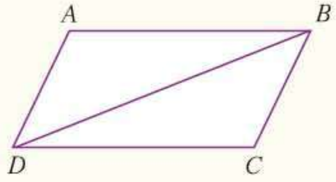
Donc : $\frac{AH}{DA} = \frac{BM}{BD}$

3) Des deux questions précédentes, on déduit que :

$\frac{BK}{BC} = \frac{AH}{AD}$ c'est-à-dire : $\frac{BK}{6} = \frac{2}{5}$

Donc : $BK = \frac{2}{5} \times 6 = \frac{12}{5} = 2,4$

Exercice 43:



Exercice 44:

1) On a : $\frac{BJ}{BC}=\frac{5,1}{8,5}=\frac{3}{5}$

et $\frac{BI}{BA}=\frac{4,5}{7,5}=\frac{3}{5}$

Puis appliquer la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle ABC pour prouver que : $(IJ)//(AC)$

2) a) $\frac{IJ}{AC}=\frac{3}{5}$ donc :

$IJ=\frac{3}{5}\times AC=\frac{3}{5}\times 4=\frac{12}{5}=2,4$

b) On a : $(IJ)//(AC)$ et $(AC)\perp(AI)$

Donc : $(IJ)\perp(AI)$

D'où le triangle IJB est rectangle en I.

c) D'après le théorème de Pythagore :

$AJ^2=IA^2+IJ^2=9+5,56=14,76$

Donc : $AJ=\sqrt{14,76}$

3) a) Utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AIC :

$IC^2=AI^2+AC^2=9+16=25$ donc : $IC=5$

b) Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{MI}{MC}=\frac{MJ}{MA}=\frac{IJ}{AC}$

Exercice 46:

1) $(AB)//(CI)$ et (BC) et (AI) se coupent. En appliquant le théorème de Thalès : $\frac{EA}{EI}=\frac{EB}{EC}$

2) Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle BCD avec : $(EF)//(BD)$

$\frac{CE}{CB}=\frac{CF}{CD}$ donc : $-\frac{CE}{CB}=-\frac{CF}{CD}$

C'est-à-dire : $1-\frac{CE}{CB}=1-\frac{CF}{CD}$

C'est-à-dire : $\frac{CB-CE}{CB}=\frac{CD-CF}{CD}$

Donc : $\frac{EB}{CB}=\frac{DF}{DC}$

3) On a : $(CJ)//(AD)$ et (AJ) et (CD) se coupent en F.

Appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{FJ}{FA}=\frac{FC}{FD}$

C'est-à-dire : $1+\frac{FJ}{FA}=1+\frac{CF}{FD}$

C'est-à-dire : $\frac{FA+FJ}{FA}=\frac{FD+CF}{FD}$

Donc : $\frac{AJ}{AF}=\frac{DC}{DF}$

C'est-à-dire : $\frac{AF}{AJ}=\frac{DF}{DC}$

4) considérer le triangle AFI et appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

Sachant que : $\frac{AF}{AJ}=\frac{AE}{AI}$ (d'après 1)2)3))

5 Chapitre

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Réactiver les savoirs relatifs au théorème de Pythagore; • Construire des liens entre le domaine géométrique et le domaine arithmétique; • Utiliser le théorème de Phytagore et sa réciproque pour résoudre des problèmes numériques et/ou géométriques.
Pré-requis	• Triangle rectangle; • Droites remarquables dans le triangle rectangle; • Cercle et cercle inscrit dans un triangle; • Perpendicularisme; • Angles; • Théorème direct de phytagore; • Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle; • Théorème de Thalès direct et réciproque.
Contenu	• Théorème de Pythagore; • Réciproque du théorème de Pythagore.
Prolongement	• Trigonométrie; • Équations et Inéquations; • Repère dans le plan (distance entre deux points); • Géométrie dans l'espace; • Activités numériques et/ou géométriques; • Autres matières, surtout la physique.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Théorème de Pythagore • **Activité 2:** Théorème de Pythagore • **Activité 3:** Réciproque du théorème de Pythagore
	Cours • Théorème de Pythagore; • Réciproque du théorème de Pythagore.
	Pour comprendre • Utiliser le théorème de Pythagore; • Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore; • Utiliser le théorème de pythagore..
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté pédagogique

Le triangle rectangle est très important dans la géométrie, et on détecte plusieurs propriétés qui sont relevées dans un triangle rectangle comme Pythagore et les rapports trigonométriques

Le cercle circonscrit au triangle rectangle, il est souvent utilisé pour résoudre des problèmes géométriques

L'élève a déjà étudié le théorème de Pythagore direct en classe de la deuxième année.

Dans ce chapitre, on compléte l'étude de ce théorème en proposant sa réciproque.

Pour la démonstration de la réciproque, on a privilégié la méthode qui utilise la symétrie axiale, une notion étudiée par l'élève plusieurs fois auparavant.

On souligne l'importance du théorème de Pythagore dans :

- Le calcul des longueurs
- La démonstration de prouver l'orthogonalité de deux droites
- Le calcul trigonométrique
- Quelques relations métriques.

• Erreurs et éléments d'analyse

• Parfois l'élève applique le théorème de pythagore alors que le triangle n'est pas rectangle, c'est une erreur très fréquente;

• Par ailleurs, l'élève applique ce qu'on appelle en didactique «théorème élève»

«Le carré de la longueur du côté que l'on cherche est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés».

Partie 2: Gestion des activités

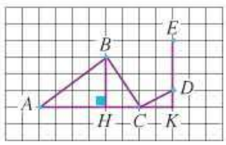
• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

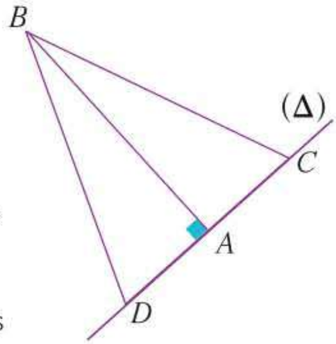
- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos, est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• Traitement:

Activité 1 : Théorème de Pythagore	
Objectif	Utiliser le théorème de Pythagore dans une situation-problème.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	Soit M le projeté orthogonal du point B sur (AC) et K le projeté orthogonal du point D sur (AC).  1) Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABH en H. $AB^2 = AH^2 + HB^2 = 16 + 9 = 25$ d'où $AB = 5km$ 2) a) $L = AB + BC + CD + DE$ $BC^2 = HC^2 + HB^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ donc : $BC = \sqrt{13}\,km$ $CD^2 = CK^2 + KD^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ donc : $CD = \sqrt{5}\,km$ $ED = 3km$. Donc : $L = 5 + \sqrt{13} + \sqrt{5} + 3 = (8 + \sqrt{13} + \sqrt{5})km$ b) $L \simeq 13,84km$

Activité 2 : Théorème de Pythagore	
Objectif	Démontrer le théorème de Pythagore.
Type de travail	Travail collectif dirigé par le professeur.
Solution proposée	1) On a : $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{a \times b}{2}$; $\mathcal{A}_{ADE} = \frac{a \times b}{2}$ et $\mathcal{A}_{ABE} = \frac{c^2}{2}$ 2) $\mathcal{A}_{BCDE} = \frac{(DE + BC) \times CD}{2} = \frac{(a+b)(a+b)}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}$ 3) $\mathcal{A}_{BCDE} = \mathcal{A}_{ABC} + \mathcal{A}_{ADE} + \mathcal{A}_{ABE}$ Donc : $\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2}$ 4) On a : $\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{2ab + c^2}{2}$ donc : $a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$ D'où : $a^2 + b^2 = c^2$

Activité 3 : Réciproque du théorème de Pythagore	
Objectif	Démontrer la réciproque du théorème de Pythagore.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) et 2) Construction au tableau. 3) Puisque ABD est un triangle rectangle en A alors $AD^2 + AB^2 = BD^2$ Puis déduire que : $BD = BC$ (vient du fait que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ et $AD = AC$) 4) a) On a : B et A sont équidistants des points D et C ; donc : (AB) est la médiatrice du segment $[DC]$. b) du 3)a) En déduit que : $(AB) \perp (AC)$ d'où ABC est un triangle rectangle en A .



Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

ABC est un triangle rectangle en B.

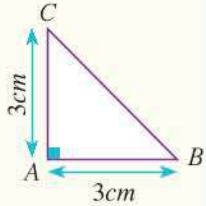
D'après le théorème de Pythagore on a :

$BA^2 + BC^2 = AC^2$

C'est-à-dire : $AC^2 = 64 + 36 = 100$

donc : $AC = \sqrt{100} = 10$

Exercice 5:



ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

1) Construction

2) D'après le théorème de Pythagore.

On a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

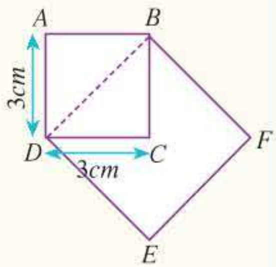
C'est-à-dire : $9 + 9 = BC^2$ donc :

$BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

3) L'aire du triangle ABC est :

$\mathcal{A} = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{9}{2} cm^2$

Exercice 9:



1) Le triangle ABD est isocèle rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore :

On a :

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 18$

Donc : $BD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

2) Construisons un carré dont l'aire est égale à $18cm^2$.

D'après la question 1), il suffit de construire un carré de côté $3\sqrt{2}\,cm$ (voir figure).

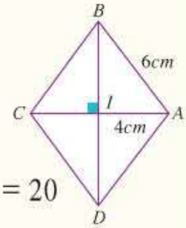
Exercice 11:

On prend : $AC = 8cm$

$ABCD$ est un losange donc :

$(AC) \perp (BD)$

D'où : AIB est un triangle rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore,



on a : $AB^2 = IA^2 + IB^2$

Donc :

$IB^2 = AB^2 - IA^2 = 36 - 16 = 20$

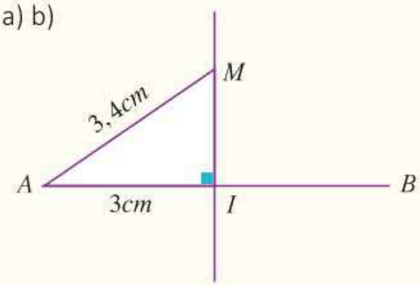
C'est-à-dire :

$IB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ et par suite :

$BD = 2 \times IB = 4\sqrt{5}$

Exercice 12:

1) a) b)



2) • $BM = AM = 3,4cm$ car M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

• Le triangle AIM est rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AM^2 = IA^2 + IM^2$ donc :

$IM^2 = AM^2 - AI^2 = 2,56$

D'où : $IM = \sqrt{2,56} = 1,6cm$

Exercice 14:

• Calculons tout d'abord AH :

$ABCD$ est un parallélogramme donc :

$BC = AD = 5cm$

$DH = DC - HC = AB - HC = 3cm$

Le triangle ADH est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AD^2 = AH^2 + DH^2$

Donc :

$AH^2 = AD^2 - DH^2 = 25 - 9 = 16$

D'où : $AH = \sqrt{16} = 4cm$

Par suite, l'aire du parallélogramme $ABCD$ est : $\mathcal{A} = AH \times DC = 4 \times 7 = 28cm^2$

Exercice 17:

• Calculons tout d'abord la hauteur AH du triangle ABC.

On a : ABH est un triangle rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 = BH^2 + AH^2$

Donc : $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 144 - 36$
$= 108$

D'où : $AH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\,cm$

Par suite l'aire du triangle ABC est :

$$\mathcal{A} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 14}{2} = 42\sqrt{3}\,cm^2$$

Exercice 18:

D'après la figure, les deux triangles ABC et CDE sont rectangles respectivement en A et E, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ et $CD^2 = EC^2 + ED^2$

C'est-à-dire : $BC^2 = (400)^2 + (300)^2$ et $ED^2 = CD^2 - EC^2 = (1450)^2 - (1000)^2$

Donc : $BC^2 = 250000$
et $ED^2 = 1102500$

D'où: $BC = 500km$ et $ED = 1050km$

Par suite, le trajet parcouru est : $AB + BC + CD + DE = 3300km$

Exercice 21:

Soit H le projeté orthogonal de A sur (DC).

On a : $AH = BC = 4cm$ et le triangle AHD est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore,

on a : $AD^2 = AH^2 + HD^2$

Puisque : $HD = AD - CH$
et $CH = AB$

Alors : $HD = 3cm$

D'où : $AD^2 = 16 + 9 = 25$ par suite : $AD = 5cm$

Exercice 24:

1) Le triangle ADE est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AD^2 = AE^2 + DE^2 = 36 + 64 = 100$

Donc : $AD = \sqrt{100} = 10cm$

2) Calculons CD :

Le triangle BCD est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BD^2 = BC^2 + CD^2$ donc :
$CD^2 = BD^2 - BC^2$

C'est-à-dire : $CD^2 = 25 - 9 = 16$

D'où : $CD = 4cm$ et par suite :
$AC = AD - CD = 6cm$

Le triangle ABC est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 36 + 9 = 45$

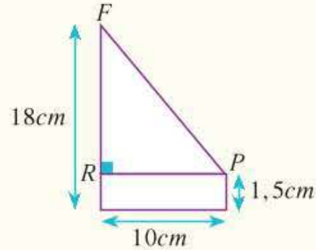
Donc : $AB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

3) $$\mathcal{A}_{ABDE} = \mathcal{A}_{ABD} + \mathcal{A}_{ADE} = \frac{BC \times AD}{2} + \frac{AE \times ED}{2}$$
$$= \frac{3 \times 10}{2} + \frac{6 \times 8}{2}$$
$$= 15 + 24 = 39cm^2$$

Exercice 25:

1) $RF = 18 - 1,5 = 16,5$

2) Le triangle PFR est rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a :

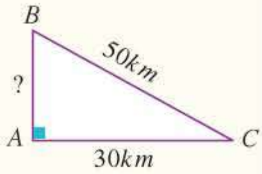


$PF^2 = RP^2 + RF^2 = (10)^2 + (16,5)^2 = 372,25$

Donc : $PF \simeq 19,29m$

On a : $PF < 25$ donc l'échelle est assez longue pour atteindre la fenêtre F.

Exercice 26:



Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

donc :

$AB^2 = BC^2 - AC^2 = (50)^2 - (30)^2$

C'est-à-dire : $AB^2 = 1600$

D'où : $AB = 40km$

Exercice 28:

1) • Le triangle MBC est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$MC^2 = BM^2 + BC^2$

C'est-à-dire :

$BM^2 = MC^2 - BC^2 = (20)^2 - (12)^2 = 256$

Donc : $BM = \sqrt{256} = 16cm$

D'où :

$AM = AB - BM = 25 - 16 = 9cm$

• Le triangle AMD est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$DM^2 = AM^2 + AD^2 = 81 + 144 = 225$

Donc : $DM = \sqrt{225} = 15cm$

2) On a : $DC^2 = (25)^2 = 625$ et $MD^2 + MC^2 = 225 + 400 = 625$

Donc : $MD^2 + MC^2 = DC^2$

D'où : le triangle DMC est rectangle en M, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Exercice 29:

• Le triangle ADC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = AD^2 + AC^2$

donc :

$AC^2 = CD^2 - AD^2 = 256 - 121 = 135$

D'où : $AC = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$

• Le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc :

$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 576 - 135 = 441$

D'où : $AB = \sqrt{441} = 21cm$

Par suite : $DB = 10cm$

Ainsi : le périmètre du triangle BCD est :

$BC + BD + CD = 16 + 24 + 10 = 50cm$

Exercice 31:

1) Le triangle AGD est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$GD^2 = AG^2 + AD^2 = 4 + 25 = 29$

D'où : $GD = \sqrt{29}$

2) • Soit H le point d'intersection de (GF) et (DC).

Ainsi le triangle FHC est rectangle en H. et on a : $FH = 7$ et $CH = 7$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$FC^2 = FH^2 + CH^2 = 49 + 49 = 98$

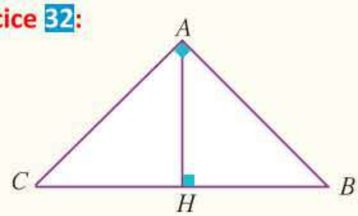
Donc : $FC = 7\sqrt{2}$

3) On a : $GE = 2\sqrt{2}$ (à vérifier)

Donc : $GE^2 + GD^2 = 8 + 29 = 37$ et $ED^2 = 49$

C'est-à-dire : $GE^2 + GD^2 \neq ED^2$ d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle GED n'est pas rectangle en G et par suite les droites (GE) et (GD) ne sont pas perpendiculaires.

Exercice 32:



1) Calculons l'aire du triangle ABC de deux façons :

$\mathcal{A} = \frac{AB \times AC}{2}$ et $\mathcal{A} = \frac{AH \times BC}{2}$

Donc : $\frac{AB \times AC}{2} = \frac{AH \times BC}{2}$

D'où : $AB \times AC = AH \times BC$

2) Calculons BC :

Le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 24 + 40 = 64$

Donc : $BC = \sqrt{64} = 8$

3) • Calculons AH :

On a : $AB \times AC = AH \times BC$

Donc :

$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{2\sqrt{6} \times 2\sqrt{10}}{8} = \frac{\sqrt{60}}{2} = \sqrt{15}$

• Calculons CH et BH :

Le triangle ACH est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = CH^2 + AH^2$

C'est-à-dire :

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 40 - 15 = 25$

Donc : $CH = \sqrt{25} = 5$

et par suite :

$BH = BC - CH = 8 - 5 = 3$

Exercice 33:

1) Calculons DE :

Le triangle ADE est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 1 + 16 = 17$

Donc : $DE = \sqrt{17}$

2) Calculons DF :

Soit H le point d'intersection des deux droites (AD) et (GF).

On a : $(AH) \perp (FH)$, c'est-à-dire le triangle FHD est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DF^2 = DH^2 + FH^2 = (2)^2 + (4)^2 = 20$

Donc : $DF = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Exercice 34:

Dans la figure, les triangles ABE, CEF et DGH sont rectangles respectivement en B, C et D.

D'après le théorème de Pythagore dans les trois rectangles on a:

1) $AE^2 = AB^2 + BE^2$

$AE^2 = 18 + (3 - \sqrt{3})^2$

$AE^2 = 18 + 12 - 6\sqrt{3}$

$AE^2 = 30 - 6\sqrt{3}$

Donc : $AE = \sqrt{30 - 6\sqrt{3}}$

2) $FE^2 = EC^2 + CF^2$

$FE^2 = (3 - (3 - \sqrt{3}))^2 + 1^2$

$FE^2 = (\sqrt{3})^2 + 1$

$FE^2 = 4$

Donc : $FE = \sqrt{4} = 2$

3) $GH^2 = DG^2 + DH^2$

$GH^2 = (2\sqrt{2})^2 + (3 - 2)^2$

$GH^2 = 8 + 1$

$GH^2 = 9$

Donc : $GH = \sqrt{9} = 3$

D'où le périmètre de $AEFGH$ est :

$$AE + EF + FG + GH + HA = \sqrt{30 - 6\sqrt{3}} + 2 + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 1) + 3 + 2$$
$$= \sqrt{30 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{2} + 6$$

Exercice 36:

• Le carré $ABED$ a pour aire $36cm^2$ donc $AB = 6cm$

Le carré $BCGF$ a pour aire $100cm^2$ donc $BC = 10cm$

• Le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc :

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 64$

d'où : $AC = \sqrt{64} = 8cm$ et par suite :

$CD = 14cm$

• Le triangle CDE est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$EC^2 = DE^2 + DC^2 = 36 + 196 = 232$

Donc : $CE = \sqrt{232} = 2\sqrt{58}\,cm$

Exercice 37:

Pour que l'étagère soit horizontale, il faut que le triangle ADC soit rectangle en A.

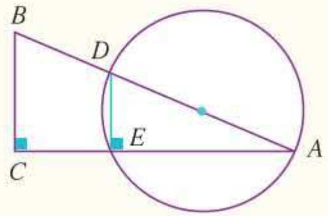
On a : $AC = 24cm$; $CD = 30cm$ et $AD = AB - BD = 18cm$

On a : $AD^2 + AC^2 = 324 + 576 = 900$ et $CD^2 = 900$

donc : $CD^2 = AD^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ADC est rectangle en A, d'où l'étagère est horizontale.

Exercice 41:

1)



2) On a : $AB^2 = (10,4)^2 = 108,16$ et $CB^2 + CA^2 = 16 + (9,6)^2 = 108,16$

Donc : $AB^2 = CB^2 + CA^2$, d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

3) Puisque $[AD]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ et le point E appartient au cercle $(\mathscr{C})$ alors le triangle ADE est rectangle en E.

4) On a : $(DE) \perp (AC)$ et $(BC) \perp (AC)$ donc : $(DE)//(BC)$

5) Dans le triangle ABC, on a : $(DE)//(BC)$, d'après le théorème de Thalès :

$\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AD}{AB}$ c'est-à-dire : $\dfrac{AE}{9,6} = \dfrac{7,8}{10,4}$

Donc : $AE = \dfrac{7,8 \times 9,6}{10,4} = 7,2cm$

Exercice 43:

1) - Soit H le projeté orthogonal de E sur (BC).

Le triangle CEH est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$CE^2 = CH^2 + HE^2$

Donc :

$CH^2 = CE^2 - HE^2 = (13)^2 - (5)^2 = 144$

D'où : $CH = \sqrt{144} = 12$

Par suite on a :

$BC = BH + HC = 7 + 12 = 19$

- Le triangle ABC est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (7)^2 + (19)^2 = 410$

Donc : $AC = \sqrt{410}$

Exercice 45:

1) • Calculons AE :

Le triangle ABE est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

Donc :

$AE^2 = AB^2 - BE^2 = (10,4)^2 - (9,6)^2 = 16$

D'où : $AE = \sqrt{16} = 4cm$

• Calculons AF :

On a :

$AF = AE + EF = 4 + 7,2 = 11,2cm$

2) a) $\mathcal{A}_{ABF} = \dfrac{BE \times AF}{2} = \dfrac{9,6 \times 11,2}{2}$

$= 53,76cm^2$

b) (FH) est la hauteur du triangle ABF issue de F où H est le projeté orthogonal de F sur (AB).

Puisque $(DA) \perp (AB)$ et $(FH) \perp (AB)$ et $(DF)//(AB)$

alors : $AHFD$ est un rectangle d'où : $AD = FH$

et on a : $\mathcal{A}_{ABF} = \dfrac{FH \times AB}{2} = 53,76$

Donc :

$FH = \dfrac{53,76 \times 2}{AB} = \dfrac{53,76 \times 2}{10,4} = 10,33$

D'où : $AD = 10,3$

c) On a : $AD = 10,3$ et $AB = 10,4$, donc : $AB \neq AD$

D'où : $ABCD$ n'est pas un carré.

3) Calculons CF :

• Le triangle ADF est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AF^2 = AD^2 + DF^2$

Donc :

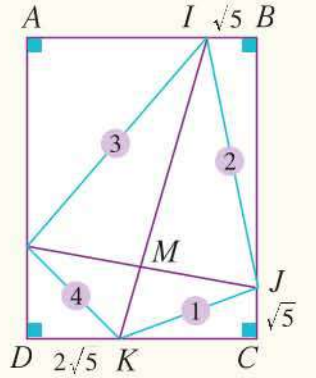
$DF^2 = AF^2 - AD^2 = (11,2)^2 - (10,3)^2 = 19,35$

D'où : $DF = \sqrt{19,35} = 4,39cm$

Par suite :

$CF = DC - DF = 10,4 - 4,39 = 6,01cm$

Exercice 46:



Partie 1:

- Calculons KJ :

$KJ^2 = JM^2 + MK^2 = 225 + 100 = 325$

Donc : $KJ = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$

- Calculons KC :

$KJ^2 = KC^2 + JC^2$ donc :

$KC^2 = KJ^2 - JC^2 = 325 - 5 = 320$

D'où : $KC = 8\sqrt{5}$

Par suite: $\mathcal{A}_{(1)} = \dfrac{JC \times KC}{2} + \dfrac{MK \times MJ}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{5} \times 8\sqrt{5}}{2} + \dfrac{10 \times 15}{2}$

$= 20 + 75 = 95cm^2$

Partie 2:

- Calculons IJ :

$IJ^2 = IM^2 + MJ^2 = (20)^2 + (15)^2 = 625$

Donc : $IJ = \sqrt{625} = 25m$

- Calculons BJ :

$IJ^2 = BI^2 + BJ^2$ donc :

$BJ^2 = IJ^2 - BI^2 = 625 - 5 = 620$

D'où : $BJ = 2\sqrt{155}$

Par suite: $\mathcal{A}_{(2)} = \dfrac{IM \times MJ}{2} + \dfrac{IB \times BJ}{2}$

$= \dfrac{20 \times 15}{2} + \dfrac{2\sqrt{155} \times \sqrt{5}}{2}$

$= (150 + 5\sqrt{31})m^2$

De même pour calculer l'aire de la partie (3) et de la partie (2).

6
Chapitre

TRIGONOMÉTRIE

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus et la tangente, d'un angle aigu et les longueurs des côtés d'un triangle rectangle; • Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et réciproquement; • Reconnaître et utiliser des relations entre les lignes trigonométriques; • Utiliser la trigonométrie pour résoudre des problèmes.
Pré-requis	• Cosinus dans un triangle rectangle; • Triangle rectangle; • Racines carrées • Techniques de calcul sur les réels.
Contenu	• Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu; • Relations entre les lignes trigonométriques de deux angles complémentaires.
Prolongement	• Dans d'autres chapitres de ce niveau : • équation de droite (le coefficient directeur = tangente d'un angle) • Au lycée : - Trigonométrie - Fonctions trigonométriques - Produit scalaire - Produit vectoriel - Nombres complexes • Dans d'autres disciplines : - En physique
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Sinus et tangente d'un angle aigu • **Activité 2:** Relations entre les lignes trigonométriques.
	Cours • Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu; • Relations entre les lignes trigonométriques de deux angles complémentaires.
	Pour comprendre • Calculer $\cos$, $\sin$ et $\tan$ d'un angle aigu; • Relations entre les lignes trigonométriques; • Lignes trigonométriques des angles complémentaires.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et/ou culturel :

La contribution arabe

Des avancées scientifiques s'accomplissent cependant en Orient et au moyen-Orient chez les arabes et les indiens jusqu'au XIIIème siècle.

Les arabes traduisent les œuvres grecques, développent de nouvelles méthodes de calculs d'aires et de volumes et font progresser la trigonométrie. Ils étudient de nombreux problèmes de construction.

Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmed al Biruni (973;1048)

Citons notamment Muhammad al Biruni, Muhammad Abu'l-Wafa (940;998) ainsi que les frères Banu Musa (vers 800).

• Côté pédagogique :

L'élève a pris connaissance au niveau précédent du cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

Cette leçon est une étape pour parvenir à considérer le cosinus d'un angle, une notion qui dépend seulement de la mesure de l'angle géométrique et non pas du triangle grâce à l'utilisation du théorème de Thalès.

Dans ce sens, on va élargir le calcul trigonométrique par le calcul du sinus (sin) et de la tangente (tan) d'un angle aigu et les investir dans :

- Le calcul des longueurs
- Le calcul des éléments d'un triangle : côté- hauteur...
- Le calcul des mesures des angles.

En revanche l'utilisation de la calculatrice est très sollicitée dans le calcul des lignes trigonométriques.

Le calcul trigonométrique joue un rôle très important dans la géométrie dans l'espace et sert à calculer les longueurs et les mesures d'angles dans un plan de l'espace.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• Traitement:

Activité 1 : Sinus et tangente d'un angle aigu	
Objectif	Définir sinus et tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle
Type de travail	Travail individuel
Solution proposée	1) $\frac{EF}{GH} = \frac{AF}{AH}$ d'après le théorème de Thalès. (Déduction immédiate) 2) a) $\frac{HG}{BC} = \frac{AH}{AC}$ (Procéder comme dans la question 1)) b) Par transitivité 1) et 2) a)

3) a) Dans le triangle rectangle ABC, $[AB]$ représente le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$, le côté $[BC]$ représente le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.

b) • Dans le triangle AGH ; $[AH]$ est l'hypoténuse; $[HG]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.

• Dans AEF, $[AF]$ est l'hypoténuse; $[EF]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.

4) • $\dfrac{AE}{AG} = \dfrac{EF}{GH}$ donc: $\dfrac{EF}{AE} = \dfrac{GH}{AG}$

• $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BC}$ donc: $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{EF}{AE}$

D'où: $\dfrac{EF}{AE} = \dfrac{HG}{AG} = \dfrac{BC}{AB}$

Activité 2 : Relations entre les lignes trigonométriques

Objectif	Retrouver les relations entre les lignes trigonométriques
Type de travail	Travail individuel (Peut se faire aussi en groupe)

Solution proposée

1) $\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$, comme $AB > 0$; $BC > 0$ et $AB < BC$

alors $\cos\widehat{B} > 0$ et $\cos\widehat{B} < 1$

(même remarques pour $\sin\widehat{B}$)

2) Appliquer le théorème de pythagore pour obtenir :

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ puis tout diviser par BC^2

(car $BC \neq 0$) et obtenir $\left(\dfrac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\dfrac{AC}{BC}\right)^2 = 1$

soit $\cos^2(\widehat{B}) + \sin^2(\widehat{B}) = 1$

3) $$\frac{\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{B}} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{AB} = \tan\widehat{B}$$

4) $$\left.\begin{array}{l} \bullet \cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC} \\ \bullet \sin\widehat{C} = \dfrac{AB}{BC} \end{array}\right\} \text{ donc } \cos\widehat{B} = \sin\widehat{C}$$

• $$\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{1}{\tan\widehat{C}}$$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

• Pour le triangle rectangle ABC, l'hypoténuse est $[BC]$;

• Pour l'angle $\widehat{B}$:

$\begin{cases} \text{Le côté opposé est } [AC] \\ \text{Le côté adjacent est } [AB] \end{cases}$

• Pour l'angle $\widehat{C}$:

$\begin{cases} \text{Le côté apposé est } [AB] \\ \text{Le côté adjacent est } [AC] \end{cases}$

Exercice 2:

1) Les triangles rectangles de la figure sont :

• ABC rectangle en C

• AHC rectangle en H

• BHC rectangle en H

2)

• $[AC]$ est l'hypoténuse du triangle ACH

• $[AH]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$ dans le triangle ACH rectangle en H

• $[HC]$ est le côté adjacent à l'angle $B\widehat{C}H$ dans le triangle BCH rectangle en H

• $[AB]$ est l'hypoténuse du triangle ABC

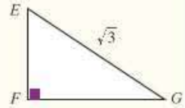
• $[BC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ dans le triangle ABC rectangle en C

• $[HC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{B}$ dans le triangle BHC rectangle en H

(on peut dire aussi côté opposé à l'angle $\widehat{A}$ dans le triangle ACH rectangle en H)

c'est aussi le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$ dans le triangle AHC (ou BHC) rectangle en H

Exercice 5:



EFG est rectangle en F

1) $\cos(E\widehat{G}F) = \dfrac{GF}{EG}$

Donc :

$GF = EG \times \cos(E\widehat{G}F) = \sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2) • $\sin(G\widehat{E}F) = \dfrac{FG}{EG} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

• $\sin(G\widehat{E}F) = \cos(E\widehat{G}F) = \dfrac{1}{2}$

3) • En utilisant le théorème de pythagore,

$EF^2 = EG^2 - GF^2 = 3 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{4}$ donc $EF = \dfrac{3}{2}$

• $\tan(G\widehat{E}F) = \dfrac{GF}{EF} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice 6:

1) a) • $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donc :

$\cos^2 x = 1 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$

D'où : $\cos x = \dfrac{1}{2}$ (car $\cos x > 0$)

• $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $x = 60^\circ$

2) a)

• $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$

Donc : $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (car $\sin\alpha > 0$)

• $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

b) $\alpha \simeq 48^\circ$ au degré près

3) a) $1 + \tan^2\theta = 1 + \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

b) $\theta \simeq 76^\circ$ au degré près

Exercice 12:

1) • $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$ donc :

$AB = BC \times \cos\widehat{B} = 10 \times \cos 65^\circ \simeq 4,2$

• $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ donc :

$AC = BC \cdot \sin\widehat{B} = 10 \times \sin 65^\circ \simeq 9,1$

2) • $\tan\widehat{C} = \frac{AB}{BC}$ donc :

$AB = BC \times \tan\widehat{C} = 4 \times \tan 80^\circ \simeq 22,7$

• $\cos\widehat{C} = \frac{BC}{AC}$

donc : $AC = \frac{BC}{\cos\widehat{C}} = \frac{4}{\cos 80^\circ} \simeq 23$

3) • $\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$

donc: $AB = \frac{BC}{\sin\widehat{A}} = \frac{6}{\sin 75^\circ} \simeq 6,2$

• $\tan\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$

donc : $AC = \frac{BC}{\tan\widehat{A}} = \frac{6}{\tan 75^\circ} \simeq 1,6$

Exercice 15:

1) $\mathcal{A} = \frac{AB \times CH}{2}$

Dans le triangle ACH rectangle en H,

$\sin\widehat{A} = \frac{CH}{AC}$,

donc: $CH = AC \times \sin\widehat{A} = b \times \sin\widehat{A}$

D'où:

$\mathcal{A} = \frac{c \times b \times \sin\widehat{A}}{2} = \frac{1}{2} c \times b \times \sin\widehat{A}$

2) $\mathcal{A} = \frac{AB \times CH}{2}$

Dans le triangle BCH rectangle en H,

$\sin\widehat{B} = \frac{CH}{CB}$

donc: $CH = CB \times \sin\widehat{B} = a \times \sin\widehat{B}$

D'où :

$\mathcal{A} = \frac{c \times a \times \sin\widehat{B}}{2} = \frac{1}{2} a \times c \times \sin\widehat{B}$

3) $\frac{1}{2} c \times b \times \sin\widehat{A} = \frac{1}{2} \times a \times c \times \sin\widehat{B}$

Donc: $\sin\widehat{A} = \frac{a \times c \times \sin\widehat{B}}{c \times b} = \frac{a \times \sin\widehat{B}}{b}$

D'où : $\frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b}$

Exercice 17:

• $A = \cos^2\alpha + 2\cos\alpha \cdot \sin\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 3 = 4$

• $B = 2\sin^2\alpha + 2 \times \cos^2\alpha - 7 = -5$

• $C = \frac{\cos^2\alpha - (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)}{\cos\alpha \cdot (1 + \sin\alpha)}$

$= \frac{\cos^2\alpha - (1 - \sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1 + \sin\alpha)} = 0$

• $D = \sin^2\alpha \times \cos^2\alpha + \cos^4\alpha - \cos^2\alpha$

$= \cos^2\alpha(\sin^2\alpha - 1) + \cos^4\alpha$

$= \cos^2\alpha(-\cos^2\alpha) + \cos^4\alpha$

$= -\cos^4\alpha + \cos^4\alpha = 0$

• $E = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \times \tan^2\alpha$

(car $\frac{1}{1 + \tan^2\alpha} = \cos^2\alpha$)

$= \sin^2\alpha - \cos^2\alpha \times \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$= \sin^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$

Exercice 18:

1) $\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \times \tan^2 x$

$= \cos^2 x \times \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x$

2) • $\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)\left(\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{=1}\right)$

$= \cos^2 x - \sin^2 x$

$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$

$= 2\cos^2 x - 1$

• $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$= (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x$

$= 1 - 2\sin^2 x$

D'où le résultat

3) $(1 + \cos x) \times (1 - \cos x) = 1 - \cos^2 x$

$= \sin^2 x$

$= \sin x \times \sin x$

Donc : $1 - \cos x = \sin x \times \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

D'où : $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

4) $(1+\sin x)(1-\sin x) = 1-\sin^2 x$

$$= \cos^2 x$$

$$= \cos x \times \cos x$$

Donc : $1-\sin x = \cos x \times \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

D'où : $\dfrac{1-\sin x}{\cos x} = \dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

5) $\dfrac{1}{1+\sin x}+\dfrac{1}{1-\sin x} = \dfrac{(1-\sin x)+(1+\sin x)}{(1+\sin x)(1-\sin x)}$

$$= \frac{2}{1-\sin^2 x}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 x}$$

$$= 2(1+\tan^2 x)$$

6) $\dfrac{\cos^4 x-\sin^4 x}{\cos^2 x-\sin^2 x} = \dfrac{(\cos^2 x+\sin^2 x)(\cos^2 x-\sin^2 x)}{\cos^2 x-\sin^2 x} = 1$

Exercice 19:

1) Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

- $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{BC}$

donc: $AB = BC \times \sin(\widehat{ACB})$

$AB = 10 \times \sin(36^\circ) \simeq 6$

- $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (d'après le théorème de pythagore)

Donc:

$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100-36 = 64$

D'où : $AC = \sqrt{64} = 8$

2) Dans le triangle ACD, rectangle en D, on a : $\sin(\widehat{CAD}) = \dfrac{CD}{AC}$

donc : $CD = AC \times \sin(\widehat{CAD})$

$CD = 8 \times \sin(30^\circ) = 4$

- $\cos(\widehat{CAD}) = \dfrac{AD}{AC}$

donc: $AD = AC \times \cos(\widehat{CAD})$

$AD = 8 \times \cos(30^\circ) = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

3) Dans le triangle ACH rectangle en H

$\sin(\widehat{C}) = \dfrac{AH}{AC}$

donc: $AH = AC \times \sin(36^\circ) = 8 \times 0,6 = 4,8$

b) Dans le triangle AHB, rectangle en H,

$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{BH}{AB}$

donc: $BH = AB \times \cos(\widehat{ABC})$

$BH = 6 \times \sin(30^\circ) = 3$

Exercice 23:

1) a) Il s'agit de calculer AM

Dans le triangle AMP rectangle en M,

On a : $\tan(\widehat{MPA}) = \dfrac{AM}{MP}$

Donc : $AM = MP \times \tan(\widehat{MPA})$

$$= 5 \times 0,04$$

$$= 0,2km$$

$$= 200m$$

b) Il s'agit de calculer AP

D'après le théorème de pythagore,

On a : $AP^2 = AM^2 + MP^2$

$$= 0,2^2 + 5^2 = 25,04$$

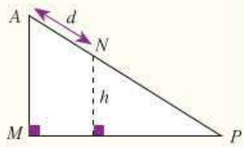
Donc: $AP = \sqrt{25,04} \simeq 5,004km$

$AP \simeq 5004m$

2) a) En $20s$, l'avion parcourt une distance

$d = t \times v = 20 \times \dfrac{150}{3600} = \dfrac{5}{6} \simeq 0,83km$

Pour calculer h on peut utiliser le théorème de Thalès



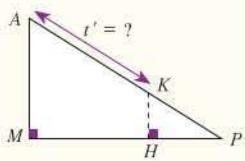
$\dfrac{h}{AM} = \dfrac{PN}{PA}$

$h = \dfrac{AM \times PN}{PA} \simeq \dfrac{0,2 \times (5,004-0,83)}{5,004}$

$$\simeq 0,168km$$

$h \simeq 166,8m$

b) Il s'agit de calculer le temps mis par l'avion pour aller de A à K



D'après le théorème de Thalès,

$\frac{PK}{PA} = \frac{KH}{AM}$

$\frac{AP - AK}{AP} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$

$1 - \frac{AK}{AP} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{AK}{AP} = \frac{1}{2}$

$AK = \frac{1}{2} AP \simeq 2502m$

$t' = \frac{d'}{v}$ avec : $d' = AK = 2,502km$

$v = 150km/h$

Donc : $t' = 0,01668h = 1,0008\min$

$t' \simeq 1\min$

Exercice 25:

Il s'agit de calculer : $h = SC + CP$

• Le triangle SCP est rectangle en P, donc :

$\tan \widehat{S} = \frac{CP}{SP}$ d'où $CP = SP \times \tan \widehat{S}$

$CP = 4,5 \times \tan(25°) \simeq 2,098m$

$\cos \widehat{S} = \frac{SP}{SC}$ donc $SC = \frac{SP}{\cos(\widehat{S})}$

$SC = \frac{4,5}{\cos(25°)} \simeq 4,965$

D'où la hauteur de cet arbre avant la tempête est $h = 2,098 + 4,965 = 7,063m$

Exercice 26:

1) $\left.\begin{aligned} \mathcal{A}_{ABC} &= \frac{AB \times AC}{2} \\ \mathcal{A}_{ABC} &= \frac{BC \times AH}{2} \end{aligned}\right\}$

donc : $AB \times AC = BC \times AH$

2) a) • Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\widehat{ACB} = 90 - \widehat{ABC}$

• Dans le triangle ABH rectangle en H, on a : $\widehat{BAH} = 90 - \widehat{ABC}$

Donc : $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$

b) $\left.\begin{aligned} \tan(\widehat{ACB}) &= \frac{AH}{CH} \\ \tan(\widehat{BAH}) &= \frac{BH}{AH} \\ \widehat{ACB} &= \widehat{BAH} \end{aligned}\right\}$

Donc : $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$

D'où : $AH^2 = CH \times BH$

Exercice 27:

1) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$= 1 - \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

Or $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{6 + 2 - 4\sqrt{3}}{16} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

Donc : $\sin x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{4}$

$= 2 - \sqrt{3}$

Exercice 31:

1) Le triangle ABN est rectangle en N (car il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$) donc $\tan(\widehat{NBA}) = \frac{AN}{BN}$

D'où :

$AN = BN \times \tan(\widehat{NBA}) = 4 \times \tan(50°) \simeq 4,77$

2) • $\cos(\widehat{NBA}) = \frac{BN}{AB}$

donc: $AB = \frac{BN}{\cos(\widehat{NBA})} = 6,22cm$

• En utilisant le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AN^2 + BN^2 \simeq (4,77)^2 + 4^2 \simeq 38,75$

D'où : $AB = \sqrt{38,75} \simeq 6,22cm$

3) $P_{BNAM} = BN + NA + AM + MB$

Pour calculer MB, considérer le triangle rectangle AMB rectangle en M :

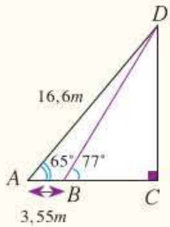
$MB^2 = AB^2 - AM^2 = 2,688$

D'où : $MB = \sqrt{2,688} \simeq 1,64cm$

$P_{BNAM} = 4 + 4,77 + 6 + 1,64 = 16,41cm$

Exercice 38:

Calculons BC



Dans le triangle ADC rectangle en C,

on a : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AD}$,

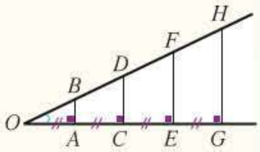
donc :

$AD = 16,6 \times \cos(65°) \simeq 7,015m$

$BC = AC - AB = 3,455m$

Exercice 40:

a) Dans le triangle OAB rectangle en A, on a :



$\tan\widehat{O} = \dfrac{AB}{OA}$,

donc :

$AB = OA \times \tan\widehat{O} = 50 \times \tan(50°) \simeq 4,37m$

De même :

$CD = 100 \times \tan(50°) \simeq 8,75m$

On peut aussi utiliser le théorème de Thalès pour calculer CD; EF et GH

On a: $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{OE}{OA}$

donc: $EF \simeq \dfrac{4,37 \times 150}{50} \simeq 13,11m$

On a: $HG \simeq \dfrac{4,37 \times 200}{50} \simeq 17,48m$

En utilisant la tangente on obtient plus de précision :

$EF = 150 \times \tan(50°) \simeq 13,12m$

$HG = 200 \times \tan(50°) \simeq 17,50m$

b) Dans le triangle OGH rectangle en H,

on a: $\cos\widehat{O} = \dfrac{OG}{OH}$

donc: $OH = \dfrac{200}{\cos(50°)} \simeq 200,76m$

Exercice 41:

1) a) • $BD^2 = 205$

• $AD^2 + AB^2 = 36 + 13^2 = 205$

Donc $BD^2 = AD^2 + AB^2$, donc d'après la réciproque du théorème de pythagore le triangle ABD est rectangle en A

b) Dans le triangle ADE rectangle en A, on a, d'après le théorème de pythagore,

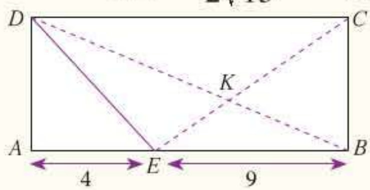
$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 52$

Donc : $DE = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

c) Dans le triangle ADE rectangle en A, on a :

$\sin(A\widehat{E}D) = \dfrac{AD}{DE} = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

2) a)



b) Dans le triangle CBE rectangle en B, on a d'après le théorème de pythagore :

$CE^2 = EB^2 + BC^2 = 117$

Donc : $CE = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

c) DC est le côté le plus long du triangle CDE, $DC^2 = 13^2 = 169$

et $DE^2 + EC^2 = 52 + 117 = 169$

Donc $DC^2 = DE^2 + EC^2$ et par suite, d'après la réciproque du théorème de pythagore, le triangle CDE est rectangle en E.

d) $\tan(E\widehat{C}D) = \dfrac{DE}{CE} = \dfrac{2\sqrt{13}}{3\sqrt{13}} = \dfrac{2}{3}$

$\left.\tan(A\widehat{D}E) = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}\right\}$ donc :

$\tan(E\widehat{C}D) = \tan(A\widehat{D}E)$

3) a) Utiliser le théorème de Thalès dans EBK et DKC (configuration papillon)

$\dfrac{KC}{KE} = \dfrac{KD}{KB} = \dfrac{CD}{CB} = \dfrac{13}{9}$

b) $\dfrac{KC}{KE} = \dfrac{13}{9}$ donc: $\dfrac{EC - KE}{KE} = \dfrac{13}{9}$

d'où $\dfrac{EC}{KE} = \dfrac{13}{9} + 1 = \dfrac{22}{9}$

Donc : $KE = EC \times \dfrac{9}{22} = \dfrac{27\sqrt{3}}{22}$

7 Chapitre

ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

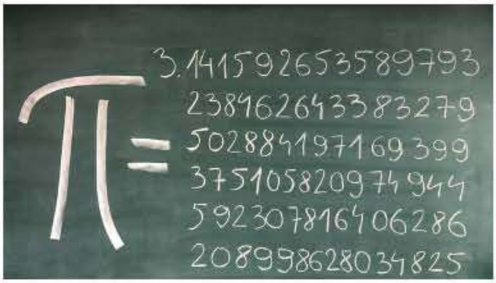
Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître les angles au centre; • Reconnaître les angles inscrits; • Reconnaître les angles inscrits dans un cercle et les angles au centre qui interceptent le même arc; • Déterminer la relation entre les angles inscrits et les angles au centre qui interceptent le même arc; • Utiliser des angles au centre et inscrits dans la résolution des problèmes géométriques.
Pré-requis	• Cercle- Tangente à un cercle; • Triangle rectangle; • Deux droites parallèles et une sécante.
Contenu	• Angles inscrits et angles au centre; • Relation entre angles inscrits et angle au centre associé; • Retation entre angles inscrits interceptant le même arc.
Prolongement	• Trigonométrie; (lycée) • Triangles isométriques et triangles semblables; • Géométrie dans l'espace (agrandissement ; réduction); • activités géométriques et algébriques; • optique (en physique); • Géographie.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels; • rapporteur.

<table>
<tr><td rowspan="7">Plan de la leçon</td><td>JE TESTE MES PRÉ-REQUIS
• QCM;
• Vrai ou Faux.</td></tr>
<tr><td>Activités
• Activité 1: Angles inscrits- Angles au centre
• Activité 2: Relation entre les mesures de l'angle inscrit et de l'angle au centre associé</td></tr>
<tr><td>Cours
• Angles inscrits- Angles au centre ;
• Relation entre angle inscrit et angle au centre associé;
• Relation entre angles inscrits interceptant le même arc.</td></tr>
<tr><td>Pour comprendre
• Angles inscrits et angles au centre associés;
• Mesure des angles;
• Relation entre angles inscrits et angle au centre associé.</td></tr>
<tr><td>Exercices résolus
• Exercice résolu 1
• Exercice résolu 2</td></tr>
<tr><td>Exercices et problèmes
• J'APPLIQUE
• J'INTÈGRE
• J'APPROFONDIS</td></tr>
<tr><td>Maths et culture</td></tr>
</table>

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel:



Pi est un nombre qui a fasciné tant de savants depuis l'antiquité. Si ce nombre remporte un tel succès c'est d'abord parce qu'il recèle des propriétés passionnantes mais surtout par sa nature qui en fait un nombre d'exception.

Pi est un nombre irrationnel (c'est à dire qu'il s'écrit avec un nombre infini de décimales sans suite logique).

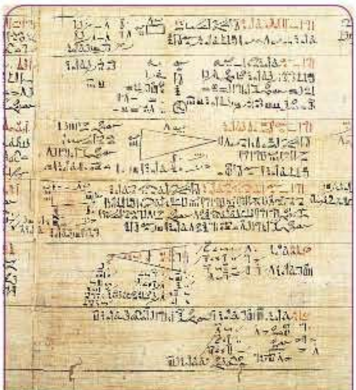
Les premières sont:

3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058 2.

Dans la pratique, on utilise 3,14 mais il est souvent aisé de retenir $\frac{22}{7}$ ou racine carrée de 10 pour valeur approchée de Pi.

Mais l'irrationalité de Pi est encore plus étonnante que celle de $\sqrt{2}$ par exemple , puisque pour ce dernier, on sait au moins qu'il est solution de l'équation $x^2 = 2$ (Quel nombre faut-il multiplier par lui-même pour trouver 2?). Alors que pour Pi, il n'existe pas une telle équation. Le mathématicien allemand Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852-1939) l'a démontré et qualifiera ce nombre de **transcendant.**

Les décimales de Pi ont été la proie des savants depuis près de 4000 ans. Une des plus anciennes approximations de Pi se trouve sur le célèbre papyrus Rhind copié le scribe Ahmes.



Papyrus rhind

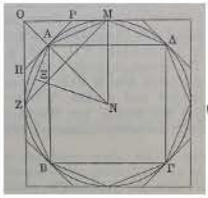
Citons de lui: "L'aire du cercle de diamètre 9 coudées est celle du carré de côté 8 coudées." Ce qui revient à prendre pour Pi la valeur (16/9) soit environ 3,16. Nous sommes en 1800 avant J.C.

Chez les babyloniens, on a retrouvé à Suse (Mésopotamie) des tablettes en écriture cunéiforme qui présentent des calculs d'aires du disque menant à prendre pour Pi la valeur $3 + 1/8 = 3,125$.

Cette approximation sera reprise en Inde dans les sulvasutras (livres de règles hindoues) entre 400 et 200 avant notre ère.

Au III^{ème} siècle avant J.C dans son ouvrage "De la mesure du cercle", **Archimède de Syracuse** (-287;-212) commence par établir que le rapport de la surface d'un disque au carré de son rayon est égal au rapport de son périmètre à son diamètre.

Archimède s'inspire ensuite de la méthode d'exhaustion due à Eudoxe de Cnide (-408;-355) qui consiste à encadrer un cercle de rayon 1 par des polygones réguliers dont il sait calculer le périmètre de façon précise. Il applique cette méthode en prenant des polygones à 96 côtés et obtient une valeur approchée de la circonférence pour en déduire un encadrement de Pi: $3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}$



En Inde , le plus ancien document connu, le Siddhanta, datant de 380, nous donne comme approximation $3+177/1250=3,1416$ qui sera égalée au VI[ème] siècle par **Aryabhata l'Ancien** (476;550).

En chine, Liu Hui utilise , en 263 de notre ère, la méthode d'Archimède avec des polygones à 192 côtés puis 3072 côtés pour trouver une approximation de Pi au cent-millième.

Au V[ème] siècle, les calculs sont simplifiés grâce au système décimal. Tsu Chung Chih (430;501) trouve alors une approximation au millionièmes près (3,1414592) : la fraction 355/113 (facile à retenir en lisant de bas en haut: «11,33,55»).

Plus tard les arabes poussent plus loin encore les approximations de Pi. L'astronome et mathématicien Samarkand **Jemshid al Kashi (1380 ; 1429)** a ppliquér lui aussi la méthode d'Archimède pour calculer une valeur approchée à 14 décimales exactes.

En occident , il faut attendre le XVI[ème] siècle pour trouver les premières avancées sérieuses sur le sujet bien que **Claude Ptolèmée** (90? ; 160?) et **léonard de Pise dit Fibonacci (1180;1250)** aient proposé des approximations intéressantes de Pi.

• Côté pédagogique :

En deuxième année, l'élève a pris connaissance de l'angle plat qui intercepte un demi-cercle.

L'introduction des notions d'angle au centre et d'angles qui interceptent un arc sont considérées comme des notions nouvelles pour l'élève ce qui va élargir des connaissances sur les angles et leur mesure en relation avec le cercle et dans ce sens, on doit insister sur :

- La définition de l'angle au centre

- La définition de l'angle inscrit associée à un angle au centre en traitant toutes les situations possibles.

- L'exposition de la relation entre la mesure de l'angle au centre et un angle inscrit qui lui est associé.

- Le traitement de problèmes géométriques faisant intervenir les notions d'angles inscriptibles dans un cercle.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• Traitement:

Activité 1 : Angles inscrits - Angle au centre	
Objectif	Reconnaître les angles au centre et les angles inscrits
Type de travail	Collectif
Solution proposée	1) Faire une figure. a) • $\widehat{MAB}$ interprète l'arc $\widehat{AB}$ (en rouge). • $\widehat{ABM}$ interprète l'arc $\widehat{AM}$ (en face du sommet B). b) $\widehat{APB}$ et $\widehat{ANB}$ ne sont pas des angles inscrits car $P \notin (\mathscr{C})$ et $N \notin (\mathscr{C})$. 2) a) Placer un point sur le cercle $(\mathscr{C})$. b) L'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est $\widehat{AOB}$.

Activité 2 : Relation entre les mesures de l'angle inscrit et de l'angle au centre associé	
Objectifs	• Conjecturer (avec logiciel GéoGebra) puis montrer la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui interceptent le même arc • Conjecturer (avec logiciel GéoGebra puis montrer la relation entre les angles inscrits qui interceptent le même arc • Conjecturer la relation $\widehat{AMB} = \widehat{APB}$ - Changer la position du point A sur le grand arc $\widehat{AB}$ puis conjecturer.

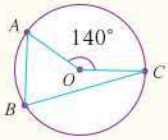
Type de travail	• En groupe pour conjecturer les relations • Individuel pour montrer les relations
Solution proposée	1) Utilisation du logiciel GeoGebra • Pour conjecturer la relation $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$ - Changer la position du point A et observer les mesures affichées sur l'écran (des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AMB}$) - Conjecturer 2) • **Activité du manuel** (figure 1) a) ADM est un triangle isocèle de sommet O (donc $\widehat{AMO} = \widehat{OAM}$) b) $\widehat{AMB} = \widehat{AMO}$ et $\widehat{AMO} + \widehat{OAM} + \widehat{AOM} = 180^\circ$ donc $2\widehat{AMO} + \widehat{AOM} = 180^\circ$ d'où $2\widehat{AMO} = 180 - \widehat{AOM}$ Ainsi $2\widehat{AMB} = 180 - \widehat{AOM}$ (1) c) On a: $\widehat{AOM} + \widehat{AOB} = 180^\circ$ donc $\widehat{AOB} = 180^\circ - \widehat{AOM}$ * d'où $2\widehat{AMB} = \widehat{AOB}$ • **Activité du manuel** (figure 2) a) D'après 1) c) on a: $\widehat{AON} = 2\widehat{AMN}$ et $\widehat{NOB} = 2\widehat{NMB}$ b) Par sommation on obtient $\widehat{AON} + \widehat{NOB} = 2(\widehat{AMN} + \widehat{NOMB})$ donc $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$ 3) On a $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB}$ et de la même façon on a: $\widehat{AOB} = 2\widehat{APB}$ d'où: $2\widehat{AMB} = 2\widehat{APB}$ par conséquent $\widehat{AMB} = \widehat{AOB}$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 8:

Il y a deux cas de figure

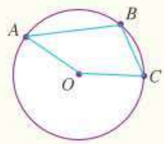
1^{er} cas



$A\widehat{B}C$ intercepte le petit arc $\overset{\frown}{AC}$

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \times 140 = 70^\circ$

$2^{ème}$ cas



$\widehat{BAC}$ intercepte le grand arc $\overset{\frown}{AC}$

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2}(360 - 140)$
$= 110^\circ$

Exercice 10:

a) $\widehat{AMB} = 50^\circ$

b) $\widehat{AMB} = 100^\circ$

c) $\widehat{AMB} = \widehat{APB} = 50^\circ$

d) $\widehat{AMB} = 90^\circ$

Exercice 11:

a) $\frac{360}{3} = 120^\circ$ b) $\frac{360}{4} = 90^\circ$

c) $\frac{360}{5} = 72^\circ$ d) $\frac{360}{6} = 60^\circ$

Exercice 13:

a) $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 60^\circ$

b) $\widehat{BMC} = \widehat{BAC} = 60^\circ$

c) $\widehat{AMB}$ intercepte le grand arc $\overset{\frown}{AB}$

l'angle au centre qui lui est associé est $\widehat{AOB}$ (intercepte le grand arc $\overset{\frown}{AB}$)

donc $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\left(360 - \frac{360}{3}\right) = 120^\circ$

2) $[MC)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$

Exercice 15:

1) a) on a: $\widehat{KPM} = \widehat{KNM} = 70^\circ$

b) Dans le triangle PKM

on a: $\widehat{K} + \widehat{P} + \widehat{M} = 180^\circ$

et puisque $\widehat{K} = 80^\circ$ et $\widehat{P} = 70^\circ$

alors $\widehat{KMP} = 180 - (70 + 80) = 30^\circ$

2) on a: $\widehat{RPM} = \frac{1}{2}\widehat{ROM} = 38^\circ$

donc:

$\widehat{KPR} = \widehat{KPM} - \widehat{RPM} = 70 - 38 = 32^\circ$

Exercice 17:

2) a) ABC est un triangle isocèle

b) $\widehat{BAC} = 180 - 72 \times 2 = 36^\circ$

2) a) $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 36^\circ$

b) $\widehat{BDH} = \widehat{BAH} = \frac{36}{2} = 18^\circ$

($[AH)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ car ABC est un triangle isocèle et $(AH) \perp (BC)$)

Exercice 18:

a) $\widehat{AMB} = 90^\circ$ ($[AB]$ diamètre du cercle)

b) $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 45^\circ$

c) $\widehat{BMC} = \widehat{BMA} + \widehat{AMC} = 90 + 45 = 135$

Méthode 2:

- $\widehat{BMC}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{BC}$ contenant A

L'angle au centre associé est $\widehat{COB}$ (qui intercepte le grand $arc\ \overset{\frown}{BC}$) et puisque $\widehat{COB} = 90 + 90 + 90 = 270°$

alors $\widehat{BMC} = \frac{1}{2} \times 270 = 135°$

Exercice 20:

$\widehat{TBS} = \frac{1}{2}\widehat{TOS}$

et puisque TOS est un triangle isocèle de sommet O, alors, $\widehat{TOS} = 180 - 2 \times 55 = 70°$

d'où $\widehat{TBS} = 35°$

Exercice 21:

1) $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = 25°$

2) $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = 75°$

3) a) $\widehat{AOC} = 360 - (150 + 50) = 160°$

b) $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{AOC} = \frac{1}{2} \times 160 = 80°$

Exercice 22:

1) BMD est un triangle rectangle en D.

Car $\widehat{BDM} = \frac{1}{2}\widehat{BOM} = \frac{1}{2} \times 180 = 90°$

2) a) $\widehat{BAD} = 180 - 2 \times 75 = 30°$

b) $\widehat{BAD}$

c) $\widehat{BMD} = \widehat{BAD} = 30°$

Exercice 23:

Méthode 1 :

- $\widehat{BOC} = 2\widehat{AOC} = 130°$
- $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} = 140°$
- $\widehat{AOB} = 360 - (130 + 140) = 90$

Méthode 2 :

On a: $\widehat{BCA} = 180 - (65 + 70) = 45$

donc: $\widehat{BOA} = 2\widehat{BCA} = 90°$

Exercice 24:

1) $\widehat{AOB} = 180°$ $\widehat{ACB} = 90°$

2) ABC est un triangle rectangle C

Exercice 29:

1) on a: $\widehat{CID} = \widehat{AIB} = 50°$

donc :

$\widehat{BDC} = \widehat{IDC} = 180 - (110 + 50) = 20°$

2) • $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 110°$

$\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 20°$

3) a) $\widehat{CKD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$ et puisque

$\widehat{COD}$ est un triangle isocèle tel que

$\widehat{ODC} = 20 + 40 + 60°$

alors $\widehat{COD}$ est un triangle équilatéral

donc: $\widehat{COD} = 60°$

par conséquent $\widehat{CKD} = 30°$

b) • $\widehat{CAD} = \widehat{CKD} = 30°$

8

Chapitre

TRIANGLES ISOMÉTRIQUES ET TRIANGELES SEMBLABLES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître les triangles isométriques; • Reconnaître les triangles semblables; • Utiliser les cas des triangles isométriques et des triangles semblables pour résoudre des problèmes.
Pré-requis	• Triangles; • Droites remarquables dans un triangle; • Angles formés par deux droites parallèles et une sécante; • Théorème de Thalès; • Angles au centre et angles inscrits; • Axe de symétrie- Centre de symétrie; • Proportionnalité.
Contenu	• Triangles isométriques; • Triangles semblables.
Prolongement	• Trigonométrie (lycée); • Équations; • Vecteurs et translation (homothétie au lycée); • Repère dans le plan; • Équation de droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines, représentations graphiques ; • Géométrie dans l'espace; • Optique (en physique)
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

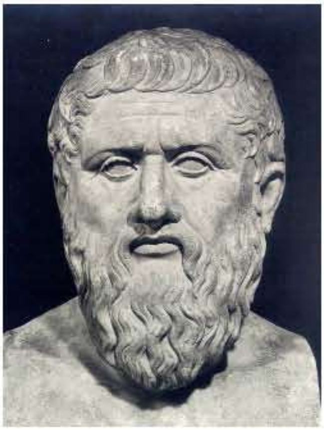
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Triangles isométriques • **Activité 2:** Cas d'isométrie : un angle et deux côtés • **Activité 3:** Cas d'isométrie : un côté et deux angles • **Activité 4:** Triangles semblables • **Activité 5:** 1er cas: Un angle et deux côtés proportionnels • **Activité 6:** 2ème cas : Trois côtés proportionnels
	Cours • Triangles isométriques; • Triangles semblables.
	Pour comprendre • Utiliser la propriété 1; • Utiliser la propriété 2; • Utiliser la propriété 3; • Trois angles isométriques; • Deux angles isométriques; • Rapport des longueurs des côtés.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel:

Platon et la géométrie

Philosophe et élève de Socrate, **Platon** (-427;-347) se consacre d'abord à la poésie, au théâtre et à la musique.



Son oeuvre «Les Dialogues» nous est parvenue intacte. Elle traite de nombreux thèmes philosophiques tels que le devoir, la vertu , la sagesse , la beauté, l'amour ...

Ses origines aristocrates semblent le vouer à une carrière politique. Son père serait descendant de Codrus, dernier roi d'Athènes. Platon est à l'origine des sciences politiques. Il élabore des concepts politiques nouveaux pour son temps.

En 399 avant J.C , Socrate est condamné pour des raisons qui restent aujourd'hui mystérieuses. Platon, bouleversé par sa mort, entame une longue série de voyages. Durant douze années, il traversera toute la Méditerranée d'Egypte en Sicile en passant par Mégare, Cyrène, Tarente ...

Eveillé aux mathématiques par Théodore de Cyrène (-470 ;-420) et influencé par la pensée pythagoricienne , Platon se consacre aux sciences et fonde à son retour à Athènes, dans les jardins d'Akadêmos , une école de philosophie et de sciences: «l'Académie» au fronton de laquelle on peut y lire:

«Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre»

• Côté pédagogique :

Ce chapitre est considéré comme un prolongement de plusieurs notions vues auparavant comme : la symétrie centrale, la symétrie axiale, agrandissement et réduction de figures (vue en primaire).

Pour institutionnaliser les notions de triangles isométriques et triangles semblables, on fait appel surtout aux manipulations par les élèves et aussi a des démonstrations très simples.

Dans ce chapitre, l'élève doit maîtriser :

- Les cas d'isométrie
- Le lien entre le théorème de Thalès et la similitude.
- Le lien entre la similitude et le cas de triangles non homothétiques.
- L'impact de la similitude sur les longueurs et les aires.
- Le lien entre la similitude et les relations métriques dans un triangle.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

Activité 1 : Triangle isométriques	
Objectif	Reconnaître: les triangles isométriques-côtés homologues-angles homologues
Type de travail	Collectif après avoir fait la construction au tableau
Solution proposée	1) Faire une figure 2) $S_o(A)=E$ et $S_o(B)=F$ donc $AB=EF$ $S_o(A)=E$ et $S_o(C)=G$ donc $AC=EG$ $S_o(B)=F$ et $S_o(C)=G$ donc $BC=FG$
Activité 2 : Cas d'isométrie: Un angle et deux côtés	
Objectif	Montrer le cas d'isométrie (un angle et deux côtés)
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) On a: $\widehat{ABC}=\widehat{EFG}$ et $\widehat{EFG}=\widehat{E'CG'}$ (car les triangles EFG et $E'CG'$ sont isométriques dont les angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{E'CG'}$ sont homologues donc $\widehat{ABC}=\widehat{E'CG'}$ Les droites (AB) et (CE') définissent avec la sécante (BC) deux angles correspondants de même mesure. $(\widehat{ABC}$ et $E'CG')$ donc elles sont parallèles. on a: $(AB)\,//\,(CE')$ et $AB=CE'$ donc $ABCE'$ est un parallélogramme d'où $BC=AE'$ 2) a) C est le milieu de $[BG']$ car $CB=CG'$ et $C\in[BG']$ b) On a $BC=CG'$ et $BC=AE'$ donc $AE'=CG'$ et puisque $(AE)\,//\,(CG')$ (car $(BC)=(CG)$) alors $ACG'E'$ est un parallélogramme ; d'où $AC=E'G'$ 3) On a: $AB=EF$ et $BC=FG$ et $AC=EG$ (car $AC=E'G'$ et $EG=E'G'$) donc ABC et EFG sont deux triangles isométriques

Activité 3 : Cas d'isométrie : un côté et deux angles	
Objectif	Montrer le cas d'isométrie: un côté et deux angles
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) Même raisonnement que l'activité 2 (mais avec deux angles alternes- internes) et déduire que $AB = CE'$ et $AC = BE'$ 2) $AB = CE'$ et $CE' = EF$ donc $AB = EF$ (1) on a: $AC = BE'$ et $BE' = EG$ donc: $AC = EG$ (2) $BC = FG$ (3) de (1) , (2) et (3) on déduit que les triangles ABC et EFG sont isométriques

Activité 4 : Triangles semblables	
Objectif	Reconaîtres: deux triangles semblables-Angles homologues- côtés homologues
Type de travail	Collectif après avoir fait la construction
Solution proposée	1) $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AMN}$ sont deux angles correspondants définis par deux droites parallèles et une sécante. • De même pour les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ANM}$ donc $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{ANM}$ 2) On a: AMN et EFG sont deux triangles isométriques, donc $\widehat{A} = \widehat{E}$; $\widehat{M} = \widehat{F}$ et $\widehat{N} = \widehat{G}$ et puisque $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$, alors les angles du triangle EFG sont de mêmes mesure que les angles du triangle ABC 3) Utiliser le théorème de Thalés dans le triangle ABC, puis remplacer respectivement AM et AN par EF, EG et FG 4) Le triangle AMN est aussi semblable au triangle ABC.

Activité 5 : 1^er^ cas un angle et deux côtés proportionnels	
Objectif	Montrer le 1[er] cas : un angle deux côtés proportionnels.
Type de travail	Individuel

Solution proposée	1) Faire une figure 2) Utiliser le théorème réciproque de Thalés 3) Deux côtés et un angle: $\widehat{A}=\widehat{A}$, $EM=AB$ et $EN=AC$ 4) Déduire que $\widehat{EFG}=\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}=\widehat{EGF}$, puis conclure que les triangles ABC et EFG sont semblables.
Activité 6 : 2$^{\text{ème}}$ cas: Trois côtés proportionnels	
Objectif	Montrer le 2$^{\text{ème}}$ cas: Trois côtés proportionnels
Type de travail	Individuel
Solution proposée	On traite cette activité de la même façon que l'activité 5

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 12:

ABC et EFG sont deux triangles rectangles en A et E

donc: $\widehat{BAC} = \widehat{FEG} = 90°$

Si $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ alors $\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

(Car $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$

et $\widehat{EFG} + \widehat{EGF} + \widehat{EEG} = 180°$)

Donc les triangles ABC et EFG sont semblables.

Exercice 13:

On a: • $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{18}{15} = 1,2$

• $\dfrac{AB}{BD} = \dfrac{6}{5} = 1,2$

• $\dfrac{BC}{DC} = \dfrac{15}{12,5} = 1,2$

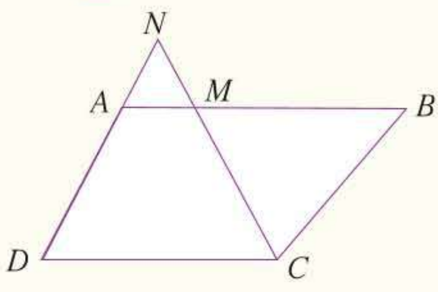
donc : $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BC}{CD}$

d'où les triangles ABC et BCD sont semblables:

Côtés	AB	BC	AC
Homologues	BD	DC	BC

$\dfrac{\text{Le plus grand côté de } ABC}{\text{Le plus grand côté de } BCD} = \dfrac{\text{Le plus petit côté de } ABC}{\text{Le plus petit côté de } BCD}$

Exercice 16:



1) $\widehat{NAM} = \widehat{NDC}$ (anglescorrespondants)

$\widehat{NMA} = \widehat{NCD}$ (angles correspondants)

$\widehat{ANM} = \widehat{DNC}$

donc les triangles NAM et NDC sont semblables.

2) Puisque les triangles NAM et NDC sont semblables et les côtés homologues aux côtés MA, AN et MN sont respectivement DC ; DN et NC

alors: $\dfrac{MN}{NC} = \dfrac{AM}{DC}$

d'où : $MN \times DC = AM \times CN$

3) Mêmes étapes que 1)

4) Mêmes étapes que 2)

Exercice 19:

• $EF = \sqrt{AE^2 + AF^2} = \sqrt{29}$

• $EC = \sqrt{BC^2 + EB^2} = \sqrt{29}$

donc le triangle EFC est isocèle de sommet E

2) • $FC^2 = FD^2 + DC^2 = 3^2 + 7^2 = 58$

• $EC^2 + EF^2 = 29 + 29 = 58 = FC^2$

donc EFC est un triangle rectangle en E

3) On a: $AF = BE$; $AE = BC$ et $EF = EC$

donc les triangles AEF et EBC sont isométriques.

4) • AED est un triangle rectangle isocèle en A .

et EFC est un triangle rectangle isocèle en E .

donc: $\widehat{DAE} = \widehat{FEC} = 90°$

et $\widehat{AED} = \widehat{EFC} = 45°$

et $\widehat{ADE} = \widehat{ECF} = 45°$

donc les triangles AED et EFC sont semblables

5) $\dfrac{ED}{FC} = \dfrac{AD}{EC}$

donc: $ED \times EC = AD \times FC$

Exercice 20:

1) $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overparen{AC}$

donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ABH}$

(car $H \in [BC]$)

2) ADC est un triangle rectangle en C (car $[AD]$ est un diamètre du cercle passant par C).

donc ($\widehat{ACD} = \widehat{AHB} = 90°$

et $\widehat{ABH} = \widehat{ADC}$) et la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à $180°$, déduire que ABH et ADC sont semblables.

3) $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AC}{AH} = \dfrac{CD}{BH}$

donc: $AD \times AH = AC \times AB$

Exercice 21:

1) Utiliser: $EA = EB$ et $FA = FB$

2) $[EF]$ est bissectrice de l'angle $\widehat{AEB}$ (car AEB est un triangle isocèle de sommet E et (EF) est la médiatrice de la base $[AB]$

• De même pour l'angle $\widehat{AFB}$

3) $\widehat{APB} = \frac{1}{2}\widehat{AEB} = \widehat{AEF}$

et $\widehat{AQB} = \frac{1}{2}\widehat{AFB} = \widehat{AFE}$

4) On a: $\widehat{APQ} = \widehat{AEF}$ et $\widehat{AQP} = \widehat{AFE}$ et la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

donc APQ et AEF sont deux triangles semblables.

5) $\dfrac{AF}{AQ} = \dfrac{AE}{AP} = \dfrac{EF}{PQ}$ et puisque $AE = r$ et $AF = r'$, alors:

$\dfrac{r'}{AQ} = \dfrac{r}{AP}$ d'où: $\dfrac{r}{r'} = \dfrac{AP}{AQ}$

Exercice 22:

1) a) Un côté et deux angles

b) Les côtés homologues sont isométriques.

2) a) Un côté et deux angles

b) Les côtés homologues sont isométriques.

3) $IJKL$ est un parallélogramme et on a: $(JL) \perp (IK)$, donc $IJKL$ est un losange

Exercice 24:

1) • AHE est un triangle rectangle en E tel que: $\widehat{HAE} = 30°$

donc: $\widehat{AHE} = 60°$

$\widehat{ADE} = \widehat{AHE}$ (deux angles inscrits qui interceptent le même arc)

2) On a $\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ (1)

et $\widehat{ACB} = \widehat{ACH} = 60°$ (2)

$\widehat{ABC} = \widehat{ABH} = 45°$ (3)

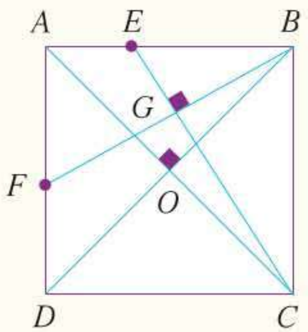
(car ABH est un triangle rectangle isocèle de sommet H)

$\widehat{AED} = 180 - (45 + 30 + 60) = 45°$ (4)

de (1), (2), (3) et (4), on déduit que BAC et EAD sont deux triangles semblables.

Exercice 25:

1)



2) a) Dans le triangle rectangle BCG en G on a: $\widehat{BCG}+\widehat{CBG}=90°$ (1)

Le triangle EBC est rectangle en B

et on a: $C\widehat{B}G+E\widehat{B}G=\widehat{EBC}=90°$ (2)

de (1) et (2) on déduit que $\widehat{EBG}=\widehat{BCG}$

et puisque $E\in[CG)$

alors: $\widehat{EBG}=\widehat{BCG}$

b) On a: $\widehat{EBG}=\widehat{BCE}$

$$\widehat{BGE}=\widehat{EBC}=90°$$

donc les triangles EBG et BCE sont semblables (reste à montrer que $\widehat{BEC}=\widehat{CBG}$)

3) On a: $BC=BA$ (1)

$\widehat{EBC}=\widehat{BAF}=90°$ (2)

$\widehat{ECB}=\widehat{EBG}=\widehat{ABF}$ (3)

de (1) , (2) et (3) on déduit que les triangles ABF et EBC sont isométriques

d'où $EB=AF$ (côtés homologues)

4) $OB=OA$ (1) $EB=AF$ (2)

$\widehat{OBE}=\widehat{OAF}=45°$ (3)

de (1) , (2) et (3) on déduit le résultat

5) On a: OBE et OAF sont deux triangles isométriques

donc $OE=OF$ (côtés homologues)

Le triangle OEF est isocèle de sommet O

et on a: $\widehat{BOE}=\widehat{AOF}$ (1)

et puisque $\widehat{BOE}+\widehat{AOE}=90°$ (2) (car $(OB)\perp(OA)$)

alors : $\widehat{AOE}+\widehat{AOF}=90°$

C'est à dire : $\widehat{EOF}=90°$

donc le triangle EOF est rectangle en O.

9
Chapitre

ÉQUATIONS

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître et résoudre une équation du premier degré à une inconnue, en utilisant des techniques de calcul numérique; • Résoudre des équations qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue; • Acquérir une méthodologie de mathématisation des situations et résoudre des problèmes en utilisant les équations..
Pré-requis	•Développement et factorisation. •Identités remarquables. • Résolution de l'équation $ax+b=0$ où a et b sont des nombres rationnels. • Racines carrées. • Puissances. • Opérations sur les réels.
Contenu	• Équation du premier degré à une inconnue; • Résolution d'une équation du premier degré; • Équation de la forme $(ax+b)(cx+d)=0$ «Équation produit nul» • Mise en équation d'un problème
Prolongement	• Inéquations; • Système de deux équations à deux inconnues; • Repère dans le plan; • Équation réduite d'une droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie dans l'espace; • Activités algébriques et géométriques ; • Encadrement; • Utiliser les équations dans d'autres disciplines (PC- SVT).
Matériel didactique	• Calculatrice; • Materiel géométrique ; • logiciels.

<table>
<tr><td rowspan="7">Plan de la leçon</td><td>JE TESTE MES PRÉ-REQUIS
• QCM;
• Vrai ou Faux.</td></tr>
<tr><td>Activités
• Activité 1: Mise en équation d'un problème
• Activité 2: Mise en équation d'un problème
• Activité 3: Équation produit nul</td></tr>
<tr><td>Cours
• Équation du premier degré à une inconnue.
• Résolution d'une équation du premier degré.
• Équation de la forme $(ax+b)(cx+d)=0$ «Équation produit nul».
• Mise en équation d'un problème. «Équation produit nul»</td></tr>
<tr><td>Pour comprendre
• Résolution d'une équation du premier degré;
• Équation «produit nul»;
• Mise en équation d'un problème.</td></tr>
<tr><td>Exercices résolus
• Exercice résolu 1
• Exercice résolu 2
• Exercice résolu 3
• Exercice résolu 4</td></tr>
<tr><td>Exercices et problèmes
• J'APPLIQUE
• J'INTÈGRE
• J'APPROFONDIS</td></tr>
<tr><td>Maths et culture</td></tr>
</table>

Orientations pédagogique - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Al Khwarizmi

Abu Djafar Muhammad ibn Musa al Khwarizmi- Bagdad- Perse (780;850)

Astronome né à Khwarizem (Ouzbékistan) dont on pourrait trouver quelques ressemblances avec le méchant Jaffar du film Aladdin de Walt Disney!

Al Khwarizmi et les frères Banu Musa (IXème siècle) sont des disciplines du calife al Mamum dans la Maison de la Sagesse (Bayt al Hikma) à Bagdad, une sorte d'école regroupant savants et philosophes. Leurs tâches consistant à traduire des manuscrits scientifiques grecs et indiens pour étudier la numération, l'algèbre, la géométrie ou l'astronomie.

Son ouvrage Kitâb al-jabr wa al-muqâbala, «Le livre du rajout et de l'équilibre» qui sera traduit en latin au XIIème siècle sous le titre d'Algebra présente sa méthode de résolution des équations (muadala).

• Côté pédagogique

Ce chapitre vise à compléter tout ce qui a été fait sur la notion d'équation durant les deux dernières années.

La nouveauté est la possibilité de résoudre des équations contenant des nombres réels (non rationnels) ou des équations qui admettent pour solutions des nombres réels (non rationnels). De plus, dans ce chapitre, l'élève va résoudre pour la première fois l'équation produit « $(ax+b)(cx+d)=0$ »

Ensuite, la rigueur mathématique est prédominante et elle se manifeste en particulier dans le modèle de résolution d'un problème :

1) Choix de l'inconnue
2) Mise en équation
3) Résolution de l'équation
4) Retour au problème posé pour vérifier et interpréter

Partie 2: Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, snon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

- **Traitement:**

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Mise en équation d'un problème</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Mise en équation d'un problème et le résoudre.</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) a) • L'âge de Hicham est : $4x$
• L'âge de Merièm est : $-x-8$
• La somme des âges est : $x+4x+x-8$
b) L'équation est : $6x-8=82$
c) $x=15$. Imrane à 15 ans et Hicham a 60ans
2) a) $y+(y+8)+4(y+8)=82$ c'est-à-dire : $6y+40=82$
b) $y=7$ l'âge du père est : $4(7+8)=60ans$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 2 : Mise en équation d'un problème</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Calculer le rayon d'un cercle inscrit à un triangle rectangle</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>En groupes de 5 ou 6 si possible : Utilisation de GéoGebra</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>• ABI , ACI et BIC sont trois triangles de hauteurs respectives IH, IG et IK tel que: $IJ=IK=IH=r$
• Les aires de ces triangles sont $\frac{3\times r}{2}$, $\frac{4\times r}{2}$ et $\frac{5\times r}{2}$
• L'aire du triangle ABC est $\frac{5}{2}r+\frac{3}{2}r+2r=\frac{3\times 4}{2}$
donc $6r=6$ et d'où $r=1$</td></tr>
</table>

Activité 3 : Équation produit nul	
Objectif	Reconnaître une équation produit nul et la résoudre.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) $A = 0$; $B \neq 0$ et $c = 0$ 2) a) $x = 0$; b) $x = 3$; c) $x = -2$ ou $x = 3$; d) $x = 0$ ou $x = \sqrt{2}$ 3) a) $x = -2$; $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) Les solutions sont :-2 et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) L'équation est : $a^2 = 8a$ Donc : $a(a-8) = 0$, d'où : $a = 8$ (car $a \neq 0$)

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 3:

a) $y = -\dfrac{7}{3}$

b) $y = \dfrac{3}{5}$

c) $3y = 1 - \dfrac{5}{2} = -\dfrac{3}{2}$; donc: $y = -\dfrac{1}{2}$

d) $-\dfrac{1}{5}y = -\dfrac{3}{2}$ donc: $y = \dfrac{15}{2}$

Exercice 6:

b) L'équation b) s'écrit :

$(\sqrt{2} - 2)x = -2$

donc $x = \dfrac{-2}{\sqrt{2} - 2} = \dfrac{-2(\sqrt{2} + 2)}{-2}$

d'où: La solution est $\sqrt{2} + 2$

c) L'équation s'écrit:

$2 - 2x = 3\sqrt{2} - 2x$

c'est à dire $0x = 3\sqrt{2} - 2$

L'équation n'admet pas de solution

Exercice 7: L'équation (d) s'écrit:

$3\sqrt{2} - \sqrt{2}t + 3t - 3\sqrt{2} = 3t - \sqrt{3}$

c'est à dire : $-\sqrt{2}t = -\sqrt{3}$

donc: $t = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Exercice 8:

b) L'équation s'écrit: $0z = \sqrt{3}$

donc (b) n'admet pas de solution

(c) L'équation s'écrit

$(z - 2)(\sqrt{2} - 1) = 0$

donc: $z = 2$

ou bien: $\sqrt{2}z - z = 2\sqrt{2} - 2$

c'est à dire: $z(\sqrt{2} - 1) = 2(\sqrt{2} - 1)$

d'où $z = \dfrac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$

Exercice 11:

a) $4y^2 - 3y = 0$ signifie que

$y(4y - 3) = 0$

donc: $y = 0$ ou $y = \dfrac{3}{4}$

L'équation (c) s'écrit:

$(y - \sqrt{2})(y - 1 - 1) = 0$

donc $y = \sqrt{2}$ ou $y = 2$

Exercice 13: Pour les équations (a) ; (b) et (c) on utilise l'identité remarquable

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

(d) L'équation s'écrit $\sqrt{3}z(z - \sqrt{3}) = 0$

donc $z = 0$ ou $z = \sqrt{3}$

Exercice 15: Une équation qui répond à la question est: $5x + 7 = 52$

Exercice 16: Un équation qui répond à la question est $7x + 12 = 10x$

Exercice 18: C'est l'équation (a)

Exercice 21: $x^2 + 9 = 25$

C'est-à-dire: $x^2 = 16$

donc: $x = 4$ ou $x = -4$

Exercice 22: $2y - 80 = -(y + 20)$

$y = 40$

Exercice 23: $\dfrac{3}{4}x + \dfrac{2}{5}x = 46$

c'est à dire: $\dfrac{23}{20}x = 46$

donc: $x = 40$

Exercice 26: $\frac{1}{3}a+\frac{1}{5}a=\frac{16}{45}$

$\frac{8a}{15}=\frac{16}{45}$ donc: $a=\frac{2}{3}$

Exercice 27:

L'équation (c) s'écrit:

$\frac{8x-6-10x-5}{10}=\frac{10x-10+x-3}{10}$

$x=\frac{2}{13}$

L'équation (d) s'écrit:

$2(4x-3)-3(x+3)=5x-12-3$

C'est-à-dire: $0x=0$

Tous les nombres réels sont solution de l'équation (d).

Exercice 28:

L'équation (a) S'écrit:

$(x+4)(x-7)=0$

Exercice 29: L'équation c) s'écrit:

$(3x-2)(3x+2)+2(3x-2)(5x+1)=0$

c'est à dire:

$(3x-2)(3x+2+10x+2)=0$

$x=\frac{2}{3}$ ou $x=-\frac{4}{13}$

L'équation d) s'écrit:

$(3x+1)(2x+1)-(2x+1)(2x+1)=0$

c'est-à-dire:

$x(2x+1)=0$ $x=0$ ou $x=-\frac{1}{2}$

Exercice 34:

Une équation qui traduit le problème est:

$(x+7)+20+x+20=81$

L'âge de Nadia est $x=17$ ans

L'âge de Hicham est $17+7=24$ ans

Exercice 35:

Équation: $3(x+15)=81$

Âge de Fatima est: 12

Exercice 36:

Équation: $\left(\frac{\frac{x}{3}}{4}\right)-x\times\frac{3}{7}=95$

$x=105$

Exercice 37:

Équation: $9+x=\frac{45+x}{3}$

$x=9$

Dans 9ans, l'âge de la fille sera le tiers de l'âge de la mère

Exercice 38:

- Le prix d'un classeur est x, le prix d'un manuel de mathématiques est $6x$
- L'équation $6x+3x=135$

- Le prix d'un classeur est $\frac{135}{9}=15dh$
- Le prix d'un manuel de mathématiques est $6\times15=90dh$

Exercice 41: Si x est le part de la deuxième personne, alors une équation qui traduit le problème est:

$(x-100)+x+\frac{2}{5}((x-100)+x)=3080$

- La valeur de x après résolution est:

$x=1150$

- La part de la 1ère personne est 1050 dh
- La part de la 2ème personne est 1150 dh
- La part de la 3ème personne est 880 dh

Exercice 42: Si x est l'âge du petit frère, alors l'équation est:

$$2x + x + 3(2x + x) = 72$$

$$x = 6$$

- L'âge du petit frère est 6 ans
- L'âge de l'aîné est 12 ans
- L'âge de la mère est 54 ans

Exercice 43: • L'équation est:

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{7}x + 900 = x$$

• $x = 2800$

La somme d'argent qu'avait Taha est 2800 dh

Exercice 44: 1) $x = 8$ 2) $x = 5$

Exercice 45:

Si x est le prix du réfrigérateur,

alors:- La première tranche est: $\frac{1}{4}x$

- La deuxième tranche est:

$$\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}x\right) = \frac{3}{8}x$$

Le montant versé est alors

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x = \frac{5}{8}x$$

Le reste est $\frac{3}{8}x$

- La $3^{ème}$ tranche est $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}x = \frac{3}{16}x$

L'équation est:

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + \frac{3}{16}x + 660 = x$$

Le prix du réfrigérateur est 3520 Dh

Exercice 46:

L'aire de $ABCE$ est : $4(6 - x)$ en cm^2

L'aire de $EFGH$ est $6 \times 6 = 36\ cm^2$

L'aire de la partie en bleu est:

$$36 - 4(6 - x) = 12 + 4x$$

- L'équation est:

$$12 + 4x = \frac{4}{5} \times 4(6 - x)$$

• $x = 1$

Exercice 47:

Équation: $3x = \frac{1}{4}(5 + x) \times 2$

$$x = 1$$

10 Chapitre

INÉQUATIONS

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Comparer deux nombres-deux expressions en utilisant le signe de leur différence; • Utiliser les propriétés de l'ordre et les opérations; • Déterminer une valeur approchée; déterminer un encadrement; • Mettre en inéquation et résoudre un problème conduisant à une inéquation.
Pré-requis	• Développement et factorisation. • Identités remarquables; • Ordre et opérations sur les réels; • Équations; • Racines carrées; • Puissances; • Inéquations sur les rationnels; • Valeurs approchées- encadrement.
Contenu	•Inéquation du premier degré à une inconnue; • Représentation des solutions d'une inéquation sur une droite graduée; • Mise en inéquation d'un problème
Prolongement	• Équations et Inéquations du second degré et plus .....; • Encadrement des expressions; • Équation de droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques (optimisation); • Géométrie dans l'espace; • Comparaison des quantités (PC).
Matériels didactiques	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Mise en inéquation d'un problème • **Activité 2:** Tester une inégalité • **Activité 3:** Inéquation et géometrie
	Cours • Inéquation du premier degré à une inconnue; • Représentation des solutions d'une inéquation sur une droite graduée. • Mise en inéquation d'un problème.
	Pour comprendre • Résolution d'une inéquation - Représentation graphique; • Mise en inéquation d'un problème.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3 • Exercice résolu 4
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'APPROFONDIS • J'INTÈGRE
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Les signes de comparaison

Les signes mathématiques =, <, >, $\leq$, $\geq$ sont apparus principalement aux XVIe et XVIIe siècles. Avant, on utilisait surtout des mots : «est égal à», «est supérieur à», etc.

Le signe «=» a été introduit en 1557 par le mathématicien gallois Robert Recorde (env. 1510-1558).

Il choisit «une paire de parallèles ou lignes jumelles parce que rien n'est plus pareil que deux jumeaux».

Les signes «<» et «>» apparaissent pour la première fois en 1631 dans un ouvrage du mathématicien anglais Thomas Harriot (1560-1621).

Les signes «$\leq$» et «$\geq$» ont été utilisés en 1670 par le mathématicien anglais John Wallis (1616-1703) alors que le mathématicien français Pierre Bouguer (1698-1758) utilisait des signes semblables, $\leqq$ et $\geqq$, en 1734.

Les signes d'inégalité sont encore très peu utilisés dans la vie courante.

• Côté pédagogique

Ce chapitre vise à utiliser toutes les propriétés de l'ordre ainsi que les propriétés de l'ordre avec les opérations pour résoudre les inéquations du premier degré à une inconnue ou celles qui se ramènent à une inéquation du premier degré.

Le déroulement doit se faire de la même façon que celui des équations pour des considérations didactiques en particulier : Transposition - Remédiation et la méthode suivie.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

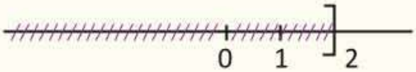
• Traitement:

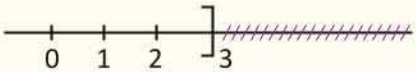
Activité 1 : Mise en inéquation d'un problème	
Objectif	Mise en inéquation d'un problème
Type de travail	Individuel
Solution proposée	• Une inéquation traduisant le problème est : $54 - 0,07d \geq 5$ Donc : $d \leq 700km$
Activité 2 : Tester une inégalité	
Objectif	Tester si une inégalité est vraie pour un nombre donné.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	Réponses : (b) ; (d) et (e)
Activité 3 : Inéquation et géométrie	
Objectif	Traduire les données d'un problème en une inéquation et interpréter les solutions d'une inéquation
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) Puisque $M \in [C,D]$ et $M \neq D$ et $M \neq C$ alors , $0 < DM < DC$, c'est à dire $0 < x < 6$ 2) • $\mathscr{A}_{ADM} = \frac{4 \times x}{2} = 2x$ • $\mathscr{A}_{BCM} = \frac{4(6-x)}{2} =$ 3) a) on a: $\mathscr{A}_{ADM} \leq \frac{1}{2} \mathscr{A}_{BCM}$ signifie que $\frac{4 \times x}{2} \leq \frac{1}{2} \; \frac{4(6-x)}{2}$ b) On a: $\frac{4 \times x}{4} \leq \frac{1}{2} \times \frac{4(6-x)}{2}$ signifie que $x \leq 6 - x$ Les solutions de cette inéquation sont les nombres réels inférieurs ou égaux à 3. c) Les valeurs possibles de x sont les nombres réels x tels que $0 < x \leq 3$

Partie 3: Corrigés ou indications des solutions des exercices

Exercice 4:

La solution est la partie hachurée sur la droite

a) 

b) 

Exercice 7:

a) Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres réels inférieurs ou égaux à-3

b) Les solutions sont tous les nombres réels supérieurs ou égaux à $\frac{1}{5}$

Exercice 8:

c) L'inéquation s'écrit $-14x \geqslant -42$

donc: $x \leq \frac{42}{14}$

Les solutions sont tous les nombres réels inférieurs ou égaux à 3

Exercice 9:

a) L'inéquation s'écrit:

$\frac{6x-2-3x}{4} \leq \frac{3x+5}{4}$

c'est- à-dire $0x \leq 7$

Tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation

c) L'inéquation s'écrit :

$2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}x \leq \sqrt{2} - 1$

c'est-à-dire: $0x > \sqrt{2} - 1$

Et puisque $\sqrt{2} - 1 > 0$ et $0x = 0$

alors l'inéquation n'admet pas de solutions

Exercice 11:

d) l'inéquation s'écrit $\frac{3x+1}{2} \leq \frac{1}{4}$

donc $\frac{2(3x+1)}{4} \leq \frac{1}{4}$ c'est à dire:

$6x \leq -1$

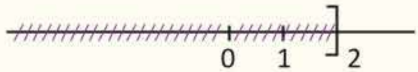
d'où: $x \leq \frac{-1}{6}$

Exercice 13:

a) l'inéquation s'écrit:

$2\sqrt{5}x + 10 \leq 2\sqrt{5}x - 4x + 18$

donc $x \leq 2$



b) L'inéquatin s'écrit:

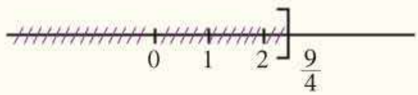
$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}x \leq \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}x$

c'est à dire: $\frac{2\sqrt{3}}{3}x \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$

d'où: $x \leq \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$

Les solutions sont tous les nombres réels inferieurs ou égaux à $\frac{9}{4}$

$\frac{9}{4} = 2,25$



d) L'inéquation s'écrit:

$x\sqrt{2} - x\sqrt{2} \geqslant \sqrt{2} - 3$ c'est à dire :

$0x \geqslant \sqrt{2} - 3$

et puisque $\sqrt{2} - 3 < 0$ et $0x = 0$

alors tous les nombres réels sont solutions de l'inéquation.

La représentation des solutions est la droite graduée.

Exercice 16:

Si L est la longueur du rectangle alors

$L \geqslant 3$ et $(L+3)\times 2 < 15$

donc: $L \geqslant 3$ et $L < \frac{9}{2}$

d'où: $3 \leq L \leq 4,5$

Exercice 18:

Une inéquation répondant au problème est: $3x \leq \frac{1}{2}((6+x)\times 2)$

c'est à dire: $3x \leq 6+x$

donc: $x \leq 3$

Les valeurs possibles sont les nombres réels x tels que $0 < x \leq 3$

Exercice 19:

• L'inéquation est $10x + 150 \leq 20x$

$x \geqslant 15$

donc à partir de 15 séances.

Exercice 20:

L'aire du trapèze $EBCD$ est:

$$\frac{(15+(15-x))\times 7}{2} = \frac{7(30-x)}{2}$$

• L'aire du triangle AED est: $\frac{x\times 7}{2}$

• L'inéquation est $\frac{7(30-x)}{2} \geqslant \frac{9\times 7x}{2}$

c'est à dire : $30 - x \geqslant 9x$

d'où $x \leq 3$

Les valeurs possibles sont les nombres x tels que: $0 < x \leq 3$

Exercice 21:

L'inéquation est:

$125 + 1,5x \leq 110 + 1,75x$

c'est à dire $0,25x \geqslant 15$

• A partir de 60km le deuxième tarif est plus avantageux.

Exercice 22:

• L'aire du triangle ABS est

$14 \times \frac{16}{2} = 112$

• Aire du triangle $ADS = \frac{14\times x}{2} = 7x$

• L'inéquation est $7x \leq \frac{3}{4}\times 112$

d'où: $x \leq 12$

Les valeurs possibles sont les réels x tels que: $0 < x \leq 12$

Exercice 23:

$\mathscr{A}_{EBF} = \frac{2\times(10-x)}{2} = 10-x$

$\mathscr{A}_{DCF} = \frac{10\times 8}{2} = 40$

$\mathscr{A}_{AED} = \frac{10\times x}{2} = 5x$

$\mathscr{A}_{ABCD} = 10\times 10 = 100$

donc l'aire de la partie en bleu est:

$100-(5x+(10-x)+40) = 50-4x$

L'inéquation est $50-4x \leq \frac{100}{4}$

Les valeurs possibles sont les réels x tels que $0 < x \leq 6,25$

Exercice 24:

Resoudre l'inéquation:

$5x-4 \geqslant 2(x+7)$

donc: $x \geqslant 6$

Donc Hicham a raison.

11 Chapitre
VECTEURS ET TRANSLATION

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Connaître la notion de vecteur et les opérations sur les vecteurs; • Construire le vecteur somme de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un réel (dans les cas simples); • Utiliser l'écriture vectorielle pour exprimer une translation qui transforme un point en un autre point; • Construire les images des figures géométriques par une translation; • Simplifier des expressions vectorielles en utilisant la relation de Chasles; • Utiliser la translation pour résoudre des problèmes.
Pré-requis	• Vecteurs; égalité de deux vecteurs opposés d'un vecteur; Relation de Chasles, • Parallélogramme; • Translation; • Milieu d'un segment.
Contenu	• Caractérisation d'un vecteur; • Égalité de deux vecteurs; • Somme de deux vecteurs; • Opposé d'un vecteur; • Milieu d'un segment; • Produit d'un vecteur par un nombre réel; • Translation.
Prolongement	• Système de deux équations à deux inconnues; • Repère dans le plan; Au lycée: • Repère dans l'espace; • Calcul vectoriel; • Translation; homothétie ; rotation; • Sciences physiques. • Équation de droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie dans l'espace.

Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Égalité de deux vecteurs - Somme de deux vecteurs-Relation de Chasles • **Activité 2:** Produit d'un vecteur par un nombre réel • **Activité 3:** Translation et propriétés
	Cours • Caractérisation d'un vecteur; • Égalité de deux vecteurs; • Somme de deux vecteurs; • Opposé d'un vecteur; • Milieu d'un segment; • Produit d'un vecteur par un nombre réel; • Translation.
	Pour comprendre • Direction- sens et longueur d'un vecteur; • Construction de vecteur; • Produit d'un vecteur par un réel; • Translation et propriétés.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

La première formalisation des vecteurs est le fruit du travail de plusieurs mathématiciens durant la moitié du $19^{\text{éme}}$ siècle. Le mathématicien allemand Bernard Bozaro (1781-1848), publie un livre élémentaire contenant une construction axiomatique de la géométrie.

En physiques les vecteurs sont grandement utilisés, ils permettent de modéliser des grandeurs comme une force, une vitesse, une accélération, une quantité de mouvement, ou un certain champ (électrique, magnétique, gravitationnel...)

• Côté pédagogique

Le concept «des vecteurs» est très important dans le programme. En effet son importance réside dans le fait de traduire une situation géométrique en une égalité vectorielle, et d'interpréter le parallélisme à l'aide d'une relation vectorielle.

Il est à noter que l'étude du concept en question à été abordée au niveau précédent uniquement dans le cas suivant : multiplier un vecteur par un nombre rationnel (dans des cas simples).

L'objectif de cette notion est de consolider les apprentissages des élèves à savoir :

- Consolider chez l'élève la notion de vecteur en la reliant directement au parallélogramme ;

Développer la notion de multiplication d'un vecteur par un réel, (sachant que le calcul vectoriel sera repris davantage au lycée) ;

- Concernant la translation, son étude exige un approfondissement de ses propriétés géométriques telles que : la conservation des longueurs ; des angles ; de l'alignement et de perpendicularité.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, si non les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

Activité 1 : Égalité de deux vecteurs-somme de deux vecteurs-Relation de Chasles	
Objectif	Rappeler l'égalité de deux vecteurs - Définir la somme de deux vecteurs.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{GH}$; $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{KG}=\overrightarrow{LH}$; $\overrightarrow{KG}=\overrightarrow{IE}$ 2) $\overrightarrow{HJ}$ est un vecteur ayant la même direction et le même sens que $\overrightarrow{AB}$. 3) $\overrightarrow{ND}$ est un vecteur ayant la même direction que $\overrightarrow{AF}$ mais de sens contraire 4) a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AG}$ b) $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{ME}$ c) $\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{HM}=\overrightarrow{FM}$

Activité 2 : Produit d'un vecteur par un nombre réel	
Objectif	Introduire le produit d'un vecteur par un réel
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{EA}=-2.\overrightarrow{AC}$ 2) $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Activité 3 : Translation et propriétés	
Objectif	Mettre en évidence quelques propriétés des translations
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) a) Figure b) $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{NN'}=\overrightarrow{AB}$ donc: $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{NN'}$ c) $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{MM'}$ donc $PP'M'M$ est un parallélogramme, donc $(P'M')\parallel(PM)$ $\overrightarrow{PP'}=\overrightarrow{NN'}$ donc $PP'N'N$, donc $(P'N')\parallel(PN)$ d) Puisque les points P,M et N sont alignés , alors: $(PM)=(PN)$ donc $(P'M')\parallel(P'N')$ et par suite les points P',M' et N' sont alignés. 2) a) Figure b) Figure. Puisque $O'K'=OK$ et $OK=3$, alors $O'K'=3$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AG}$

2) $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{MB}$

3) $\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{FB}$

4) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AK}$

5) $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{EM}$

Exercice 5:

1) $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{OI}$ 2) $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{OI}$

3) $\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{OI}$ 4) $\overrightarrow{FA}=-7\overrightarrow{OI}$

5) $\overrightarrow{EF}=\frac{9}{4}\overrightarrow{AB}$

Exercice 8:

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})+(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})=2\overrightarrow{MI}$

(Car: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$)

Exercice 10:

1)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}\\&=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}&=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}\\&=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}\end{aligned}$$

Exercice 16:

Sur la figure 1 ; Non

Sur la figure 2: Oui

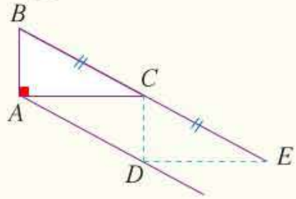
Sur la figure 3: Non

Exercice 17:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IJ}&=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}\\&=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}\\&=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Exercice 22:

1) $t(A)=D$



2) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CE}$ donc $t(C)=E$

3) $\begin{cases}t(AC)=(DE)\\t(AB)=(DC)\\(AC)\perp(AB)\end{cases}$

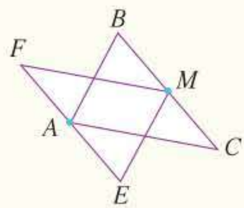
donc: $(DE)\perp(DC)$

Exercice 25:

O est le milieu de $[AB]$ et $[DC]$, donc $ACBD$ est un parallélogramme, d'où $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

Exercice 27:

1) a) b) Construction



2) $\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BM}$

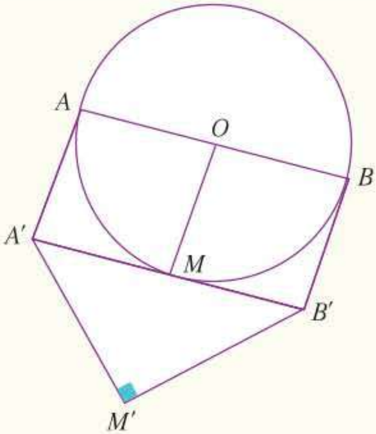
$\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{MC}$

Or $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MC}$, donc: $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AE}$

D'où A milieu de $[EF]$

Exercice 31:

1) Construction



2) Le triangle $A'B'M'$ est rectangle en M'

3) $\mathscr{A}_{A'B'M'} = \mathscr{A}_{ABM} = \dfrac{AM \times BM}{2}$

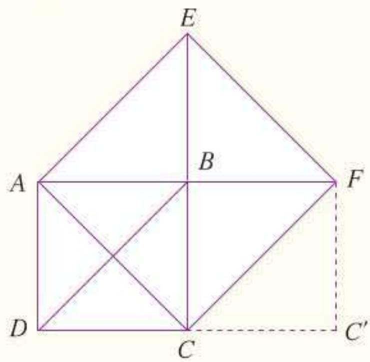
où : $AM = 4$ et

$BM = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$

Donc: $\mathscr{A}_{A'B'M'} = 4\sqrt{5}$

Exercice 34:

1) a) Construction



b) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, donc : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$

D'où B est le milieu de $[AF]$

c) $T(A) = B$; $T(B) = F$

$T(D) = C$; $T(C) = C'$

Donc l'image du carré $ABCD$ est le carré $BFC'C$

2) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF}$ donc $CAEF$ est un parallélogramme, or B est le milieu de $[AF]$ donc B est le milieu de $[CE]$.

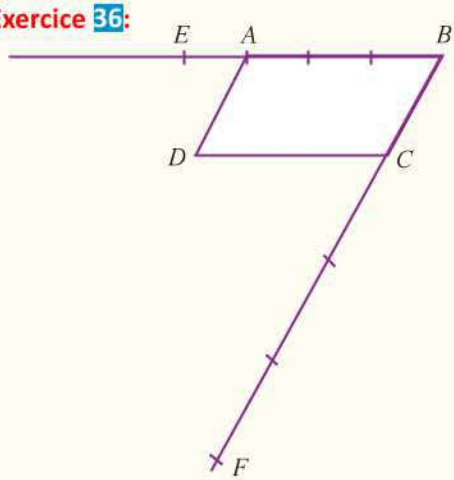
3) • $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CF}$ (car $CAEF$ est un parallélogramme)

Donc $T_1(A) = E$

• $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DC}$, donc $BFCD$ est un parallélogramme

D'où: $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CF}$; d'où $T_1(D) = B$

Exercice 36:



1) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$\quad = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

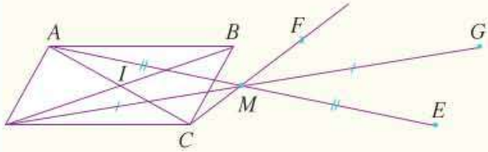
2) $\overrightarrow{FD} = 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$

3) $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{FD}$

D'où: $\overrightarrow{FD} = 3.\overrightarrow{DE}$

Exercice 38:

1) Construction



2) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MG}$

$\quad = \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{DM}$

$\quad = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IM} = 2\overrightarrow{IM}$

3) $\begin{cases} \overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{IM} \\ \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{IM} \\ \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{IM} \end{cases}$

Donc: $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CE}$

L'image du triangle ABC par la translation qui transforme B en G est le triangle: FGE

Exercice 40:

1) a) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, donc $T(D) = C$

b) Construction

2) a) $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$ donc:

$\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC}$

D'où: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DC}$ donc $T(B) = M$

3) a) $T([DB]) = [CM]$

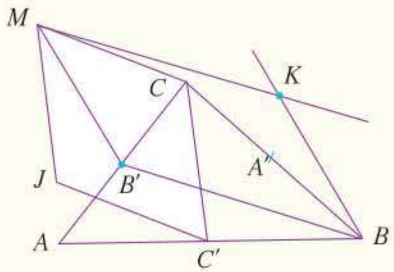
b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DC}$ donc $DIJC$ est un parallélogramme.

Exercice 43:

1) Construction

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}$

$= 2\overrightarrow{AA'}$



b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BB'}$, donc :

$\overrightarrow{BB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

c) De même $\overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

d)

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$

$= \vec{0}$

2) On a: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

donc: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MJ} = \vec{0}$

d'où $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{JK}$

Exercice 44:

1) a) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

$= 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$= 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

2) a) $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AK}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$= -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

$= -2\left(-\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$

$= -2\overrightarrow{IK}$

Donc les points I, J et K sont alignés.

Chapitre 12

SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues; • Résoudre des systèmes de deux équations du premier degré en utilisant des méthodes de combinaisons linéaires et de substitution; • Mettre en équations et résoudre un problème conduisant à un système de deux équations du premier degré. ;
Pré-requis	• Equations; • inéquation; • identités remarquables; • Résolution de problèmes; • Techniques de calculs sur les réels.
Contenu	• Système de deux équations du premier degré à deux inconnues; • Méthodes de résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.
Prolongement	• Équations et Inéquations à deux ou plusieurs inconnues; • Repère dans le plan; Équation de droite; (Intersection de deux droites • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie analytique dans l'espace; • Système linéaire.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

<table>
<tr><td rowspan="7">Plan de leçon</td><td>JE TESTE MES PRÉ-REQUIS
• QCM;
• Vrai ou Faux.</td></tr>
<tr><td>Activités
• Activité 1: Système de deux équations du premier degré à deux inconnues
• Activité 2: Méthodes de résolution</td></tr>
<tr><td>Cours
• Système de deux équations du premier degré à deux inconnues :
• Méthodes de résolution d'un système de deux équations à deux inconnues:
- Méthode de combinaison linéaire
- Méthode de substitution</td></tr>
<tr><td>Pour comprendre
• Méthode de résolution par substitution;
• Méthode de résolution par combinaison linéaire;
• Résolution de problèmes.</td></tr>
<tr><td>Exercices résolus
• Exercice résolu 1
• Exercice résolu 2
• Exercice résolu 3</td></tr>
<tr><td>Exercices et problèmes
• J'APPLIQUE
• J'INTÈGRE
• J'APPROFONDIS</td></tr>
<tr><td>Maths et culture</td></tr>
</table>

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Abu'l-wafa

Muhamed Abu'l-wafa Ibn Yahya Ibn Ismaïl al Bujazni- Perse (940 ; 998)

Abu'l-wafa est né en 940 à Buzjan dans la région de Khorasan. Ce sont ses oncles passionnés par les mathématiques qui l'initieront à cette discipline.

A l'age de vingt ans, il part pour Bagdad (capitale de la science) qu'il ne quittera plus.

En se livrant à des observations astronomiques, Abu'l-wafa précise en particulier les différents mouvements de la lune.

Dans son Almageste, il présente des travaux portant sur la trigonométrie plane et sphérique. Il corrige les tables de ses prédécesseurs et en apporte de nouvelles.

Il conçoit une méthode novatrice qui lui permet d'établir des tables de sinus. La valeur de sin (30°) est connue avec une précision de 8 positions décimales d'aujourd'hui (la notation que nous connaissons n'était pas encore en vigueur à cette époque).

Abu'l-wafa développe également la notion de tangente et de cotangente et en établit les tables. Il est le premier à définir la sécante et la cosécante.

Il découvre encore les premières relations entre les fonctions trigonométriques utiles pour les progrès des recherches astronomiques.

Abu'l-wafa s'intéresse aussi à d'autres concepts de la géométrie. Il étudie en particulier les coniques et décrit des constructions à la règle et au compas.

Il expose des méthodes de constuctions de paraboles point par point, des constructions d'angles droits, des trisections approximatives d'angles, différents moyens d'inscrire des polygones dans un cercle donné.

Abu'l-wafa aurait également commenté les travaux d'Euclide d'Alexandrie (320? ;-260 ?) de Diophante d'Alexandrie (III$^{\text{ème}}$ siècle de notre ère) et de Mohammed al Khwarizmi (780 ; 850), mais ses écrits ont été perdus.

Notons enfin qu' Abu'l-wafa est le premier mathématicien à considérer les fractions comme des nombres.

Liens :

• Imago Mundi Une biographie d' Abu'l-wafa

• Côté pédagogique

Depuis le primaire l'élève apprend à résoudre des problèmes tels que la détermination deux nombres entiers consécutifs dont la somme et donnée,... mais sans utiliser la notion de système.

Ainsi ce chapitre est d'ordre structurel par la terminologie, ce qui n'est pas le cas du point de vue situations ; donc l'enseignant(e) ne trouvera pas de difficultés à aborder ce chapitre en utilisant des situations de la vie courante.

Ainsi, ce chapitre fait l'objet de conjonction de deux équations.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

Activité 1 : Système de deux équations du premier degré à deux inconnues	
Objectif	Reconnaitre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues
Type de travail	Travail individuel ou en petits groupes
Solution proposée	1) • L'achat de Nora se traduit par l'écriture : $6x+5y=570$ • L'achat d'Omar se traduit par : $3x+7y=555$ 2) Les égalités (1) et (2) sont vérifiées pour : $x=45$ et $y=60$
Activité 2 : Méthodes de résolution	
Objectif	Résoudre un système par deux méthodes (Combinaison linéaire et par substituton)
Type de travail	Travail individuel, puis concertation avec les autres élèves.
Solution proposée	• Par combinaison linéaire : $\begin{cases} 6x+5y=570 \ \ (1) \\ -6x-14y=-1110 \ \ \times(-2) \end{cases}$ en additionnant; on obtient : $-9y=-540$ on obtient : $y=72$ On multiplie (1) par +7 et en multipliant l'équation (2) par-5 et en additionnant; on obtient : $27x=1215$; d'où : $x=45$ • Par substitution : On retrouve : $x=45$ et $y=60$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

a) Le seul couple solution de E est : $(-15;-10)$.

b) On trouve : $a=8$

Exercice 2:

Déterminons a: le couple $(a+1;4)$ est solution de l'équation $4x-5y=12$

signifie que: $4(a+1)-5\times 1=12$

signifie que: $4a-1=12$

signifie que: $a=\frac{13}{4}$

Exercice 3:

Le périmètre est: $2(x+y)=54$

ou encore: $x+y=27$

Exercice 5:

On remplace x par 2 et y par 3,

puis on vérifie le système proposé.

Exercice 6:

$(1;a)$ est une solution du système:

$$\begin{cases}2x+5y=7\\5x-3y=8\end{cases}$$

signifie que: $\begin{cases}2+5a=7\\5-3a=8\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}a=1\\a=-1\end{cases}$

On n'a pas trouvé la même valeur de a , donc il n'existe aucun réel «a» tel que le couple $(1;a)$ soit solution du système.

Exercice 7:

- Résolvons le système:

$$(S):\begin{cases}3x=6\\5x-3y=12\end{cases}$$

On a: $\begin{cases}x=\frac{6}{3}=2\\5\times 2-3y=12\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=2\\3y=-2\end{cases}$

donc: $\begin{cases}x=2\\y=-\frac{2}{3}\end{cases}$

D'où le couple $\left(2;-\frac{2}{3}\right)$ est la solution du système (S)

- Résolvons le système:

$$(S'):\begin{cases}y=1=0\\2x+3y=9\end{cases}$$

On a: $\begin{cases}y=1\\2x+3=9\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}y=1\\x=3\end{cases}$

Donc le couple $(3;1)$ est la solution du système (S')

Exercice 11:

- Résolvons le système:

(1) $\begin{cases}4x-y=13\,(1)\\\frac{7}{3}x+y=8\,(2)\end{cases}$

1) signifie que: $\begin{cases}4x-y=13\,(1)\\3x+\frac{7}{3}x=21\,(2)\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}y=4x-13\\16x=63\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=\frac{63}{16}\\y=\frac{63}{4}-13=\frac{11}{4}\end{cases}$

Donc $\left(\frac{63}{16};\frac{11}{4}\right)$ est la solution du système (1)

- Résolvons le système:

(2) $\begin{cases} x-2y=4 \\ 2x-y=11 \end{cases}$

(2) signifie que: $\begin{cases} x=2y+4 \\ 2(2y+4)-y=1 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=2y+4 \\ 3y=3 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$

Donc le couple $(6;1)$ est la solution système (2)

Exercice 14:

1) $\left(\frac{25}{2};10\right)$; (3) ; $(-16;-25)$

2) $\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$; (4) impossible

Exercice 16:

Déterminons les deux réels x et y tels que: (S): $\begin{cases} x+y=21\,(1) \\ x-y=19\,(2) \end{cases}$

(S) signifie que: $\begin{cases} 2x=40 & (1)+(2) \\ 2y=2 & (1)-(2) \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=20 \\ y=1 \end{cases}$

Exercice 21:

(S): le couple solution est : $(1;2)$

(S'): le couple solution est :

$\left(-\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$

Exercice 22:

Le prix d'un cahier est $x=10dh$

Le prix d'un stylo est $y=2dh$

Exercice 23:

a) $(40;22)$ b) $\left(\frac{4}{3};4\right)$

Exercice 26:

a) Résolvons le système:

(S): $\begin{cases} x+2y=90 \\ 3x+y=195 \end{cases}$

(S) signifie que:

$\begin{cases} x=90-2y \\ 3(90-2y)+y=195 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=90-2y \\ -5y=-75 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=60 \\ y=15 \end{cases}$

Donc $(60;15)$ est la solution du système (S)

b) Soit x la consommation d'un tube de néon et y la consommation d'une ampoule de basse consommation.

- La consommation dans la salle de bain est: $x+2y=90$

- La consommation dans la cuisine est: $3x+y=195$

Au total, la consommation est:

$\begin{cases} x+2y=90 \\ 3x+y=195 \end{cases}$

D'après la question a) on a:

$x=60watts$ et $y=15watts$

c) Les ampoules consomment moins que les tubes de néon.

Exercice 28:

Soit x l'âge actuel de Ali et y l'âge actuel d'Omar.

$\begin{cases} x=3y \;\; (1) \\ (x+15)=2(y+15) \;\; (2) \end{cases}$

Substituer la valeur x dans l'équation (2).

$3y+15=2(y+15)$

On trouve $y=15$ et $x=3y=45$

Une solution possible est :

$(x;y)=(45;15)$

Vérifions la solution :

$\begin{cases}45=3\times 15\\45+15=2(15+15)\end{cases}$

c'est-à-dire : $\begin{cases}45=45\\60=60\end{cases}$

Exercice 30:

$\begin{cases}x+y=65\\2x+\dfrac{y}{2}=100\end{cases}$

On trouve $x=45$ et $y=20$

Exercice 31:

Soit x le prix de la première séance et y le prix de la deuxième séance

1) Le système suivant traduit les données du problème: $(S):\begin{cases}3x+2y=280\\2x+3y=270\end{cases}$

2) Résolvons le système (S):

(S) signifie que:

$\begin{matrix}\times 2\\\times 3\end{matrix}\begin{cases}6x+4y=560 \ (1)\\6x+9y=810 \ (2)\end{cases}$

signifie que:

$(2)-(-1)\ \begin{cases}3x+2y=280\\5y=250\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=60\\y=50\end{cases}$

$(60,50)$ est la solution du système (S)

3) Déduction:

Le prix de la première séance est 60DH et le prix de la deuxième séance est 50DH

Exercice 35:

Soit g le nombre de garçons et f le nombre de filles dans cette classe.

D'après les données du problème , on doit résoudre le système suivant:

$(S):\begin{cases}g+f=36\\g=\dfrac{1}{3}f\end{cases}$

Donc: $(S):\begin{cases}\dfrac{1}{3}f+f=36\\g=\dfrac{1}{3}f\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}g=\dfrac{1}{3}f\\4f=108\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}g=\dfrac{1}{3}f\\f=\dfrac{108}{4}=27\end{cases}$

donc: $f=27$ et $g=9$

Exercice 36:

1) Résolvons le système suivant:

$(S)\begin{cases}2x+y=1 \quad (1)\\3x+y=5 \quad (2)\end{cases}$

(S) signifie que: $\begin{cases}2x+y=1\\x=4 \qquad ((2)-(1))\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}x=4\\y=-7\end{cases}$

Donc $(4;-7)$ est la solution du système

2) a) $(S_1)\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=1\\\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{y}=4\end{cases}$

signifie que: $\begin{cases}2\left(\dfrac{1}{x}\right)+\left(\dfrac{1}{y}\right)=1\\3\left(\dfrac{1}{x}\right)+\left(\dfrac{1}{y}\right)=4\end{cases}$

D'après 1) on déduit que:

$\dfrac{1}{x}=4$ et $\dfrac{1}{y}=-7$

donc: $x=\dfrac{1}{4}$ et $y=-\dfrac{1}{7}$

D'où: $\left(\dfrac{1}{4};-\dfrac{1}{7}\right)$ est la solution du système (S_1)

b) (S_2): $\begin{cases} 2x^2+y=0 \\ 3x^2+y=4 \end{cases}$ signifie que:

$$\begin{cases} 2x^2+(y+1)=1 \\ 3x^2+(y+1)=5 \end{cases}$$

D'après 1) on déduit que:
$(x^2=4)$ et $(y+1=-7)$
signifie que: $(x=2$ ou $x=-2)$ et $(y=-8)$
Donc $(2;-8)$ et $(-2;-8)$ sont les solutions du système (S_2)

Exercice 39:

Soit x le nombre de billets de 100dh et y le nombre de billets de 50dh, d'après les données du problème, on a:

$$(S): \begin{cases} 100x+50y=4400 \\ x=y+8 \end{cases}$$

(S) signifie que:

$$\begin{cases} x=y+8 \\ 100y+800+50y=4400 \end{cases}$$

signifie que: $\begin{cases} x=y+8 \\ 150y=3600 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=32 \\ y=24 \end{cases}$

Exercice 45:

On pose: $BE=x$ et $BF=y$

• On a: $A_{AED}=\dfrac{AE\times AD}{2}=\dfrac{(51-x)\times 30}{2}$

Donc: $A_{AED}=15(51-x)=765-15x$

• On a:

$$A_{DFC}=\frac{51\times(30-y)}{2}=25,5(30-y)$$
$$=765-25,5y$$

• On a:

$$\mathscr{A}_{DEBF}=(BC\times CD)-(\mathscr{A}_{AED}+\mathscr{A}_{DFC})$$
$$=1530-(765-15x+765-25,5y)$$
$$=15x+25,5y$$

Donc: $\mathscr{A}_{DEBF}=15x+25,5y$

D'où d'après les données du problème, on doit résoudre le système suivant:

$$(S): \begin{cases} 15x+25,5y=765-15x \\ 15x+25,5y=762-25,5y \end{cases}$$

(S) signifie que: $\begin{cases} 30x+25,5y=765 \\ 15x+51y=765 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} 30x+25,5y=765 \\ 30x+102y=1530 \end{cases}$

Signifie que: $\begin{cases} 30x+25,5y=765 \\ 76,5y=765 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=17 \\ y=10 \end{cases}$

Donc: $BE=17$ et $BF=10$

Exercice 49:

Soit x le nombre des hommes et y le nombre des femmes dans le bus, d'après les données du problème, on doit résoudre le système:

$$(S): \begin{cases} x=2y \\ y+6=2(x-6) \end{cases}$$

(S) signifie que: $\begin{cases} x=2y \\ y+6=2(2y-6) \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=2y \\ y+6=4y-12 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=2y \\ 3y=18 \end{cases}$

signifie que: $\begin{cases} x=12 \\ y=6 \end{cases}$

Au départ, il y avait 12 hommes et 6 femmes.

Chapitre 13

REPÈRE DANS LE PLAN

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître les coordonnées d'un point dans un repère; • Reconnaître les coordonnées d'un vecteur; • Reconnaître et utiliser les coordonnées du milieu d'un segment, de la somme de deux vecteurs, et la multiplication d'un vecteur par un réel. • Calculer la distance entre deux points et l'utiliser dans différentes situations; • Résoudre des problèmes en utilisant le repère et les coordonnées.
Pré-requis	• Repère dans le plan; • Vecteurs, translation; • Milieu d'un segment; • Parallélogramme; • Théorème de Pythagore; • Racine carrée; • Techniques de calcul.
Contenu	• Coordonnées d'un point dans un repère; • Coordonnées d'un vecteur; • Égalité de deux vecteurs- Somme de deux vecteurs; • Coordonnées du milieu d'un segment; • Distance entre deux points.
Prolongement	• Équation d'une droite; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie dans l'espace; • Repère dans l'espace: • Calcul vectoriel; • Transformation usuelles; • Sciences physiques; • SVT et Géographie.

Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.
Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Coordonnées d'un point dans un repère • **Activité 2:** Coordonnées d'un vecteur • **Activité 3:** Coordonnées d'un vecteur- Milieu d'un segment • **Activité 4:** Distance entre deux points dans un repère orthonormé
	Cours • Coordonnées d'un point dans un repère; • Coordonnées d'un vecteur; • Égalité de deux vecteurs- Somme de deux vecteurs; • Coordonnées du milieu d'un segment; • Distance entre deux points.
	Pour comprendre • Méthode de résolution par substitution; • Méthode de résolution par combinaison linéaire; • Résolution de problèmes.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Repérage : GPS

Le GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellites. Le GPS a connu un grand succès dans de nombreux domaines: navigation maritime, circulation routière, randonnées,...

La photo ci-contre montre un GPS à bord d'une voiture.

La météo et les meilleures performances

L'effet de la météo sur les performances a été sujet de plusieurs études internationales.

Selon une étude, l'impact du vent est assez bien caractérisé: en sprint (100m, 200m et 110m haies), une vitesse de vent de 2 mètres par seconde permet un gain de temps compris entre 1 et 2 dixièmes de seconde.

Dans le tableau ci-dessous, sont enregistrées les meilleures performances hommes au 100m vitesse (jusqu'à 29 juin 2012). La colonne «vent» donne la vitesse du vent au cours de la course, le signe (+ou-) précise si le vent est favorable à l'athlète ou s'il est défavorable.

Hommes					
Temps		Vent	Athlète	Lieu	Date
1	9 s 58	+ 0,9	Sain Bolt	Berlin	16 août 2009
2	9 s 69	nul	Sain Bolt	Pékin	
		+ 0,9	Tyson Gay	Shanghai	20 septembre 2009
4	9 s 71	+ 0,9	Tyson Gay	Berlin	16 août 2009
5	9 s 72	+ 1,7	Sain Bolt	New York	31 mai 2008
		+ 0,2	Asafa Powell	Lausanne	2 septembre 2008
7	9 s 74	+ 1,7	Asafa Powell	Reiti	9 septembre 2007
8	9 s 75	+ 1,1	Yohan Blake	Kingston	29 juin 2012
9	9 s 76	+ 1,8	Sain Bolt	Kingston	3 mai 2008
		+ 1,3	Sain Bolt	Bruxelles	16 septembre 2011
		- 0,1	Sain Bolt	Rome	31 mai 2012

• Côté pédagogique

La réintroduction du concept de coordonnées d'un point se fait dans le cadre du soutien et du renforcement des acquis des élèves, ainsi que la mise en place de la géométrie analytique.

On considère que le repérage d'un point, et les notions qui lui sont associées telles que : l'abscisse et l'ordonné, la représentation d'un point et la lecture de ses coordonnées dans un repère, sont parmi les acquis des élèves qu'il faut enrichir tout en la reliant au repère orthonormé .

En ce qui concerne le domaine d'extension et d'expansion, il faut mettre l'accent sur:

- La représentation des coordonnées d'un vecteur;
- La représentation des coordonnées du milieu d'un segment;
- La distance entre deux points en utilisant leurs coordonnées;
- Le traitement analytique d'un certain nombre de situations géométriques.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• Traitement:

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Coordonnées d'un point dans un repère</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître les coordonnées d'un point dans un repère</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel; puis concertation collective des résultats</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) Le premier repère est orthonormé car $(OI)\perp(OJ)$ et $OI = OJ =$ (une unité)
et le second est orthogonal $(OI)\perp(OJ)$ et $OI \neq OJ$
2)
<table>
<tr><td>$O,(0;0)$</td><td>$I(1;0)$</td><td>$J(0;1)$</td><td>$A(2;1)$</td><td>$B(-2;3)$</td><td>$C(3;0)$</td><td>repère 1</td></tr>
<tr><td>$O,(0;0)$</td><td>$I(1;0)$</td><td>$J(0;1)$</td><td>$A\left(2;\frac{1}{2}\right)$</td><td>$B\left(2;\frac{3}{2}\right)$</td><td>$C(3;0)$</td><td>repère 2</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Activité 2 : Coordonnées d'un vecteur	
Objectif	Reconnaître les coordonnées d'un vecteur
Type de travail	Individuel ou en petits groupes
Solution proposée	1) $\overrightarrow{CD}(2;-2)$; $\overrightarrow{OD}(4;1)$; $\overrightarrow{OA}(1;-3)$; $\overrightarrow{BA}(-3;-2)$ et $\overrightarrow{CA}(-1;-6)$ 2) On placera le point G tel que $\overrightarrow{EG}(2;-1)$ à partir de E on se déplace de 2 unités à droite (horizontalement) puis on descend d'une unité (verticalement) ; ainsi on obtient le point G

Activité 3 : Coordonnées d'un vecteur - Milieu d'un segment	
Objectif	Reconnaître et utiliser les coordonnées d'un vecteur et les coordonnées d'un milieu
Type de travail	Individuel ou en binômes
Solution proposée	1) b) $\overrightarrow{AB}(4;1)=\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ 2) $\overrightarrow{PQ}(3;-4)$ 3) a) $D(7;3)$ et $\overrightarrow{CD}(4;1)$ 4) on vérifie que: $K(5;3)$

Activité 4 : Distance entre deux points dans un repère orthonormé	
Objectif	Calculer et utiliser la distance entre deux points
Type de travail	Individuel ou en petits groupes
Solution proposée	1) Les points A et C sont sur une même droite parallèle à (OI) on trouve $AC^2=(xC-xA)^2$ et $x_C=x_B$ De même les points B et C sont sur une même droite parallèle à (OJ) on trouve $BC^2=(y_B-y_C)^2=(y_B-y_A)^2$ car $y_A=y_C$ 2) En utilisant le théorème Phytagore on trouve $AB^2=AC^2+BC^2$ d'où $AB=\sqrt{(y_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

On trouve par exemple:

$\overrightarrow{AB}(0;3)$; $\overrightarrow{BC}(2;-1)$; $\overrightarrow{CD}(1;2)$

Exercice 4:

1) $P(0;3\sqrt{2})$

2) $P\left(\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right)$

3) $P(0;0)$

4) $P\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Exercice 5:

On pose : $B(x_B\,;y_B)$

1) On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(x_B-7\,;y_B-0)$

et on a : $\overrightarrow{AB}(-3;3)$

Donc : $x_B-7=-3$ et $y_B=5$

D'où : $x_B=4$ et $y_B=5$

Ainsi : $B(4;5)$

Exercice 6:

1) $AB=\sqrt{13}$

2) $AB=\sqrt{2}$

3) $AB=\sqrt{33}$

Exercice 7:

1- D'après le graphique, on a :

$A(1;2)$; $B(3;3)$; $C(3;0)$ et $D(-2;1)$

2- On a :

• $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{AB}(3-1;3-2)$

Donc $\overrightarrow{AB}(2;1)$

• $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{AC}(3-1;0-2)$

donc $\overrightarrow{AC}(2;-2)$

• $\overrightarrow{BD}(x_D-x_B\,;y_D-y_B)$ c'est-à-dire :

$\overrightarrow{BD}(-2-3\,;1-3)$

donc $\overrightarrow{BD}(-5;-2)$

3) Calculons les distances:

$AB=\sqrt{(2)^2+(1)^2}=\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$BD=\sqrt{(-5)^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$

Exercice 8:

$$\begin{cases} x_B=\dfrac{x_A+x_K}{2} \\ y_B=\dfrac{y_A+y_K}{2} \end{cases} ;$$

on trouve $K(-3;-9)$

Exercice 9:

1) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NP}$:

• On a : $\overrightarrow{MN}(x_N-x_M\,;y_N-y_M)$

c'est-à-dire $\overrightarrow{MN}(2-1;-1-3)$

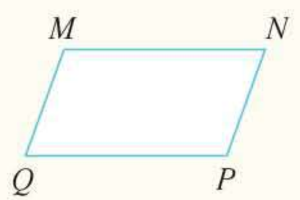
Donc : $\overrightarrow{MN}(1;-4)$

• On a : $\overrightarrow{NP}(x_P-x_N\,;y_P-y_N)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{NP}(-1-2\,;2+1)$

Donc : $\overrightarrow{NP}(-3;3)$

2) On pose : $Q(x_Q;y_Q)$



$MNPQ$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$

On a : $\overrightarrow{MQ}(x_Q-1;y_Q-3)$ et $\overrightarrow{NP}(-3;3)$

donc : $x_Q - 1 = -3$ et $y_Q - 3 = 3$

D'où : $x_Q = -2$ et $y_Q = 6$

Ainsi $Q(-2;6)$

Exercice 10:

1) $\begin{cases} OA = OB = \sqrt{10} \\ AB^2 = OA^2 + OB^2 \end{cases}$

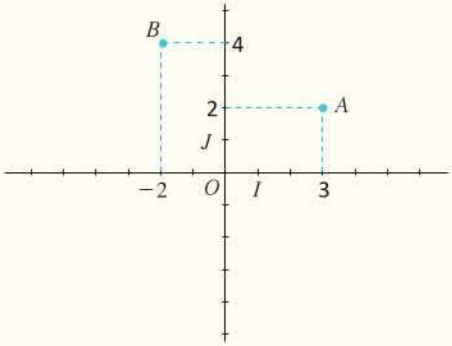
Le triangle OAB est rectangle en O

2) On trouve $C(-4;2)$

Remarquer que: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB}$

Exercice 12:

1) On a : $A(3;2)$ et $B(-2;4)$



2) • On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(-2-3;4-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(-5\,;2)$

• On a : $AB = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$

3) E milieu du segment (AB) signifie que : $E\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\frac{y_A + y_B}{2}\right)$

donc : $E\left(\frac{3-2}{2}\,;\frac{2+4}{2}\right)$

D'où : $E\left(\frac{1}{2};3\right)$

Exercice 14:

On pose $M(x;y)$

On a : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM}$

signifie que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA}$

signifie que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MB}$

On a : $\overrightarrow{OM}(x;y)$ et $\overrightarrow{MB}(-2-x\,;1-y)$

donc : $x = -2 - x$ et $y = 1 - y$

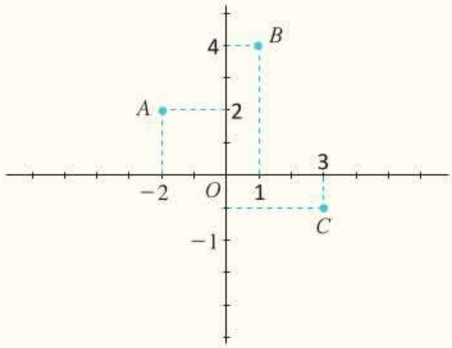
c'est-à-dire : $2x = -2$ et $2y = 1$

Donc : $x = -1$ et $y = \frac{1}{2}$

D'où : $M(-1;\frac{1}{2})$

Exercice 21:

1- On a : $A(-2;2)$; $B(1;4)$ et $C(3;-1)$



2) • On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(1+2\,;4-2)$

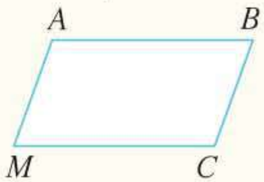
Donc : $\overrightarrow{AB}(3\,;2)$

• On a : $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B\,;y_C - y_B)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{BC}(3-1;-1-4)$

Donc : $\overrightarrow{BC}(2\,;-5)$

3) On pose $M(x\,;y)$



$ABCM$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{AM} = (x+2;y-2)$ et $\overrightarrow{BC}(2;-5)$

Donc : $x + 2 = 2$ et $y - 2 = -5$

d'où $x = 0$ et $y = -3$

Ainsi $M(0;-3)$

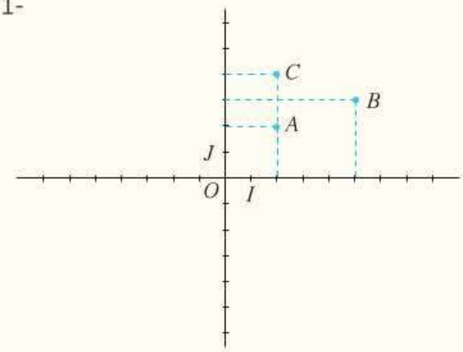
4) E est le milieu du segment $[AB]$ signifie que : $\frac{x_A+x_B}{2}=x$ et $\frac{y_A+y_B}{2}=y$

Donc : $x=\frac{-1}{2}$ et $y=3$

D'où : $E\left(-\frac{1}{2};3\right)$

Exercice 22:

1-



2- On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(5-2\,;3-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB}(3;1)$

b) Distance AB :

On a : $AB=\sqrt{(3)^2+(1)^2}=\sqrt{10}$

3) Montrons que le triangle ABC est isocèle en B, pour cela, calculons BC :

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$=\sqrt{(2-5)^2+(4-3)^2}=\sqrt{10}$$

donc : $BA=BC$ d'où le triangle ABC est isocèle en B.

Exercice 26:

1) Montrons que $ABCD$ est un parallélogramme :

On a : $\overrightarrow{AB}(2+2\,;6-5)$ et $\overrightarrow{DC}(7-3\,;5-4)$

donc : $\overrightarrow{AB}(4;1)$ et $\overrightarrow{DC}(4;1)$

d'où : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et par suite $ABCD$ est un parallélogramme.

2) k le centre du parallélogramme $ABCD$ est le milieu du segment $[AC]$,

donc : $x_k=\frac{x_A+x_C}{2}$ et $y_x=\frac{y_A+y_C}{2}$

d'où : $k\left(\frac{5}{2};5\right)$

3) On pose $E(x\,;y)$

E est l'image du point D par la translation qui transforme A en C signifie que : $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{DE}=(x-3\,;y-4)$ et $\overrightarrow{AC}(9;0)$

donc : $x-3=9$ et $y-4=0$

d'où : $x=12$ et $y=4$

Ainsi : $E(12\,;4)$

Exercice 30:

Montrons que le point B est sur le cercle de diamètre $[AC]$

- Le centre du cercle est le milieu du segment $[AC]$. Soit E ce centre

On a : $E\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

donc: $E(4\,;4)$

Le rayon du cercle est : EA

Donc :

$$EA=\sqrt{(3-4)^2+(2-4)^2}=\sqrt{5}$$

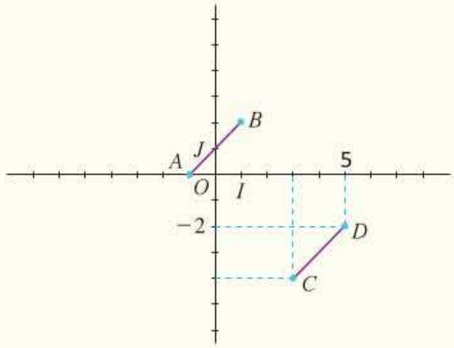
et on a :

$$EB=\sqrt{(6-4)^2+(3-4)^2}=\sqrt{5}$$

d'où B appartient au cercle de diamètre $[AC]$

Exercice 31:

1)



2) On a :

- $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8}$
- $AC = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{32}$
- $BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40}$

3) On a : $BC^2 = 40$ et

$AB^2 + AC^2 = 40$

D'après le théorème réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

4) Voir figure

5) $CDBA$ est un rectangle

Exercice 34:

1) Calculons les distances TA et TH

- $TA = \sqrt{(-5+2)^2 + (2+2)^2} = 5$
- $TH = \sqrt{(3+2)^2 + (-2+2)^2} = 5$

On a : $TH = TA$ donc le triangle TAH est isocèle en T

2) a) Puisque le triangle TAH est isocèle en T et M est le milieu du segment $[AH]$ alors (TM) est la médiatrice du segment $[AH]$

b) On a : $M\left(\dfrac{x_A + x_H}{2} ; \dfrac{y_A + y_H}{2}\right)$

donc: $M(-1;0)$

3) a) Dans le triangle ASH, on a :

- M est le milieu de $[AH]$
- T est le milieu de $[AS]$

donc d'après le théorème des milieux :

$(TM) \parallel (SH)$

Puisque : $(TM) \perp (AH)$ alors $(SH) \perp (AH)$, d'où le triangle ASH est rectangle en AH .

b) Le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse $[AS]$ c'est-à-dire le point T, et le rayon du cercle est la distance TH .

Exercice 37:

Montrons que le triangle ABC est rectangle.

On a : $AB = \sqrt{(15+2)^2 + 0} = 17$

$AC = \sqrt{(11+2)^2 + (2\sqrt{13})^2} = \sqrt{221}$

$BC = \sqrt{(11-15)^2 + (2\sqrt{13})^2} = \sqrt{68}$

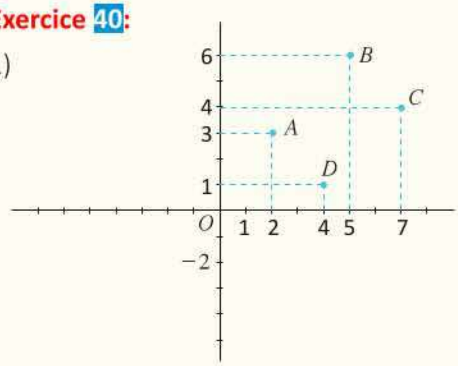
On a : $AB^2 = 289$

et $BC^2 + AC^2 = 221 + 68 = 289$

Donc : $AB^2 = BC^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C .

Exercice 40:

1)



2) On a : $\overrightarrow{AB}(5-2;6-3)$

donc $\overrightarrow{AB}(3;3)$

et on a : $\overrightarrow{DC}(7-4;4-1)$

donc : $\overrightarrow{DC}(3;3)$

Puisque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $ABCD$ est un parallélogramme

3)

$AC = \sqrt{(7-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{25+1}$
$= \sqrt{26}$

et $BD = \sqrt{(4-5)^2 + (1-6)^2}$
$= \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

4) Puisque $ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur alors $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 47:

1) I est le milieu du segment $[AB]$ signifie que : $\dfrac{x_A + x_B}{2} = 1$ et $\dfrac{y_A + y_B}{2} = 0$

c'est-à-dire : $\dfrac{\frac{1}{2} + x}{2} = 1$ et $\dfrac{y - \frac{1}{3}}{2} = 0$

donc : $x = 2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$ et $y = \dfrac{1}{3}$

d'où : $A\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{3}\right)$ et $B\left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{1}{3}\right)$

2) B est l'image du point A par la translation qui transforme I en J signifie que :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IJ}$

On a : $\overrightarrow{AB}\left(x - \dfrac{1}{2} ; -\dfrac{1}{3} - y\right)$ et

$\overrightarrow{IJ}(-1;1)$

Donc : $x - \dfrac{1}{2} = -1$ et $-\dfrac{1}{3} - y = 1$

D'où : $x = -\dfrac{1}{2}$ et $y = -\dfrac{4}{3}$

On a : $\overrightarrow{OI}(1;0)$ et $\overrightarrow{OJ}(0;1)$

donc $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}(1;1)$

et on a : $\overrightarrow{AB}\left(x - \dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{3} - y\right)$

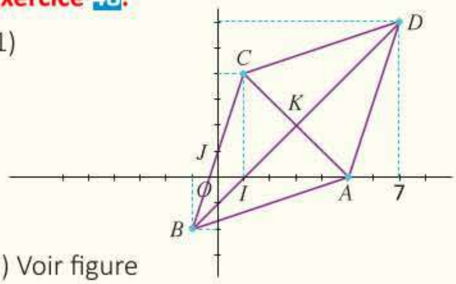
D'où : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ}$

signifie que : $x - \dfrac{1}{2} = 1$ et $-\dfrac{1}{3} - y = 1$

donc : $x = \dfrac{3}{2}$ et $y = -\dfrac{4}{3}$

Exercice 48:

1)



2) Voir figure

3) • On a : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme.

• On a :

$AB = \sqrt{(-1-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{40}$ et $D(7;6)$ (d'après la figure)

et $AD = \sqrt{(7-5)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{40}$

donc : $AB = AD$

d'où $ABCD$ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur donc c'est un losange.

4) a) On a $K\left(\dfrac{x_A + x_C}{2} ; \dfrac{y_A + y_C}{2}\right)$

donc : $k(3;2)$

On a : $\dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{-1+1}{2} = 0$

$\dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{-2+4}{2} = 1$

donc $J(0,1)$ est le milieu du segment $[BC]$

b) On a dans le triangle BCD :

J est le milieu de $[BC]$

K est le milieu de $[BD]$

donc $(JK) \mathbin{/\!/} (DC)$ (d'après le théorème des milieux)

Puisque $(AB) \mathbin{/\!/} (DC)$ alors

$(JK) \mathbin{/\!/} (AB)$

c) On a I est le milieu de $[BK]$ (à vérifier) et J est le milieu de $[BC]$ donc P est le point d'intersection de deux médianes du triangle BCK, signifie que P est le centre du triangle BCK.

14
Chapitre

ÉQUATION DE DROITE

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Déterminer l'équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère; • Déterminer l'équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes du repère; • Utiliser le coefficient directeur d'une droite pour connaître le parallélisme ou la perpendicularité d'une droite; • Utiliser les équations de droites pour résoudre des problèmes.
Pré-requis	• Repère dans le plan; • Coordonnées d'un point; • Translation et vecteurs; • Coordonnées du milieu d'un segment; • équation- Systèmes d'équations; • fonctions linéaires; • Techniques de calcul.
Contenu	• Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère; • Équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes du repère; • Propriétés.
Prolongement	• Équations et Inéquations du second degré et plus; • Fonctions linéaires et fonctions affines; • Statistiques; • Géométrie analytique dans l'espace.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

Plan de leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Droite parallèle à l'axe des abscisses • **Activité 2:** Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère • **Activité 3:** Droites parallèles
	Cours • Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère; • Équation réduite d'une droite parallèle à l'un des axes; • Propriétés.
	Pour comprendre • Appartenance d'un point à une droite; • Détermination de l'équation réduite d'une droite; • Droites parallèles- Droites perpendiculaires.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et/ ou culturel

Al Kashi

Ibn Massoud Al Kashi- Perse (1380 ; 1430)

Al Kashi, surnommé Ghyath al din doit son nom à sa ville natale, Kashan en Iran.

Il grandit dans la pauvreté durant une période trouble où la région subit les conquêtes militaires de l'émir Timur Lang, dit Tamerlan (1370 ; 1405)

Après la mort de Timur, les conditions s'améliorent grandement. Son fils et successeur, le shah Rokh soutient fortement les intérêts artistiques et intelectuels et très tôt, al Kashi se consacre aux mathématiques et l'astronomie.

Le 2 juin 1406 marque par une éclipse de lune une de ses premières observations notables.

A cette époque, les scientifiques effectuent leurs recherches à la cour de rois ou de princes.

A Samarkand, Al Kashi vit sous la protection du prince Ulugh-Beg (1394 ; 1449) qui a fondé une université comprenant une soixantaine de scientifiques qui étudient la théologie et les sciences. Il devient premier Directeur du nouvel observatoire de Samarkand et s'adonne pleinement à ses travaux tout en s'assurant d'être à l'abri du besoin.

Tîmur lang

De nombreux ouvrages d'Al Kashi ainsi que certaines lettres écrites à son père ont survécu. De ce fait, les détails de ses travaux sont connus et souvent datés.

Ulugh-Beg

Dans le traité d'astronomie **Khaqani Zij** (1413-1414), il donne des tables trigonométriques en se basant sur les tables de Nasir al Din al Tusi (1201 ; 1274). Elles proposent des valeurs à quatre chiffres (en notation sexagésimale) de la fonction sinus. On y trouve aussi une correspondance entre différents systèmes de coordonnées sur la sphère céleste comme la transformation des coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales (lien externe).

Al Kashi donne également des tables des éclipses et des tables de visibilité de la Lune.

Ses nombreux travaux en astronomie lui vaudront d'être surnomé plus tard le deuxième ptolémée.

Dans son **traité sur le cercle** (juillet 1424), Al Kashi calcule le rapport de la circonférence à son rayon pour obtenir une valeur approchée de $2Pi$ avec une précision jamais attetinte. Il obtient 9 positions exactes en base 60 soit 16 décimales exactes :

$$2Pi \approx 6,283\,185\,307\,179\,586\,5$$

Il faudra attendre la fin du XVIème siècle avant que Ludolph van Ceulen (1540 ; 1610) améliore la précision de ce résultat avec 20 décimales pour Pi.

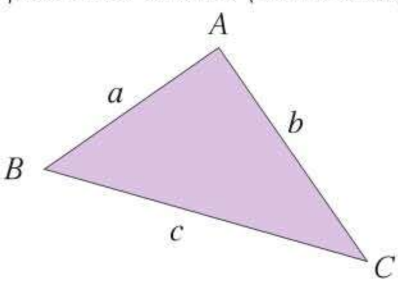
C'est dans son principal traité **Miftah al hisab** (clé de l'arithmétique, 2 mars 1427) qu'Al Kashi explique l'usage des nombres sexagésimaux (système de numération en base 60) hérités des astronomes babyloniens. Cet imposant ouvrage est destiné aux chercheurs de Samarkand étudiant l'astronomie , l'architecture, la comptabilité ou le commerce.

Al Kashi y décrit également des calculs d'aires et de volumes comme ceux du dôme en forme de coquille d'un qubba (monument fuméraire destiné aux nobles).

Al Kashi effectue des calculs de racines n-ième par un algorithme qui est un cas particulier d'une méthode donnée 400 ans plus tard par Paolo Ruffini (1765 ; 1822) et Wiliam Horner (1787 ; 1837).

Il propose aussi des calculs approchées de racine n-ième d'un nombre et expose une technique déjà connue d'Omar Khayam (1048 ; 1123 ?) et appelée aujourd'hui le triangle de Pascal pour effectuer des calculs du type $(a+b)^n$.

On doit encore à Al Kashi l'étude de quelques problèmes ouverts (non résolus) comme par exemple la recherche de solutions pour une équation du type «théorème de Fermat) dans le cas où $n = 3$ et $n = 4$.



Il laisse par ailleurs son nom à un théorème qui généralise le théorème de Pythagore pour un triangle quelconque et qui s'exprime aujourd'hui de la façon suivante :

Dans un triangle ABC de côtés de longueurs a , b , c : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Le dernier ouvrage d'Al khashi, **traité sur la corde et le sinus,** achevé après sa mort par Qadi Zada et al del Rumi (1364 ; 1436) présente en particulier le calcul de $\sin(1°)$ avec une grande précision pour en déduire le reste de la table à l'aide de relations connues. On y trouve aussi une étude par une méthode itérative d'une équation du troisième degré liée à la trisection de l'angle.

Par L'introduction des fractions décimales dont il explique le maniement 200 ans avant la Disme de Simon Stevin (1548 ; 1620) Al kashi atteindra une immense renommée et restera le dernier mathématicien perse à entrer dans l'histroire avant que le monde occidental ne prenne le relais.

• Côté pédagogique

Cette leçon est considérée comme l'une des applications de la géométrie analytique.

L'élève à ce niveau d'études, sait que la droite est un nombre infini de points alignés, et a déjà représenté des droites et demi-droite en traitant la notion de proportionnalité et de la fonction affine.

Cette leçon permet ainsi, d'élargir les connaissances mathématiques à propos d'une droite, et de l'élaborer en utilisant des coordonnées d'un point dans un repère.

Cela nécessite :

- De présenter une droite comme un ensemble de points $M(x;y)$ tels que : x et y vérifiant une relation de la forme $y = ax + b$ et la reliant avec la droite affine;
- Représenter une droite à partir d'une équation réduite;
- Etudier les positions relatives de deux droites du point de vue (parallélisme et perpendicularité).

Ce chapitre est une référence et une opportunité aux élèves pour élargir le domaine d'application de la géométrie analytique en la reliant avec différentes notions.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- Pour cette leçon, si le matériel nécessaire pour visualiser les vidéos est disponible, l'enseignant(e) commence la séance par exposer la vidéo pour conjecturer, sinon les élèves peuvent regarder les vidéos en question chez eux (elles), à l'avance, ensuite aborder les activités du manuel.

• **Traitement:**

Activité 1 : Droite parallèle à l'axe des abscisses	
Objectif	Connaître l'équation réduite d'une droite parallèle à l'une des abscisses.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	2) a)- On montre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI}$ (en utilisant les coordonnées) - On déduit que $(AB) /\!/ (OI)$ puis (AB) parallèle à l'axe des abscisses b) Construction c) Les points A , B , C , E et F sont alignés (sont des points de (D) 3) M appartient à la droite (D) signifie que $y = 2$.
Activité 2 : Équation réduite d'une droite non parallèle aux axes du repère	
Objectif	Connaître l'équation réduite et le coefficient directeur d'une droite.
Type de travail	Collectif (lecture graphique : figure au tableau)
Solution proposée	1) Lecture des coordonnées des points A , B et C. 2) Vérifier les égalités (en utilisant les coordonnées) 3) Considérer le point H projeté orthogonal du point M sur la droite D. On a : $\tan(\widehat{BAD}) = \frac{BD}{AD} = \frac{MH}{AH}$ donc : $\frac{6-1}{4-0} = \frac{y_M - y_H}{x_H - x_A}$ d'où : $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{5}{4}$ (car $y_H = y_A$ et $x_H = x_M = x$ (On pourra utiliser le théorème de thalès dans le triangle ABD) b) Utiliser le produit en croix à l'égalité précédente.
Activité 3 : Droites parallèles	
Objectif	Déterminer la condition sur les coefficients directeurs de deux droites parallèles.
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) a) Les coordonnées des points A et B vérifient l'équation réduite de (Δ). b) Même raisonnement. 2) $ABCD$ est un parallélogramme signifie que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ l'égalité des coordonnées entraine $a = a'$ 3) $(\Delta) /\!/ (\Delta')$ si et seulement si $a = a'$

Exercice 3:

1) (D) : $y = 2x + 1$ et $A(1;k)$

donc $k = 2 \times 1 + 1$ c'est-à-dire $k = 3$

2) (D) : $y = x - k$ et $A(0;1)$

donc : $1 = 0 - k$ c'est-à-dire : $k = -1$

3) (D) : $y = kx + 2$ et $A(-1;1)$

donc $1 = -k + 2$ c'est-à-dire : $k = 1$

4) (D) : $y = k$ et $A(2;3)$

donc : $y = 3$ c'est-à-dire $k = 3$

Exercice 9:

1) (D) : $y = 3x + 1$; $A(0;-1)$

donc $A \notin (D)$

2) (D) : $y = -3x + 2$; $A(1;-1)$

$-3x_A + 2 = -3 \times 1 + 2 = -1 = y_A$

donc : $A \in (D)$

3) (D) : $y = \frac{1}{2}x - 1$; $A(-2;-2)$

$\frac{1}{2}x_A - 1 = \frac{1}{2}(-2) - 1 = -2 = y_A$

donc: $A \in (D)$

4) (D) : $y = x + 1$; $A(0;-1)$

$x_A + 1 = 0 + 1 = 1 + y_A$

donc: $A \notin (D)$

Exercice 12:

1) (D) : $y = 5x - 1$

et $(\Delta) : y = \frac{m}{5}x + 3$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que : $5 \times \frac{m}{5} = -1$

signifie que : $m = -1$

2) (D) : $y = (1-m)x$;

(Δ): $y = \frac{1}{2}x + 7$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que:

$(1-m) \times \frac{1}{2} = -1$

signifie que : $1 - m = -2$

signifie que : $m = 3$

3) (D): $y = -\frac{3}{5}x$; (Δ): $y = mx + 2$

$(D) \perp (\Delta)$ signifie que : $-\frac{3}{5}m = -1$

signifie que : $m = \frac{5}{3}$

Exercice 13:

1) a) Le coefficient directeur de la droite (D) est : 2

et le coefficient directeur de la droite (AB) est : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-5}{5} = -1$

Puisque les deux coefficients directeurs de (D) et (Δ) sont différents alors (D) et (AB) ne sont pas parallèles

par suite (D) et (Δ) sont sécantes.

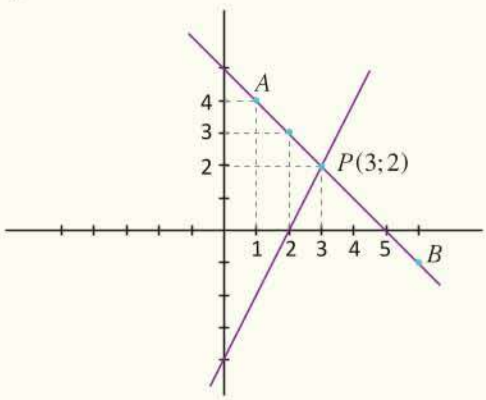
b) Le coefficient directeur de la droite (AB) est -1

Donc l'équation réduite de (AB) s'écrit : $y = -x + b$

On a : $A(1;4) \in (AB)$ signifie que : $4 = -1 + b$ c'est-à-dire $b = 5$

Donc : (AB): $y = -x + 5$

2)



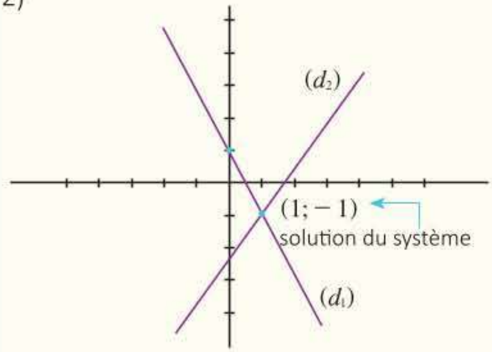
Exercice 15:

1) $2x + y = 1$ signifie que : $y = -2x + 1$

$3x - 2y = 5$ signifie que : $2y = 3x - 5$

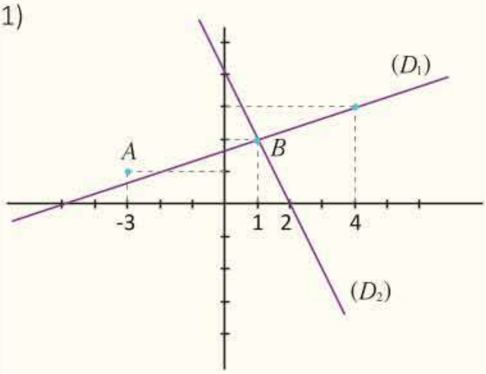
signifie que : $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

2)



Exercice 20:

1)



2) (D_1) $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ $A(-3;1)$; $B(1;2)$

$\frac{1}{3}x_1 + \frac{5}{3} = \frac{-3}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} \neq y_A$ donc: $A \not\subset (D_1)$

$\frac{1}{3}x_B + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 = y_B$

donc: $B \in (D_1)$

5) Equation réduite de la droite (AB) :

Le coefficient directeur de la droite (AB) est $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$

Donc : $y = \frac{1}{4}x + b$

On a : $A(3; -1) \in (AB)$ signifie que :

$1 = -\frac{3}{4} + b$

signifie que : $b = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$,

donc : $(AB) : y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

4) (D_2) et (AB) ne sont pas parallèles car leurs coefficients directeurs sont différents $\left(\frac{1}{4} \neq -2\right)$*

5)- Méthode (1) : A partir de la figure de la question 1)

- Méthode (2) : Par le calcul

On a : $(D_1) : y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

et $\frac{1}{3}x_B + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2 = y_B$

donc: $B \in (D_1)$

et $(D_2) : y = -2x + 4$

et $-2x_B + 4 = -2 + 4 = 2 = y_B$

donc $B \in (D_1)$

D'où : $B(1;2)$ est le point d'intersection de (D_1) et (D_2)

Exercice 26:

1) c) Equation réduite de la droite (AC)

- Le coefficient directeur de (AC) est :

$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{8-(-4)}{6-2} = 3$

- L'équation réduite de (AC) s'écrit :

$y = 3x + b$

On a : $A(2; -4) \in (AC)$ signifie que

$-4 = 6 + b$

signifie que $b = -10$

Donc : $(AC) : y = 3x - 10$

b) On a : $3x_B - 10 = 12 - 10 = -2$

et $y_B = -3$

donc : $B \notin (AC)$ d'où les points A , B et C , ne sont pas alignés.

2) a) Équation réduite de (D)

Les droites (AC) et (D) ont le même coefficient directeur donc l'équation réduite de (D) s'écrit sous la forme : $y = 3x + b$

On a : $B(4; -3) \in (D)$ signifie que :

$-3 = 12 + b$

signifie que : $b = -15$

Donc : $(D) : y = 3x - 15$

b) Equation réduite de (Δ) :

Les droites (AC) et (Δ) sont perpendiculaires donc le coefficient directeur a de (Δ) vérifie : $a \times 3 = -1$

d'où : $a = -\frac{1}{3}$

L'équation réduite de (Δ) s'écrit :

$y = -\frac{1}{3}x + b$

On a : $B(4; -3) \in (\Delta)$ signifie que :

$-3 = -\frac{4}{3} + b$

signifie que : $b = -\frac{5}{3}$

Donc : (Δ): $y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

Exercice 28:

1) a) $\begin{cases} x_B - x_A = 5 - 2 = 3 \\ y_B - y_A = 6 - 3 = 3 \end{cases}$

donc : $\overrightarrow{AB}(3;3)$

et $\begin{cases} x_C - x_D = 7 - 4 = 3 \\ y_C - y_D = 4 - 1 = 3 \end{cases}$

donc : $\overrightarrow{DC}(3;3)$

D'où : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

b) $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

c) on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme et $AC = BD$ donc $ABCD$ est un rectangle.

2) Equation réduite de (AB)

Le coefficient directeur de (AB) est :

$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-3}{5-2} = 1$

Donc l'équation réduite de (AB) s'écrit :

$y = x + b$

On a : $A(2,3) \in (AB)$ signifie que :

$3 = 2 + b$

signifie que : $b = 1$

Donc : (AB): $y = x + 1$

3) Équation réduite de (Δ)

L'équation réduite de (Δ) s'écrit :

$y = -x + b$

$E\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) \in (\Delta)$ signifie que :

$-\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + b$

signifie que : $b = -1$

Donc : $(\Delta) : y = x - 1$

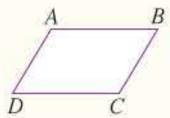
4) Intersection de (AB) avec l'axe des obscisses

$y = x + 1$ et $y = 0$ donc $x = -1$

Donc $F(-1;0)$ est le point d'intersection de (AB) avec l'axe des abscisses

Exercice 32:

1) $ABCD$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



On a : $\overrightarrow{AB}(3;3)$ et $\overrightarrow{DC}(-x_D; 3 - y_D)$

Donc : $3 = -x_D$ et $3 = 3 - y_D$

D'où : $x_D = -3$ et $y_D = 0$

c'est-à-dire : $D(-3;0)$

2) E centre du parallélogramme $ABCD$ signe que E est le milieu du segment $[AC]$ ou $[BD]$

donc : $E\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$

c'est-à-dire : $E(-1;1)$

3) A vérifier

4) Équation réduite de la droite (BC)

Le coefficient directeur de la droite (BC)

est : $a=\frac{1}{-1}=-1$

L'équation réduite de la droite (BC) s'écrit sous la forme : $y=-x+b$

$C(0,3)\in(BC)$ signifie que : $3=b$

donc : $(BC):y=-x+3$

5) Le coefficient directeur de la droite (AC) est 2

Le coefficient directeur de la droite (Δ) est $-\frac{1}{2}$

puisque : $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$ alors:

$(\Delta)\perp(AC)$

D'autre part on a :

$-\frac{1}{2}x_B+\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=\frac{4}{2}=2=y_B$

Donc: $B\in(\Delta)$

D'où (Δ) passe par le point B et orthogonale à la droite (AC) donc (Δ) est la hauteur du triangle ABC qui passe par le point B.

Exercice 36:

1) a) On a : $(D):y+2x-3=0$ donc $(D):y=-2x+3$

-2 est le coefficient directeur de la droite (D)

b) On a :

$-2x_A+3=-2\times1+3=1=y_A$ donc $A\in(D)$

2) (Δ) a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}\left(-2\times\left(\frac{1}{2}\right)=-1\right)$

Donc : $(\Delta):y=\frac{1}{2}x+b$

$B(2;3)\in(\Delta)$ signifie que :

$3=\frac{1}{2}\times2+b$

signifie que : $3=1+b$

donc : $b=2$

D'où : $(\Delta):y=\frac{1}{2}x+2$

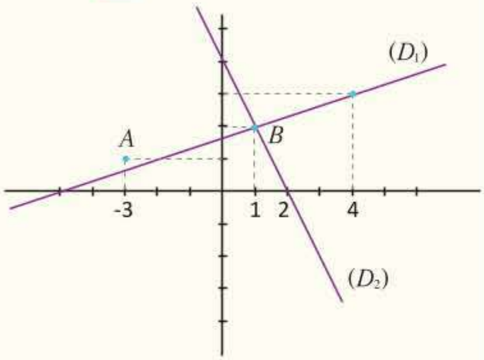
3) a) $a=\frac{y_C-y_E}{x_C-x_E}=\frac{1+2}{2-1}=3$ est la pente de (EC)

b) La pente de la droite (CF) est :

$a=\frac{y_F-y_C}{x_F-x_C}=\frac{-5-1}{0-2}=3$

donc $(CF)\mathbin{/\!/}(EC)$ d'où $(EC)=(CF)$ c'est-à-dire les points C, E et F sont alignés

Exercice 37:



2) Equation réduite de la droite (AB)

$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{1-3}{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}}=\frac{-2}{2}=-1$

Donc l'équation réduite de (AB) s'écrit sous la forme : $y=-x+b$

On a : $A\left(\frac{1}{2};3\right)\in(AB)$ signifie que : $3=-\frac{1}{2}+b$

signifie que : $b=3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

Donc : $(AB):y=-x+\frac{7}{2}$

3) La droite (Δ) a pour coefficient directeur 1, donc l'équation réduite de (Δ) s'écrit : $y=x+b$

$C\left(3;\frac{7}{2}\right)\in(\Delta)$ signifie que: $\frac{7}{2}=3+b$

signifie que : $b=\frac{7}{2}-3=\frac{1}{2}$

Donc : $(\Delta): y = x + \frac{1}{2}$

4) a) H est le milieu du segment $[AB]$ signifie que :

$\frac{x_A + x_B}{2} = x_H$ et $\frac{y_A + y_B}{2} = y_H$

c'est-à-dire: $\frac{\frac{1}{2} + \frac{5}{2}}{2} = x_H$ et $\frac{3+1}{2} = y_H$

c'est-à-dire : $\frac{3}{2} = x_H$ et $2 = y_H$ donc

$a = 2$

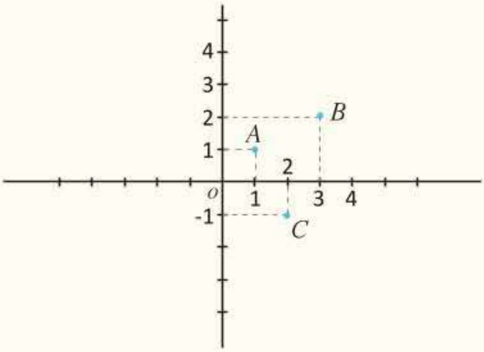
b) Montrons que $H \in (\Delta)$

On a : $x_H + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 = y_H$

donc: $H \in (\Delta)$

5)- D est le symétrique de C par rapport à H donc H est le milieu du segment $[DC]$ et puisque H est le milieu du segment $[DC]$ et puisque H est le milieu du segment $[AB]$ alors les diagonales du quadrilatère $ADBC$ ont le même milieu donc $ADBC$ est un parallélogramme.

Exercice 39:



2) On a : $H\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ donc : $H\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$

3) On a : $\overrightarrow{AB}(2;1)$ et $\overrightarrow{AC}(1;-2)$

Donc : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(3;-1)$ et on a : $\overrightarrow{AE}(x_E - 1; y_E - 1)$

d'où : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ signifie que :

$x_E - 1 = 3$ et $y_E - 1 = -1$

Donc : $E(4;0)$

4) Montrons que le triangle ABC est isocèle en A

On a : $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

et $AC = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$

donc : $AB = AC$ et par suite ABC est un triangle isocèle en A

5) Equation réduite de (BC)

On a : $a = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1-2}{2-3} = 3$

Donc : $(BC): y = 3x + b$

On a : $B(3;2) \in (BC)$ signifie que :

$2 = 9 + b$ donc : $b = -7$

D'où : $(BC): y = 3x - 7$

6) Equation réduite de la bissectrice de l'angle $B\widehat{A}C$

Puisque ABC est isocèle en A alors la droite (AH) est la bissectrice de l'angle $B\widehat{A}C$

$$a = \frac{y_H - y_A}{x_H - x_A} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{5}{2} - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

Donc : $(AH): y = -\frac{1}{3}x + b$

On a : $A \in (AH)$ signifie que :

$1 = -\frac{1}{3} + b$

signifie que : $b = \frac{4}{3}$

Donc : $(AH): y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

Exercice 41:

1) $I(1;0)$; $J(0;1)$: $\overrightarrow{BJ}(-3;1)$

2) a) $BJEA$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AE}$

On a : $AE(1-4; 4-3)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AE}(-3;1)$

donc : $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AE}$ d'où $BJEA$ est un parallélogramme

b) Le centre k du parallélogramme $BJEA$ est le milieu du segment $[BE]$ donc $k\left(\frac{x_B + x_E}{2} ; \frac{y_B + y_E}{2}\right)$

c'est-à-dire : $k(2;2)$

3)- Calculons les distances JE et JB

$JE = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ et

$JB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

donc $JE = JB$

- Déduction : $\begin{cases} BJEA \text{ est un parallélogramme} \\ JE = JB \end{cases}$

donc $BJEA$ est un losange

4) a) Équation réduite de la droite (JE)

Le coefficient directeur est :

$a = \frac{y_E - y_I}{x_E - x_J} = \frac{4-1}{1-0} = 3$

Donc : $(JE) : y = 3x + b$

On a: $J(0;1) \in (JE)$ signifie que: $b = 1$

D'où $(JE) : y = 3x + 1$

b) Vérification $(D) : y = -\frac{1}{3}x + 1$

-On a: $-\frac{1}{3}x_J + 1 = -\frac{1}{3} \times 0 + 1 = 1 = y_I$

donc $J \in (D)$

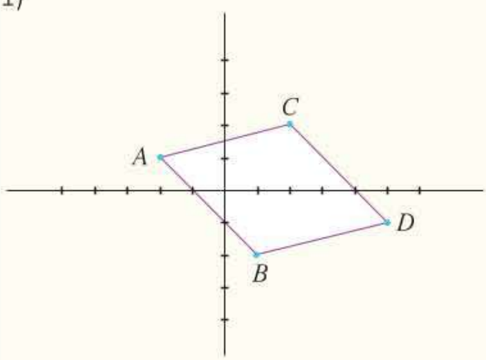
- On a :

$-\frac{1}{3}x_B + 1 = -\frac{1}{3} \times 3 + 1 = -1 + 1 = 0 = y_B$

donc: $B \in (D)$

Exercice 45:

1)



2) Calculons AC

$AC = \sqrt{4^2 + 1} = \sqrt{17}$

3) Coordonnées du point E milieu du segment $[AB]$

On a : $E\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ c'est-à-dire :

$E\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

4) a) Le coefficient directeur de la droite (AB) est :

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-1}{1+2} = -1$

L'équation réduite de (AB) s'écrit : $y = -x + b$

On a : $A(-2;1) \in (AB)$ signifie que : $1 = 2 + b$ c'est-à-dire : $b = -1$

Donc : $(AB) : y = -x - 1$

b) Équation réduite de la droite (Δ) médiatrice du segment $[AB]$

On a : (Δ) passe par le milieu E du segment $[AB]$ et orthogonale à (AB) donc son coefficient directeur est 1.

L'équation de (Δ) s'écrit : $y = x + b$

On a : $E\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right) \in (\Delta)$ signifie que :

$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + b$ c'est-à-dire : $b = 0$

donc : $(\Delta) : y = x$

5) a) Voir figure précédente

b) Equation réduite de (CD)

On a : $(CD) \parallel (AB)$ donc l'équation réduite de (CD) s'écrit : $y = -x + b$

On a : $C(2;2) \in (CD)$ signifie que : $2 = -2 + b$ c'est-à-dire $b = 4$

Donc : $(CD) : y = -x + 4$

Exercice 46:

1) Vérification :

On a : $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 3$ et $A(2;2)$

$-\frac{1}{2}x_A + 3 = -\frac{1}{2} \times 2 + 3 = -1 + 3 = 2 = y_B$

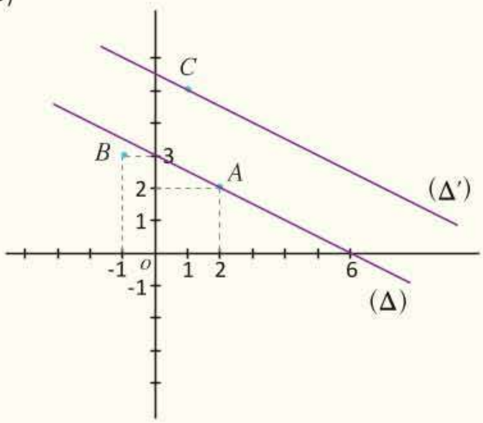
donc $A \in (\Delta)$

2) On a : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AB}(-3;1)$

et $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{10}$

3)



4) Le coefficient directeur de la droite (D) est 2 (car $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$)

L'équation réduite de la droite (D) s'écrit :

$y = 2x + b$

On a : $B(-1;3) \in (D)$ signifie que $3 = -2 + b$ c'est-à-dire $b = 5$

Donc : $(D): y = 2x + 5$

5) a) C est l'image du point A par la translation t qui transforme 0 au point B signifie que : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$

c'est-à-dire : $x_C - x_A = x_B$

et $y_C - y_A = y_B$

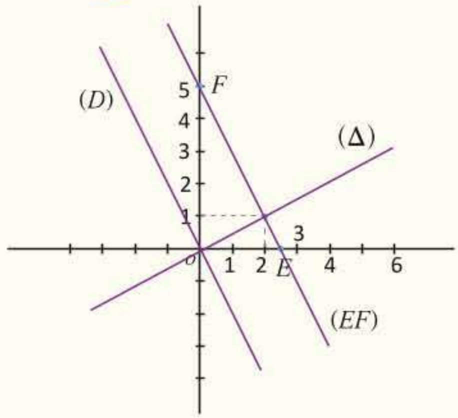
c'est-à-dire : $x_C = x_A + x_B = 1$

et $y_C = y_A + y_B = 5$

Donc : $C(1;5)$

b) L'image de la droite (Δ) par t est la droite (Δ') qui passe par C et parallèle à (Δ) (voir figure ci-dessus)

Exercice 49:



b) Equation réduite de la droite (EF)

On a : $-2x_E + 5 = -2 \times \frac{5}{2} + 5 = -5 + 5 = 0 = y_E$

et $-2x_F + 5 = -2 \times 0 + 5 = 5 = y_F$

donc les coordonnées des points E et F vérifient l'équation réduite $y = -2x + 5$

donc $y = -2x + 5$ est l'équation réduite de la droite (EF).

c) La droite (D) a pour coefficient directeur -2 car $(D) \,/\!/\, (EF)$ donc :

$(D): y = -2x + b$

et on a : $0 \in (D)$ signifie que $b = 0$

donc : $(D): y = -2x$

2) a) La droite (Δ) a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}$

(car $\frac{1}{2} \times (-2) = -1$) et passe par l'origine O donc : $(\Delta): y = \frac{1}{2}x$

b) H est le point d'intersection de (Δ) avec (EF)

On a : $y = \frac{1}{2}x$ et $y = -2x + 5$ donc :

$-2x+5=\frac{1}{2}x$

c'est-à-dire : $\frac{5}{2}x=5$ donc : $x=2$ et par suite : $y=1$

d'où : $H(2;1)$

3) voir figure ci-dessus

Exercice 50:

1) $A(1;2)\in(D)$ signifie que :

$$2=-\frac{2a+1}{b-3}-\frac{6}{b-3}=\frac{-2a-1-6}{b-3}$$

signifie que : $2=\frac{-2a-7}{b-3}$

signifie que : $2(b-3)=-2a-7$

signifie que : $2b-6=-2a-7$

signifie que : $a+b=-\frac{1}{2}$

2) $A(1;2)\in(D)$ signifie que :

$a+b=\frac{-1}{2}$ (d'après 2)

$B(-1;3)\in(D)$ signifie que :

$$3=\frac{2a+1}{b-3}-\frac{6}{b-3}$$

signifie que : $3=\frac{2a-5}{b-3}$

signifie que : $3(b-3)=2a-5$

signifie que : $3b-2a=4$

Donc on doit résoudre le système :

$$\begin{cases}a+b=-\frac{1}{2}\\3b-2a=4\end{cases}$$

On a : $\begin{cases}a=-b-\frac{1}{2}\\3b-2(-b-\frac{1}{2})=4\end{cases}$

signifie que : $\begin{cases}a=-b-\frac{1}{2}\\b=\frac{3}{5}\end{cases}$

signifie que : $\begin{cases}a=-\frac{11}{10}\\b=\frac{3}{5}\end{cases}$

Donc : $(D):y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

Exercice 51:

• Pour (AB) :

On a : $x_A=x_B$ et $y_B\neq y_A$

Donc (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées et par suite (AB) n'a pas de coefficient directeur.

• De même pour la droite (CD)

• Pour (BC) :

Le coefficient directeur est

$$a=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{9-5}{5-2}=\frac{4}{3}$$

• Pour (AD) :

Le coefficient directeur est :

$$a=\frac{y_D-y_A}{x_D-x_A}=\frac{4-0}{5-2}=\frac{4}{3}$$

b) Déduction :

- On a : (AB) et (CD) sont toutes les deux parallèles à l'axe des ordonnées donc : $(AB)\,/\!/\,(CD)$

- Les droites (BC) et (AD) ont le même coefficient directeur donc $(AD)\,/\!/\,(BC)$.

2) a)

- Pour (AC) : $\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{9}{3}=3$

- Pour (BD) : $\frac{y_D-y_B}{x_D-x_B}=\frac{-1}{3}$

b) On a : $3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

donc $(AC)\perp(BD)$

3) a)

$\begin{cases}\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{7}{2}\\\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{9}{2}\end{cases}$ donc $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$ sont les coordonnées du milieu du segment $[AC]$

$\begin{cases}\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{7}{2}\\\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{9}{2}\end{cases}$ donc $\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$ sont les coordonnées du milieu du segment $[BD]$

D'où : $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu $E\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$.

b) Figure

c)- On a : $\begin{cases}(AB) /\!/ (CD)\\(BC) /\!/ (AD)\end{cases}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme

- $ABCD$ est un parallélogramme
- $ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu donc c'est un parallélogramme.

2) On a : $(AC) \perp (BD)$

Donc : $ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires

D'où $ABCD$ est un losange

4) a) $(\Delta): y = -\frac{1}{3}x + b$

$C(5;9) \in (\Delta)$ signifie que : $b = \frac{32}{3}$

donc : $(\Delta): y = -\frac{1}{3}x + \frac{32}{3}$

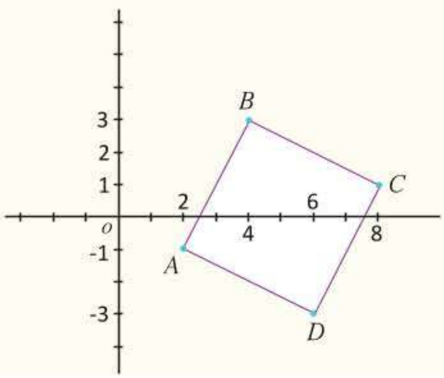
b) $(\Delta'): y = 3x + b$

$B(2,5) \in (\Delta')$ signifie que : $b = -1$

$(\Delta'): y = 3x - 1$

c) $H\left(\frac{7}{2};\frac{19}{2}\right)$ est le point d'intersection de (Δ) et (Δ')

Exercice 52:



2) a) $\overrightarrow{AB}(2,4)$ et $\overrightarrow{DC}(8 - x_D ; 1 - y_D)$

$ABCD$ est un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

signifie que : $2 = 8 - x_D$ et $4 = 1 - y_D$

signifie que : $x_D = 6$ et $y_D = -3$

Donc $D(6; -3)$

b) - Le coefficient directeur de la droite (AC) est : $\frac{1+1}{8-2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

- Le coefficient directeur de la droite (BD) est : $\frac{-3-3}{6-4} = \frac{-6}{2} = -3$

Puisque : $\frac{1}{3} \times (-3) = -1$ alors :

$(AC) \perp (BD)$

c) $ABCD$ est un parallélogramme tel que les diagonales sont orthogonales alors $ABCD$ est un losange.

d)- Vérifier que : $BA^2 + BC^2 = AC^2$

- Le triangle ABC est rectangle en B d'après la réciproque du théorème de Pythagore donc $ABCD$ est un losange qui a un angle droit alors c'est un carré.

15 Chapitre

FONCTIONS LINÉAIRES ET FONCTIONS AFFINES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître la fonction linéaire et sa représentation graphique; • Reconnaître la fonction affine et sa représentation graphique; • Détermination du coefficient d'une fonction linéaire; • Utiliser les fonctions affines et linéaires pour résoudre des problèmes
Pré-requis	• Repère dans un plan; • Équation d'une droite; • Proportionnalité; • L'écriture $f(a)$; • Coordonnées d'un point; • Translation- Vecteurs; • Équation; • Fonction linéaire.
Contenu	• Fonction linéaire; • Coefficient d'une fonction linéaire; • Représentation graphique d'une fonction linéaire; • Fonction affine; •Représentation graphique d'une fonction affine.
Prolongement	• Statistiques; • Géométrie analytique dans l'espace; • Géométrie analytique dans le plan; • Systèmes linéaires; • Fonctions numériques • Phyisique- chimie; • SVT.
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • logiciels.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Fonction linéaire • **Activité 2:** Fonction affine • **Activité 3:** Représentation graphique d'une fonction affine
	Cours • Fonction linéaire; • Coefficient d'une fonction linéaire; • Représentation graphique d'une fonction linéaire; • Fonction affine; • Représentation graphique d'une fonction affine.
	Pour comprendre • Détermination d'une fonction linéaire; • Fonction linéaire et pourcentage; • Fonction affine; • Détermination d'une fonction affine; • Représentation graphique d'une fonction affine.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2 • Exercice résolu 3
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Éléments d'histoire d'algèbre linéaire

L'algèbre linéaire a débouté avec les systèmes linéaires mais leurs résolutions dans le cas général devra attendre un siècle (durant la seconde moitié de XIX) .

Les systèmes d'équations linéaires avaient déjà interessé Leibniz (1646- 1716) et Maclaurin (1698- 1746) ; mais on doit au suisse Gabriel Gramer (1704-1752) la formule générale qu'il devine en 1750 mais qu'il ne démontre pas. La difficulté du problème est de voir comment se forme le signe $\pm$; Gramer l'explique clairement en le liant à la parité du nombre d'inverions.

Leibniz

Vandermonde (1735- 1796) définit la notion de déterminant (La place (1749-1827) introduit le développement suivant une ligne ou une colonne, mais c'est surtout Cauchy (1789-1857) qui étudie en détail les déterminants en 1812 ; démontra les formules de Gramer, trouva le déterminean d'un produit (Binet (1786-1856) l'avait trouvé aussi), calcula des déterminants dont celui dit de Cauchy et aussi celui dit de Vandermonde. C'est aussi à Cauchy que l'on doit le déterminant.

Cauchy

Jacobi (1804-1851) développa dans les années 1830 - 1840 l'utilisatin des déterminants en algèbre et en analyse et introduisit en 1829 le jocobien (nom donné) plus tard par Sylvester (1814-1897)

• Côté pétagogique:

Les élèves ont déjà étudié la fonction linéaire en la reliant avec la notion de proportionnalité, et dont la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

Ainsi, le professeur doit se focaliser davantage sur les tâches suivantes :

- Relier la fonction linéaire par une situation de proportionnalité ;
- Donner une importance à la signification mathématique algébrique et géométrique

du coefficient d'une fonction linéaire ;

- Etablir la relation entre la proportionnalité et la propriété de Thalès dans des situations choisies.

- Connaître les différentes écritures et terminologies :

$x \longrightarrow ax + b$; $y = f(x)$ et $f(x) = ax + b$ et leur signification mathématique.

- Connaître l'image et l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine;

- Connaître et utiliser les fonctions linéaires et affines en utilisant des situations géométriques;

- Utiliser des situations à partir de la vie courante en la reliant avec les fonctions linéaires et/ou affines.

Partie 2: Gestion des activités

- **Déroulement:**

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

- **Traitement:**

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Fonction linéaire</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître la fonction linéaire et sa représentation graphique</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1)
<table>
<tr><td>Points de la droite (D)</td><td>O</td><td>A</td><td>C</td><td>B</td></tr>
<tr><td>Abscisse</td><td>0</td><td>1</td><td>-1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ordonnée</td><td>0</td><td>2</td><td>-2</td><td>4</td></tr>
</table>
2) Le coefficient de g est : 2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 2 : Fonction affine</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Reconnaître une fonction affine</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>En binôme</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) a) Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité $\frac{f(1)}{1} \neq \frac{f(4)}{4}$
L'aire de la partie colorée en rouge
l'aire du triangle rectangle AED plus l'aire du rectangle de sommets A ; D et M ...
donc : $f(x) = \frac{ED \times AD}{2} + AD \times DM = \frac{3 \times 2}{2} + 2.x = 3 + 2x$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Activité 3 : Représentation graphique d'une fonction affine</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Déterminer la représentation graphique d'une fonction affine</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel ou en binôme.</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) b) L'équation de (Δ) est : $y = 2x + 3$
l'ordonnée à l'origine est 3 et la droite (Δ) est parallèle à (D)
donc, (D) et (Δ) ont le même coefficient directeur.
2) a) $k \in (\Delta)$ et $L \in (\Delta)$; l'affirmation de Hicham est vraie.
b) On vérifie que : $\frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{f(2020)-f(2019)}{2020-2019}$
$= 2$</td></tr>
</table>

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

1)

Masse en kg	1	0,5	1,7	0,75
Prix en dh	70	35	119	52,5

2) $p(x) = 70x$

Exercice 4:

a) Non

b) Non

Exercice 5:

1) $f(x) = \frac{50}{100}x = \frac{1}{2}x$

2) $f(x) = x - \frac{13}{100}x = \frac{87}{100}x$

3) $f(x) = x + \frac{30}{100}x = \frac{13}{10}x = 1,3x$

Exercice 9:

$f(40) = 0,2 \times 40 = 8$

$f(8) = 0,2 \times 8 = 1,6$

Nada a raison

Exercice 14:

1) $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$

2) $f(x) = 3x + 4$

3) $f(x) = 2x + 1$

Exercice 16:

2) A n'appartient pas à la courbe de f ; mais B et C appartiennent à la courbe de f.

Exercice 18:

x	-4	1	-2	4	0	-1
$f(x)$	-9	1	-5	7	-1	-3

Exercice 23:

$$f(x) = x \times 0,7 + x$$
$$= 1,7x$$

Exercice 25:

2) a) $2x + 2 = -3x + 1$

donc : $x = -\frac{1}{5}$

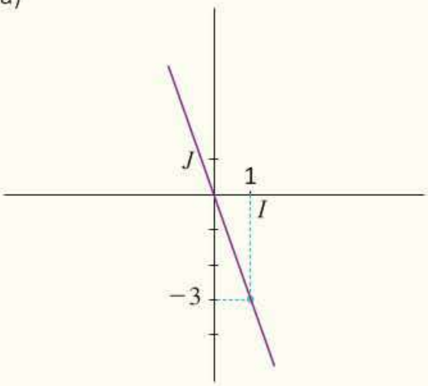
b) La solution de l'équation (E) et l'abscisse du point d'intersection de (D_1) et (D_2)

Exercice 30:

1) $f(x) = -3x$

Hiba a raison

2) a)



b) Son abscisse est $-\frac{20}{3}$

16
Chapitre

STATISTIQUES

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître les paramètres de position d'une série statistique; • Distinguer la moyenne de la médiane d'une série statistique, et l'utiliser dans l'interprétation d'une étude statistique; • Reconnaître la notion de dispersion en comparant deux tableaux ou deux représentations de deux séries statistiques.
Pré-requis	• Population statistique • Caractère; valeurs prises par un caractère; • Effectifs et effectifs cumulés; • Fréquences et fréquences cumulées; • Représentation graphique; - diagramme circulaire et semi-circulaire - histogramme • Moyennes; • Pourcentage.
Contenu	• Moyenne pondérée d'une série statistique; • Médiane d'une série statistique; • Notion de dispersion (Comparaison de deux séries statistiques); • Mode d'une série statistique.
Prolongement	• Statistique (lycée): Variance; écart type...; • Histoire - géographie; • SVT
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • Logiciels; • Tableurs (excel...).

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Moyenne pondérée • **Activité 2:** Médiane d'une série statistique
	Cours • Moyenne pondérée d'une série statistique : • Médiane d'une série statistique : • Notion de dispersion (Comparaison de deux séries statistiques) • Mode d'une série statistique :
	Pour comprendre • Moyenne pondérée d'une série statistique; • Moyenne d'une série statistique avec des classes.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogique - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Aperçu Historique :

Le mot «statistique» désigne à la fois un ensemble de données et le fait de les recueillir, de les mettre en forme, de les interpréter et de les exploiter. Le mot lui même aurait été forgé par Achnewall «XVIII» (18 siècle), professeur Allemand à Götingen : Staarkunde - connaissance de l'état.

Le recueil de données permettant de connaître la situation des états remonte en effet à la plus haute antiquité. Il est impossible d'imaginer l'administration des grandes empires (Chinois, Summérien, Egyptien...) sans statistiques.

On peut citer L'emepereur Chinois YAS organisant un recensement des productions agricoles (2238 A.J.C) ou le pharaon Amasis éditant la peine de mort contre ceux qui refusaient de s'inscrire au recensement.

Les recensements de productions et de population resteront purement descriptifs jusqu'au XVIII siècle, bien que l'on fit déjà «parler les chiffres». En Egypte, le niveau de la crue du Nil, indice de fertilité serait à fixer le montant des impôts de l'année.

Au XVIII siècle, les recensements démographiques ont servi de base à des tables de prévision démographique.

Adolphe quetelet est sûrement le premier à se rendre compte que la statistique pouvait être fondée sur le calcul des probabilités.

C'est autour de 1900 qu'apparaît la statistique Mathématique qui permet à partir de données observées, de tirer des conclusions sur les lois de probabilité.

• Côté pétagogique:

Cette leçon vise à consolider les connaissances des élèves concernant les statistiques, vues dans les niveaux précédents et la terminologie qui y est associée : (population, unité statistique, moyenne...) et à enrichir leurs connaissances par de nouveaux paramètres de position et de dispersion.

Il faut mettre en évidence la différence entre la moyenne arithmétique et la médiane, sachant qu'il existe d'autres types de moyennes (géométrique, quadratique, harmonique...)

Il est à noter que ce chapitre est une occasion d'utiliser les «TICE» (calculatrice, ordinateurs, et même des applications dans les android). Et il est possible modéliser des situations concrètes, et de donner plus envie de l'élève à participer et de faire des recherches.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

<table>
<tr><td colspan="2">Activité 1 : Moyenne pondérée</td></tr>
<tr><td>Objectif</td><td>Définir la moyenne arithmétique et la moyenne pondérée d'une série statistique</td></tr>
<tr><td>Type de travail</td><td>Individuel</td></tr>
<tr><td>Solution proposée</td><td>1) $N = 11 =$ nombre total de valeurs
2) $m = \frac{2+3+5+2+2+4+5+2+4+3+4}{11} = \frac{36}{11} \simeq 3,27$
3) a)
<table><tr><td>Valeur</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Effectif</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>
b) $m = \frac{(2+2+2+2)+(3+3)+(4+4+4)+(5+5)}{11}$
$= \frac{(2\times 4)+(3\times 2)+(4\times 3)+(5\times 2)}{4+2+3+2}$
4) Pour calculer la moyenne statistique, on effectue le produit de chaque valeur par son effectif, puis on additionne les produits obtenus, puis on divise le résultat obtenu par l'effectif total</td></tr>
</table>

Activité 2 : Médiane d'une série statistique	
Objectif	Définir la médiane d'une série statistique
Type de travail	Individuel
Solution proposée	I) 1) $N = 11$ c'est un nombre impair 2) a) $\underbrace{2;2;2;3;3};\underset{\substack{\uparrow\\ n}}{4};\underbrace{6;7;7;10;11}$ b) $M = 4$ II) 1) $N = 10$ c'est un nombre pair 2) a) $\underbrace{1;1;2;4;5};\underbrace{7;8;9;9;10}$ b) Il n'existe aucune valeur M' de cette série qui partage cette série statistique en deux sous-groupes de même effectif c) Il y a 5 valeurs de cette série qui sont inférieures à $\frac{5+7}{2} = 6$ et il y a 5 autres valeurs de cette série qui sont supérieures à 6 on dit que ce nombre $\frac{5+7}{2} = 6$ est la médiane de cette série statistique

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

Pour S_1, la moyenne est : $5,375$

Pour S_2, la moyenne est :

$-\dfrac{3}{7} \simeq -0,43$

Pour S_3, la moyenne est : $1004,2$

Exercice 3:

1) Moyenne $= \dfrac{301}{50} = 6,02$ (calculer d'abord les centres des classes)

2) Moyenne $= \dfrac{113}{30} \simeq 3,77$

Exercice 4:

Pour S_1, la médiane est : 5

Pour S_2, la médiane est : 9

Pour S_3, la médiane est : 122

Exercice 7:

1)

Classe	$3 \leqslant m < 7$	$7 \leqslant m < 9$	$9 \leqslant m < 13$	$13 \leqslant m <$
Effectif	11	12	8	29
Eff .C.C	11	23	31	60

$N = 60$ (pair)

$\dfrac{N}{2} = 30$

La médiane se trouve dans la classe

$9 \leqslant m < 13$

Classe	$-9 \leqslant t < -7$	$-7 \leqslant t < -2$	$-2 \leqslant t < 5$	$5 \leqslant t < 17$
Effectif	5	4	2	6
Effectif cumulé	9	13	15	21

$N = 21$ (impair)

$\dfrac{N}{2} = 10,5$ donc la médiane se trouve dans la classe : $-7 \leqslant t < -2$

Exercice 8:

Pour S_1, le mode est : 4

Pour S_2, 1000 et 1200 sont les modes de cette série statistique

Pour S_3, le mode est : 6

Pour S_4, la classe modale est la classe $4 \leqslant t < 6$

Pour S_5, le mode est : 6

Pour S_6, la classe modale est la classe $5 \leqslant d < 9$

Exercice 10:

S_1 est moins dispersée

Exercice 13:

1) $\alpha = \dfrac{1}{5}$

2) a) $f = \dfrac{Effectif}{Effectif\ total}$

Donc : l'effectif de la valeur 1 est :

$40 \times \dfrac{7}{20} = 14$

b)

Valeur	1	2	3	4
Effectif	14	12	8	6
Eff .C	14	26	34	40

c) Le mode de cette série est : 1

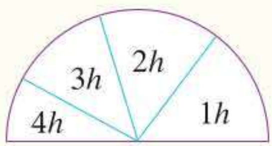
Interprétation : La majorité de ces jeunes se connectent $1h$ par jour

3) Moyenne $= 2,15$ soit $2h9\,\text{min}$

4) La médiane de cette série est : 2

5) oui puisque la médiane est : 2

6) Diagramme semi-circulaire



Exercice 14:

1) $28 \leqslant A < 36$ est la classe modale

2) âge moyen $= \dfrac{241}{6} \simeq 40ans$

3) a) On note C_k la k ième classe

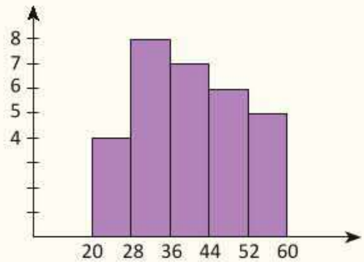
Classe	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Effectif cumulé	4	12	19	25	30

b) La médiane se trouve dans la classe C_3

c'est-à-dire : $36 \leqslant A < 44$

4) 40%

5) Histogramme



Exercice 15:

1) $4500 \leqslant S < 6000$ est la classe modale

2) $N = 128$ est le nombre total de salairiés dans cette entreprise

3) Le salaire moyen $\simeq 4722,66dh$

4) La fréquence de la classe $4500 \leqslant S < 6000$ est : $\dfrac{53}{122} \simeq 0,414$

5) Le salaire médian se trouve dans la classe : $4500 \leqslant S < 6000$

6) Vrai car la médian est inférieure strictement à 6000

7) Histogramme

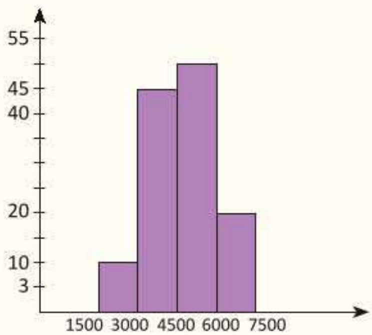
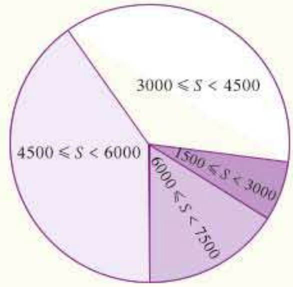


Diagramme circulaire



Exercice 16:

1) La classe modale de cette série statistique est la classe : $65 \leqslant n < 75$

2) Le nombre moyen de battements du Cœur par minute est la moyenne de cette série statistique soit : 72

3) La médiane de cette série statistique se trouve dans la classe : $65 \leqslant n < 75$

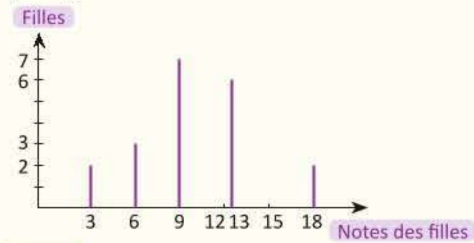
Exercice 17:

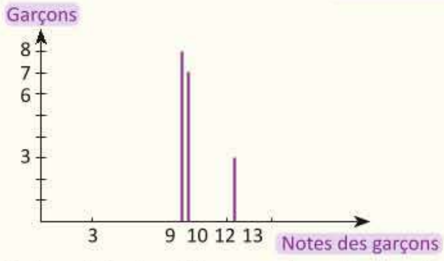
1) Le mode de la série des filles est la valeur 9 il en est de même pour la série des garçons

2)- La moyenne des notes des filles est : $10,05$

- La moyenne des notes des garçons est $\simeq 10,05$

3) Diagramme en bâtons





4) La série des filles est plus dispersée.

17 Chapitre

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Partie 1: Page de garde

Objectifs	• Reconnaître une droite orthogonale à un plan. • Reconnaître le parallélisme d'une droite et d'un plan. • Reconnaître l'agrandissement et la réduction. • Reconnaître l'effet d'agrandissement et de réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. • Utiliser le théorème de Thalès et de Pythagore pour le calcul des aires et des volumes.
Pré-requis	• Thalès; Pythagore; • Géométrie dans l'espace; • Calcul des périmètres, aires et volumes; • Echelle • Equation • Prisme droit; solide de révolution • Patron de quelques solides • Position relative de deux droites.
Contenu	• Droite orthogonale à un plan ; • Droite parallèle à un plan ; • Agrandissement et réduction.
Prolongement	• Géométrie analytique dans l'espace; • Calcul des volumes; • Applications de la géométrie dans l'espace en physique- chimie et autres (la vie courante) ...
Matériel didactique	• Calculatrice; • Compas; • Equerre; • Règle; • Logiciel.

Plan de la leçon	**JE TESTE MES PRÉ-REQUIS** • QCM; • Vrai ou Faux.
	Activités • **Activité 1:** Droite orthogonale à un plan • **Activité 2:** Droite parallèle à un plan • **Activité 3:** Agrandissement et réduction
	Cours • Droite orthogonale à un plan; • Droite parallèle à un plan; • Agrandissement et réduction.
	Pour comprendre • Droite orthogonale à un plan; • Droite parallèle à un plan; • Agrandissement et réduction.
	Exercices résolus • Exercice résolu 1 • Exercice résolu 2
	Exercices et problèmes • J'APPLIQUE • J'INTÈGRE • J'APPROFONDIS
	Maths et culture

Orientations pédagogiques - Repères didactiques

• Côté historique et / ou culturel

Géométrie dans l'espace

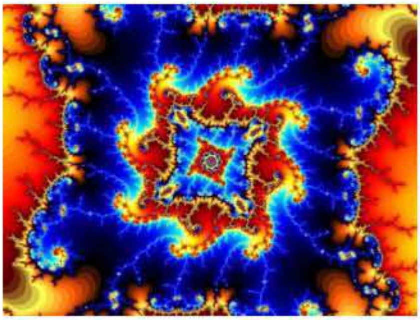
En mathématiques, la géométrie dans l'espace consiste à étudier les objets définis dans la géométrie plane dans un espace à trois dimensions et à y ajouter des objets qui ne sont pas contenus dans des plans: surfaces (plans et surfaces courbes) et volumes fermés. Il s'agit donc de la géométrie dans un espace à trois dimensions.

Trois dimensions ou trimensionnel ou 3D sont des expressions qui caractérisent l'espace qui nous entoure, tel que perçu par notre vision, en termes de largeur, hauteur et profondeur.

Le terme «3D» est également (et improprement) utilisé (surtout en anglais) pour désigner la représentation en images de synthèse (numérique), le relief des images stéréoscopiques ou autres images en relief.

Géométrie fractales:

Le mot «fractale» vient du latin «fractus» qui signifie «brisé». En effet, une fractale est un objet géométrique «infiniment morcelé» dont les détails sont observables à une échelle arbitrairement choisie.



En zoomant sur une partie de la figure, on peut retrouver toute la figure, on dit qu'elle est auto similaire.

Même si un certain nombre de choses était déjà connu, on attribue la découverte des fractales à un polytechnicien français, Benoît Mandelbrot (1924;2010).

Ses premières recherches datent de 1964 où il emploie le terme de self-similar lors d'une étude réalisée chez IBM. Mais c'est en 1975 qu'il expose ses travaux et donne le nom de «fractale» dans son ouvrage «Les objets fractales».

La manière la plus simple d'obtenir une fractale, c'est de la trouver dans la nature.

Certains végétaux comme la fougère ou le chou possèdent de splendides fractales qui n'ont pas attendu Mandelbrot pour exister.

Les nuages ou les montagnes sont aussi des exemples de fractales mais ceux-là ne présentent pas d'autosimilarité.

Avec deux miroirs mis face à face, vous pouvez aussi vous amuser à créer un objet fractal. Le miroir contient un miroir qui contient un miroir qui contient un miroir...

Quelques artistes nous offrent aussi de belles réalisations de fractales, comme M.C. Escher ou P.Raedschelders.

Cercle limite, M.C. Escher, 1960

Papillon, Raedschelders

En géométrie, la courbe de Koch (ou flacon de neige) est un exemple facile à construire pour les premiers rangs et qui permet de comprendre comment sont réalisés les objets fractales.

La transformation à appliquer est la suivante :

- partager un segment en trois,
- construire un triangle équilatéral qui repose sur le tiers central,
- effacer sa base.

Le flacon de neige s'obtient lorsque la figure initiale est un triangle équilatéral.

On applique la transformation décrite ci-dessus sur chaque côté du triangle. Puis on la répète sur tous les segments de la figure obtenue, puis on recommence et ainsi de suite...

• Côté pédagogique:

L'élève a appris à connaître, durant les niveaux d'étude précédents, les différents solides tant en termes de description, nomination, patrons... aussi bien que les propriétés géométriques qui les composent.

L'élève, a utilisé également différentes formules des volumes de ces solides, pour traiter certaines situations géométriques dans l'espace.

L'intégration de ce chapitre s'effectue dans le cadre de l'expansion des connaissances mathématiques de l'élève, dans le champ d'organisation et de mathématisation des situations mathématiques.

Le champ d'expansion se rapporte aux domaines suivants :

- Exploitation du théorème de Thalès, pour calculer les hauteurs, les longueurs et les largeurs de certains solides.

- Utilisation du théorème de Thalès dans le traitement des situations géométriques dans l'espace, pour mettre en évidence le parallélisme et les calculs des longueurs.

- Connaître l'agrandissement et la réduction des solides, et leurs traces sur les surfaces et les volumes.

Il est à signaler que la présentation et l'utilisation de ces notions s'effectuent en se basant sur des solides élémentaires tout en utilisant un matériel didactique adéquat.

Partie 2: Gestion des activités

• Déroulement:

- Commencer la séance par la vérification des pré-requis des élèves concernant la leçon, en traitant :

La page «Je teste mes pré-requis» du manuel et/ou des questions orales au besoin.

• Traitement:

Activité 1 : Droite orthogonale à un plan	
Objectif	Connaître la définition et la propriété concernant la droite orthogonale à un plan
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) a) $(AB) \perp (AD)$ car $ABCD$ est un rectangle $(AB) \perp (AE)$ car $ABFE$ est un rectangle b) (AD); (AH) et (AE) sont des droites incluses dans le plan (ADH) et passant par A 2) $(AB) \perp (AD)$ et $(AB) \perp (AE)$ et puisque (AD) et (AE) sont deux droites sécantes en A et incluses dans le plan (ADH), alors (AB) est orthogonale au plan (ADH), et puisque (AH) est incluse dans (ADH) et passe par A, alors $(AB) \perp (AH)$ 3) a) $(FG) \perp (CG)$ et $(FG) \perp (HG)$ et comme les droites (CG) et (HG) sont sécantes en G et incluses dans le plan (DCG), alors $(FG) \perp (DCG)$ b) $(FG) \perp (DCG)$ (DG) est incluse dans (DCG) et passe par G donc $(FG) \perp (DG)$. Le triangle FGD est donc rectangle en G

Activité 2 : Droite parallèle à un plan	
Objectif	Connaître la définition de droite parallèle à un plan
Type de travail	Individuel
Solution proposée	1) En utilisant le théorème Thalès dans les triangles SAB, SAD et SDC on obtient l'égalité des quotients demandés 2) Utiliser les égalités; précédentes et la transitivité 3) En utilisant les configurations de Thalès dans les triangles SAB, SAD et SDC on obtient: $\frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB} = k$, $\frac{SA'}{SA} = \frac{A'D'}{AD} = k$ et $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = k$ Donc : $A'B' = k.AB$; $A'D' = k.AD$; $SA' = k.SA$ et $SB' = k.SB$ 4) $ABCD$ est un rectangle, donc $\mathcal{A}_1 = AB \times AD$ $A'B'C'D'$ est aussi un rectangle, donc $\mathcal{A}_2 = A'B' \times A'D'$ Or: $A'B' = k.AB$ et $A'D' = k.AD$, donc $\mathcal{A}_2 = k^2 AB \times AD = k^2 . \mathcal{A}_1$ On a: $V_1 = \frac{1}{3}\mathcal{A}_1 \times h$ avec $h = SA$ et $V_2 = \frac{1}{3}\mathcal{A}_2 \times h'$ avec $h' = S'A'$ Or : $\mathcal{A}_2 = k^2 \cdot \mathcal{A}_1$ et $h' = k \cdot h$ Donc : $V_2 = \frac{1}{3}k^2 \cdot \mathcal{A}_1 \times k \times h = \frac{1}{3} \cdot k^3 \cdot \mathcal{A}_1 \times h = \frac{1}{3}k^3 V_1$

Partie 3: Corrigé ou indication des solutions des exercices

Exercice 1:

1) Prisme

$$A_L = (4\times 10)+(4\times 6)+(4\times 8)$$
$$= 4\times 24 = 96cm^2$$
$$A_T = A_L + 2A_B = 96 + 2\times\left(\frac{6\times 8}{2}\right)$$
$$= 144cm^2$$

Prisme 2

- $AB = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$
- $A_L = (8\times 3\sqrt{2})\times 2 + (6\times 8) = 48\sqrt{2}+48$
- $A_T = A_L + 2A_B = (48\sqrt{2}+48)+2\times\left(\frac{3\times 6}{2}\right)$
  $= 66+48\sqrt{2}cm^2$

2) Prisme 1

$$V_1 = \frac{1}{3}A_B\times h = \frac{1}{3}\times\left(\frac{6\times 3}{2}\right)\times 4$$
$$= 32cm^3$$

Prisme 2

$$V_2 = \frac{1}{3}.A_B\times h = \frac{1}{3}\times\left(\frac{6\times 3}{2}\right)\times 8$$
$$= 24cm^3$$

Exercice 2:

Pour le demi-cylindre :

$$A_T = (3\times 3)+\frac{1}{2}(2\pi\times 1,5)\times 3$$
$$= \left(9+\frac{9\pi}{2}\right)cm^2$$
$$V = \frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times 3 = \frac{27\pi}{8}cm^3$$
$$\simeq 10,6cm^3$$

Pour le prisme

$$A_T = [(EF\times BE)+(CF\times DF)+(AB\times AD)]+2\times A_{ABC}$$
$$= 13,75+(2\times 1,5) = 16,75cm^2$$

Exercice 3:

Il suffit de calculer le volume total de ce solide en litre :

$$V = V_1+V_2 = (\pi\times 4\times 5)+(\pi\times 1\times 3)$$
$$= 72,22cm^3$$
$$V = 72,22\times 10^{-3}\ell = 0,0722\ell$$

or $V < \frac{1}{4}\ell$ donc ce solide ne peut pas contenir $\frac{1}{4}\ell$

Exercice 5:

$x = 1cm$

Exercice 6:

1) a) $(EF)\perp(FB)$ et $(EF)\perp(FG)$.
Les droites (FB) et (FG) sont sécantes et incluses dans le plan (BFG) donc $(EF)\perp(EFG)$

b) $\begin{cases}(EF)\perp(BFG)\\(NF)\text{ est incluse dans }(AFG)\text{ et passe par }F\end{cases}$

Donc $(EF)\perp(NF)$

2) a) $(HD)\perp(DA)$ et $(HD)\perp(DC)$.
Les droites (DC) et (DA) sont sécantes et incluses dans (ABC), donc : $(HB)\perp(ABC)$

b) (MD) est incluse dans (ABC) et passe par D
or $(HD)\perp(ABC)$, donc $(HD)\perp(MD)$
de même $(HD)\perp(BD)$

3) $(DC)\perp(ADH)$ et (PD) incluse dans (ADH) et passe par D, donc $(PD)\perp(DC)$

4) ABN est un triangle rectangle en B car $(AB)\perp(FBC)$ et (BN) est incluse dans (FBC) et passe par B.

Exercice 10:

1) $(EG)\,//\,(AC)$ et (AC) est incluse dans (ABC) donc $(EG)\,//\,(ABC)$.

2) $(HC) \,/\!/\, (EB)$ et (EB) est incluse dans (ABF), donc $(HC) \,/\!/\, (ABF)$.

3) $(FC) \,/\!/\, (ED)$ et (ED) est incluse dans (ADH), donc $(FC) \,/\!/\, (ADH)$.

4) Dans le triangle GDC, on a :

I milieu de $[CG]$ et J milieu de $[DG]$ donc $(IJ) \,/\!/\, (DC)$; or (DC) est incluse dans (ABC) ; donc $(JJ) \,/\!/\, (ABC)$.

5) On procède de la même façon pour montrer que :

$(KJ) \,/\!/\, (ABC)$; $(IK) \,/\!/\, (ABC)$ et $(IK) \,/\!/\, (EFG)$

Exercice 13:

1) $k = \dfrac{DB}{DI} = \dfrac{\sqrt{65}}{6}$

2) Le triangle IJK est de même nature que le triangle BCF, comme BCF est isocèle rectangle en B ; $(IJ) \,/\!/\, (CB)$, $(JK) \,/\!/\, (BF)$ et $(IK) \,/\!/\, (CF)$, donc :

Le triangle IJK est isocèle rectangle en I.

3) a) $IJ = \dfrac{1}{k}CB = \dfrac{6}{\sqrt{65}} \times 4 = \dfrac{24\sqrt{65}}{65}cm$

b) $A_{IJK} = \dfrac{IJ \times IK}{2} = \dfrac{1}{2}IJ^2$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{576}{65} = \dfrac{288}{65}.cm^2$

(car $IJ = IK$)

$A_{IJK} \simeq 4,43cm^2$

4) $V_{DIKJ} = \dfrac{1}{3}A_{IJK} \times DI \simeq 8,86cm^3$

3) $V_{DCFB} = k^3 V_{DIKJ} \simeq 21,5cm^3$

Exercice 14:

1) $FH = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

3) $(BF) \perp (EFG)$ et (FH) est incluse dans (EFG) et passe par F, donc $(BF) \perp (FH)$ et par suite le triangle BFH est rectangle en F.

3) $BH = \sqrt{5^2 + 117} = \sqrt{142} \simeq 11,92$

4) $EG = BH = \sqrt{142}$

5)

$\mathcal{A}_T = 2 \times (AE \times EH) + 2 \times (AB \times AE) + 2(AB \times AD)$

$= 258$

6) $V = FH \times EF \times AE = 270$

7) $(FG) \,/\!/\, (CBE)$ (car $(FG) \,/\!/\, (BC)$ et (BC) incluse dans le plan (BCE))

8) $V_{BFHG} = \dfrac{1}{3}A_{FHG} \times BF = 90$

Exercice 15:

1) $k = \dfrac{2}{5}$

2) a) $V_{EABCD} = \dfrac{1}{3}AB^2 \times AE = \dfrac{125}{3} \simeq 41,7cm^3$

b) $V_{EA'B'C'D'} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 V_{EABCD} = \dfrac{125}{81} \simeq 1,54cm^3$

3) $(BC) \perp (ABF)$ et (EB) est incluse dans (ABF) et passe par B, donc $(BC) \perp (EB)$

4) a)

$\mathcal{A}_{EABCD} = \mathcal{A}_{ABE} + \mathcal{A}_{EBC} + \mathcal{A}_{EBC} + \mathcal{A}_{EDC} + \mathcal{A}_{BAD} + \mathcal{A}_{ABCD}$

$= 50 + 25\sqrt{2}\,cm^2$

b) $A_{EA'B'C'D'} = k^2 A_{EABCD} = 8 + 4\sqrt{2}\,cm^2$

Exercice 16:

1) $V_{C_1} = \dfrac{1}{3}\pi \times 9 \times 2\sqrt{10} = 6\pi\sqrt{10} \simeq 59,6cm^3$

2) $k = \dfrac{SA}{SO} = \dfrac{2\sqrt{10} - 6}{2\sqrt{10}} = \dfrac{10 - 3\sqrt{10}}{10}$

$k \simeq 0,0513$

3) $V_{C_2} = k^3 V_{C_1} \simeq 0,00805cm^3$

4) a) $NA = k \times OM \simeq 0,0513 \times 3$

$= 0,1539cm$

$SN = \sqrt{NA^2 + SA^2} \simeq 0,3592\,cm$

b) Déduction de SM

$SM = \dfrac{1}{k}SN \simeq 7,002cm$

5) a) La lettre k correspond à la lettre S. H et P correspondent à la lettre M.

b) $HK = SM \simeq 7,002cm$

c) La Longueur de l'arc $\widehat{PH}$ est égale au périmètre de la base du cône :

$2\pi \times 3 = 6\pi \simeq 18,84cm$

d) $\begin{cases} 2 \times \pi \times 7,002 \longrightarrow 360^\circ \\ 6\pi \longrightarrow 360 - \alpha \end{cases}$

on en déduit $\alpha \simeq 205,8^\circ$

Exercice 19:

1) $ID = \frac{1}{2}DB = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,cm$

2) $(DH) \perp (ADC)$ et (DI) est incluse dans (ABC)

Donc $(DH) \perp (DI)$

3) Déduction :

$IH = \sqrt{DI^2 + DH^2} = 3\sqrt{6}\,cm$

4) $V_{IEFGH} = \frac{1}{3} A_{EFGH} \times h(h = IJ = AE = 6cm)$

$= 72cm^3$

3- $V_2 = k^3 V_{IEFGH} = 9000cm^3$

Donc $k^3 = \frac{9000}{72} = 125 = 5^3$ d'où

$k = 5$

Exercice 20:

1) $ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O , donc $D\widehat{C}E = \frac{360}{6} = 60^\circ$

$A\widehat{O}D = A\widehat{O}F + F\widehat{O}E + E\widehat{O}D$

$= 3 \times 60 = 180°$

de même $B\widehat{O}E = 180^\circ$, donc A est le symétrique de D par rapport à O .

B est le symétrique de D par rapport à O

Donc $(AB) \mathbin{/\!/} (ED)$, or (ED) est incluse dans le plan (SDE), donc $(AB) \mathbin{/\!/} (SDE)$

2) Le rapport de réduction est

$k = \frac{B'C'}{BC} = \frac{3}{8}$

3) $(SO) \perp (ABC)$ et (BE) est incluse dans (ABC)

Donc $(SO) \perp (BE)$; on montre de même que : $(SO) \perp (AD)$

4) $\mathcal{A}_{OAB} = \frac{AB \times h}{2} = 4008cm^2$

(Remarque : le triangle OAB est équilatéral)

(car : $h = \sqrt{40^2 + 20^2} = 20\sqrt{5}$)

5) a) $V_{ABCDEF} = \frac{1}{3}\mathcal{A}_{ABCDEF} \times h$

$= \frac{1}{3} \times (6 \times A_{OAB}) \times SO$

$h = \frac{SO'}{SO} = \frac{SO'}{SO' + 40}$

Donc : $SO' = \frac{40k}{1-k} = 24$

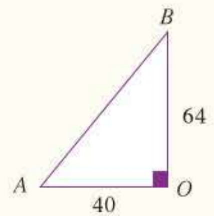
Donc $SO = 24 + 40 = 64$

D'où : $V_{SABCDEF} = \frac{25600\sqrt{5}}{3} \simeq 19081cm^2$

b) $V_{SA'C'D'E'F'} = k^3 V_{SABCDEF} = 450\sqrt{5}$

$\simeq 1006,23cm^3$

6) Il s'agit de calculer l'aire latérale du tronc de cette pyramide :



- $\mathcal{A}_{L_1}$ l'air de la grande pyramide $= 6 \times \mathcal{A}_{SAB}$
- $SA = \sqrt{40^2 + 64^2} = 8\sqrt{89}\ cm$
- La hauteur issue de S du triangle SAB est $h_1 = 4\sqrt{331}\,cm$

Donc : $\mathcal{A}_{SAB} = \frac{AB \times h_1}{2} \simeq 1455,5cm^2$

D'où $\mathcal{A}_{L_1} \simeq 8733cm^2$

- $\mathcal{A}_{L_2}$ l'aire latérale de la petite pyramide $= k^2 \times \mathcal{A}_{L1}$

Donc l'aire du tissu nécessaire pour l'abat-jour est :

$$\mathcal{A}_{L_1} - \mathcal{A}_{L_2} = \mathcal{A}_{L_1} - k^2\mathcal{A}_{L_1} = (1-k^2)\mathcal{A}_{L_1}$$
$$\simeq 7505cm^2$$

Exercice 23:

1) a) En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle ABS, on obtient :

$\dfrac{SE}{EF} = \dfrac{EF}{AB}$, donc $EF \times \dfrac{9}{4} = 2,25cm$

b) En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle APS, on obtient $SB = 15cm$

2) a) Le coefficient (ou le rapport) de réduction est : $k = \dfrac{1}{3}$

b) $V_{SEFGH} = k^3 V_{SABCD} = \dfrac{1}{27} \times 324 = 12cm^3$

5.2. Activités complémentaires

(interdisciplinarité ; jeux ; défis ; vie courante)

Exercice 1 :

Compléter chacun de ces énoncés pour qu'il soit vrai:

a- Si quadrilatère est un carré alors...

b- Si .... alors le nombre est impair.

c- Si .... alors ce triangle est équilatéral.

d- Quels que soient les nombres a, b et c si $a = b$ et $b = c$ alors ....

Exercice 2 :

Compléter les raisonnements :

a- Je sais que (d) est parallèle à (d') et que (d) est parallèle à (d'')

Si .... alors ....

Donc : (d) est parallèle à (d'').

b- Je sais que (AB) est parallèle à (CD) et (EF) est perpendiculaires à (AB).

Si .... alors ....

Donc .....

c- Je sais que (AB) est perpendiculaire à (XY) et (AB) est perpendiculaire à (TN).

Si .... alors ....

Donc .....

Exercice 3 :

Dans certains de ces raisonnements il y a des erreurs. Les repérer.

a- Je sais que (D) est perpendiculaire à $[MM']$.

Si une droite est perpendiculaire à un segment et passer par son milieu alors elle est médiatrice de ce segment.

Donc (D) est la médiatrice de $[MM']$.

b- Je sais que (AB) est parallèle à (CD) et que (EF) est perpendiculaire à (AB).

Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

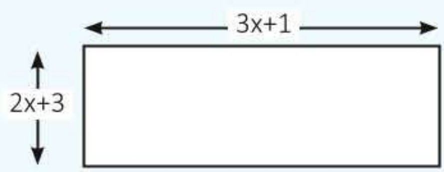
Donc (EF) est perpendiculaire à (CD).

Exercice 4 :

Prouver que le produit et la somme de deux nombres pairs est toujours pair.

Exercice 5 :

Prouver que si le périmètre de ce rectangle est égal à 28 alors ce rectangle est un carré.



Exercice 6 :

Comparer 2^{141} et 3^{94}

Exercice 7 :

Montrer que : $2^{64}-1=255(2^{8}+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$

Exercice 8 :

Montrer que : $\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}=2$

Exercice 9 :

Déterminer tous les entiers naturels n tel que le nombre $n^{2}+8n-56$

Soit un carré parfait

Exercice 10 :

Montrer que la somme de sept puissances consécutives du nombre est divisible par 5461

Exercice 11 :

Soit a, b et c trois réels positifs tels que : $0<a<b<c$

Montrer que si : $2b=a+c$; alors : $\dfrac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$

Exercice 12 :

Un chocolatier vient de fabriquer 2620 oeufs de Pâques et 2530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'oeufs et de poissons de façon à ce que :

- tous les paquets aient la même composition;
- après la mise en paquet, il ne reste ni oeufs, ni poissons.

a- Le chocolatier peut-il faire 19 paquets? Justifier la réponse.

b- Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet?

Exercice 13 :

On choisit un nombre au hasard auquel on ajoute 3. On élève au carré la somme obtenue.

Enfin on soustrait au résultat le carré du nombre choisi au départ. Montrer que le nombre obtenu est un multiple de 3.

Exercice 14 :

Dans un carré magique, en additionnant les nombres d'une ligne, d'une colonne ou d'une diagonale on obtient toujours le même nombre.

Recopier et compléter ce carré magique sans utiliser la calculatrice.

7,8	1,7	
	5,9	
		4

Exercice 15 :

En utilisant une seule fois au maximum chacun des nombres 5; 3; 8; 100; 1; 6 ainsi que les signes $+$, $-$ et $\times$, trouver -349.

Exercice 16 : Phénomènes naturels et SVT

Au foyer d'un séisme, plusieurs catégories d'ondes prennent naissance. Les plus rapides d'entre elles sont appelées ondes primaires. Près de la surface de la Terre, elles se déplacent à une vitesse constante de $6km/s$. Les plus lentes sont appelées ondes secondaires.

Les différences entre les temps d'arrivée de ces deux types d'ondes sont enregistrées dans des stations sismiques et permettent de calculer la distance entre ces stations et le foyer du séisme.

Plus cette différence de temps est petite, plus la station est proche du foyer du séisme.

Les stations sismiques de Moscou, Tunis et Paris sont enregistré les écarts de temps entre l'arrivée des deux sortes d'ondes lors d'un séisme.

Paris	Tunis	Moscou
3,1min	3min7s	202s

Quelle est la ville la plus proche du foyer du séisme? Justifier la réponse.

Exercice 17 :

Unités de températures utilisées en chimie :

Il existe différentes unités de mesure de la température. L'unité de mesure de la température dans le système international est le kelvin (K).

Cependant, dans la vie courante, on utilise le degré Celsius (°C) en France, et le degré Fahrenheit (°F) dans les pays anglo-saxons.

a- Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

Ecrire la relation donnant la température en °F (T_F) en fonction de la température en °C (T_C).

b- Pour passer du Kelvin aux degrés Celsius, on soustrait 273,15 au nombre de départ.

Ecrire la relation donnant la température en °C (T_C) en fonction de la température en

Kelvin (T_K).

c- Recopier et compléter le tableau.

Repères	T_K	T_C	T_F
Glace fondante		0	
Ebullition de l'eau à la pression atmosphérique normale		100	
Absence de mouvement à l'échelle microscopique (zéro absolu)	0		
Température moyenne du corps humain		37	
Température ambiante		20	
Température à la surface de Pluton	43		
Température souvent atteinte à Iakoutsk en Sibérie		-40	
Température relevée en Angleterre en août 2003			101
Température relevée à Moussoul en Irak le 24 Juillet 1911			0

Exercice 18:

Soit trois cercles $\mathscr{C}(O_1;r_1)$; $\mathscr{C}(O_2;r_2)$ et $\mathscr{C}(O_3;r_3)$ tangent à une droite (Δ) en un point M.

Montrer que les points O_1 ; O_2 et O_3 sont alignés.

Exercice 19:

Soit a ; b et c trois réels distincts et strictement positifs.

Montrer que : $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$

Exercice 20:

Calculer : $M = 1+2+3+4+...+9999+10000$

et $N = 2+4+6+8+...+9998+10000$

Exercice 21:

Soit n un entier naturel non nul.

Calculer : $P = 1+3+3^2+...+3^n$ en fonction de n.

6. Références

Bibliographie

Formation en didactique des sciences

• Arca, M. et Caravita, S.(1993). Le constructivisme ne résout pas tous les problèmes. In. Aster n°16. Modèles pédagogiques. Paris: INRP.

• Arénilla, L. Gossot, B. Rolland, M-C. et Roussel, M-P. (2004). Dictionnaire de pédagogique. Paris: Bordas.

• Arsac, G. (1987). L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. RDM vol. 8, N°3.

• Astolfi et al. (1978). Une pédagogique pour les sciences expérimentales, PUF.

• Astolfi, J-P. (Coordinateur). (1985). Procédures d'apprentissage en sciences expérimentales. Paris : INRP.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1989). La didactique des sciences. Paris : PUF.

• Astolfi, J-P. (1990). L'émergence de la didactique de la biologie, un itinéraire. In ASTER, n°11, informatique, regards didactiques. INRP.

• Astolfi, J-P. (1993). Placer les élèves en situation-problème. Probio-Revue, vol 16 n°4.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (1997). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. Collection pratiques pédagogiques. Paris-Bruxelles : De Boeck & Larcier s.a.

• Astolfi, J-P. Develay, M. (1998). La didactique des sciences. Que sais-je. 5ème édition. PUF.

• Astolfi, J-P. (1998). Comment les enfants apprennent les sciences. Retz.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.

• Astolfi, J-P. Darot, E. Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (2011). Mots-clefs de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies. De Boeck. 2ème édition.

• Bachelard, G. (1980). La formation de l'esprit scientifiques. Vrin. Paris.

• Bédard, D. et al. (2000). Les fondements de dispositifs pédagogiques visant à favoriser le transfert de connaissances: les perspectives de «l'apprentissage et de l'enseignement contextualisés authentiques». ResAcadeica. Vol. 18 (1 & 2).

• Benyamna, S. (1990). Tendances des recherches en didactiques des sciences physiques. In. Revue ATTADRISS. Spécial N°15. La didactique des sciences. Rabat : Faculté des sciences de l'éducation. Université Mohamed V.

• Bosman, C. & al. (2000). Quel avenir pour les compétences? Ed. De Boeck.

• Broussou, G. (1986). Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques. In. Recherches en Didactique des mathématiques. Vol 7. n°2. Editions la pensée Sauvage, Grenoble, 1986.

• Chemin, N. (2004). Les apports de la modélisation dans l'acquisition des connaissances en astronomie. IUFM Orléans-Tours.

• Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La pensée sauvage Editions.

• Coisne, S. (2004). Que valent les manuels scolaires? La recherche. In. L'actualité des sciences. N°378.

• Conseil supérieur de l'éducation, la formation et la recherche scientifique. (2015). Pour une écolde de l'équité, de la qualité et de la promotion. Vision stratégique de la réforme 2015-2030. Rabat. Royaume du Maroc.

• Closset, J.C. (1983). Le raisonnement séquentiel en électrocinétique. Thèse du 3ème cycle. Université de Paris VII.

• Coquin-Viennot, D.(1989). La notion de représentation-conception au service de l'enseignement d'un concept mathématique : exemple des nombres relatifs. Dans. La psychologie scientifique et ses applications. Sous la direction de Monteil, J-M. et al. Presse universitaire de Grenoble.

• Cornu, L. et Vergnioux, A. (1992). La didactique en question. Hachette 2ducation.

• Crahay, M. et Lafontaine, D. (édit) (1986). L'art et la science de l'enseignement. Editions Labor.

• De Montmollin, M. (1986). L'ergonomie. Eiditon la découverte.

• D'Hainaut, L. (1983). Des fins aux objectifs de l'éducation : un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultat attendus d'une formation. Bruxelles : Ed. Labor. 3ème édition.

• De Rosnay, J. (1975). Le mascoscope. Ed. Seuil.

• Desautel, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat.

• De Vecchi, G. et Giordan, A. (1994). L'enseignement scientifique, comment faire pour que ça marche. Z'éditions, Nice.

• De Vecchi, G. et Carmona-Magnaldi, N. (2007). Faire vivre de véritables situations-

Problèmes. Hachette Education.
• Develay, M. (1987). A propos de la transposition didactique en sciences biologiques. Aster, INRP. n°4.
• Develay, M. (1989). Sur la méthode expérimentale. Dans. Aster, n°8. Expérimenter, modéliser. Paris : INRP.
• Develay, M. (1992). De l'apprentissage à l'enseignement, pour une épistémologie scolaire. Collection pédagogiques. E.S.F éditeurs, Paris.
• Develay, M. (1994). Peut-on former les enseignants? Paris : ESF.
• Develay, M. (1995). De l'apprentissage à l'enseignement. Paris : ESF éditeur.
• Develay, M. (1997). Origines, malentendus et spécificités de la didactique. In: Revue française de pédagogique, volume 120, 1997. Penser la pédagogie.
• Dumas-Carre, A. (1987). La résolution du problème de physique au lycée. Thèse. Université Paris 7.
• Dumas-Carre, A. et Goffard, M. (1998). Objectivation des pratiques de tutelle d'un enseignant au cours de séances de résolution de problèmes en physique. In. Dumas Carré et Weil-Barais (Eds). Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique. Bern : Peter Lang.
• Elayech, N. (2010). Théories d'apprentissage. Université de Monastir. Thèse.
• Englebert-Lecomte, V., Fourez, G. et Mathy, Ph. (1998). Pourquoi former à l'épistémologie dans le secondaire? Le point sur la recherche en Education, 8, pp. 19-29.
• Ferry, G. (1987). Le trajet de la formation. Paris : Dunod, coll. Sciences de l'éducation.
• Fourastié, J. (1966). Les conditions de l'esprit scientifique. Paris, Gallimard.
• Fourez, G. (1996). La construction des sciences. De Boeck.
• Gagné, R.M. (1976). Les principes fondamentaux de l'apprentissage. Application à l'enseignement. Montréal: Les éditions HRW.
• Gagnon, J-C. (1974). La didactique d'une discipline. Université Lavel. Quebec. Cité par Desautels, J. et Trempe, P-L. (sans date). Qu'est-ce que la didactique? In. Textes de référence. Didactique en sciences expérimentales. CFPCPR-Rabat. (1981).
• Gaidoz, P. et Tiberghien, A. (2003). Un outil d'enseignement privilégiant la modélisation. BUP n°850. Paris. Janvier 2003.
• Gillet, P. sous la direction de). (1991). Construire la formation. Outils pour les enseignants et les formateurs. Paris : ESF éditeur.
• Giordan, A. (1978). Une pédagogie pour les sciences expérimentales. Le Centurion.

• Giordan, A. et Girault, Y. (1994). Les aspects qualitatifs de l'enseignement des sciences dans les pays francophones. UNESCO-IIPE.
• Gohau, G. (1992). Esprit déducatif versus esprit inducatif. Raisonner en sciences. Aster n°14. INRP.
• Goulet, J-P. (1994). A la recherche des fondements éducatifs d'une approche par compétences. Dans. Pédagogique collégiale, vol. 8, n°2, décembre 1994.
• Greimas, A-J. Courtès, J. (1994). Dictionnaire raisonné de la théorie du langage. Hachette.
• Hempel, C. (1972). Eléments d'épistémologie. Ed. Colin.
• Huberman, M. (Ed.). (1988). Assurer des apprentissages scolaires? Les propositions de la pédagogique de maîtrise. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
• Jacob, F. (1970). La logique du vivant. Ed. Gallimard.
• Jasmin, B. (1973). Problématique possible de la didactique. Textes de références. Didactique en sciences expérimentales-C.F.P.C.P.R. Rabat.
• Joshua, S. (1989). Le rapport à l'expérimental dans la physique de l'enseignement secondaire. Aster N°8 : Expérimenter, modéliser.
• Joshua, S. et Dupin, J-I. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. PUF. Paris.
• Jonnaert, P. (1988). Conflits et savoirs et didactique. De Boeck.
• Koyré A. (1973). Etudes d'histoire de la pensée scientifique. «Tel». Gallimard. Paris.
• Kuhn, T. (1983). La structure des révolutions scientifiques. Ed. Flammarion.
• Mager, R.F. (1974). Comment définir des objectifs pédagogiques. Paris : Gauthier-Villars.
• Martinand, J.-L. (1996). La didactique des sciences et de la technologie et la formation des enseignants. Notes d'actualité. Les cahiers du CeRF n°4. In : Recherche(s) et Formation des Enseignants. Sept. 96.
• Meirieu, Ph. (1988). Apprendre... oui mais comment». Editions ESF. Deuxième édition. au savoir. De Boeck.
• Thuillier, P. (1972). Jeux et enjeux de la science. Ed. Lafond.
• Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. Paris : Herman.
• Vuilleumier, B. (1985). La philosophie silencieuse dans la formation des enseignants. In. 7èmes journées internationales sur l'éducation scientifique. Chamonix.

Biblioweb

• https://www.mathsbook.fr

• https://www.maxicours.com

• https://www.mathovore.fr

• https://www.maths-et-tiques.fr

• https://www.maths-inter.ma

• Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivistes de l'enseignement des sciences basé sur l'investigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014.

URL: http://journals.openedition.org/trema/2817.

• Bardou, A. (2010). La démarche scientifique. Réflexions et propositions d'activités. In. https://animation.hepvs.ch/sciences-de-la-nature/.../ la_demarche_scientifique.pdf.

• Clerc, J-B. Minder, P. et Roduit, G. (2006). La transposition didactique. In. http://lyonelkaufmann.ch/histoire/MHS31Docs/Seance1/TranspositionDidactique.pdf.

• Driver, R. Asoko, H. Leach, J. Mortimer, E. et Scott, P. (1994). Constructing scientific knowledge in the classroom, Educational Researcher, 23 (7), 1994, p. 5-12. Cité par Bächtol, M. (2014). Les fondements constructivismes de l'enseignement des sciences basé sur l'inverstigation. Tréma (En ligne), 38/2012, mis en ligne le 01 décembre 2014. URL : http://journals.openedition.org/trema/2817.

• El Jamali, S. Mrabet, B-M. El Kouali, M. et Talbi, M. (2009). Quel est l'intérêt des enseignants marocains pour l'épistémologie et l'histoire des sciences? Revue internationale de pédagogique de l'enseignement supérieur (En ligne), 25-1/2009, mis en ligne le 17 avril 2009. URL : http://ripes.revues.org/72.

• Giordan, A. (1995). Les conceptions de l'apprenant comme tremplin pour l'apprentissage. In. http: www.andregiordan.com/articles/apprendre/conceptionapprenant.html

• Maarouf, A. (2010). La didactique des sciences: Genèse et évolution. (Traduit de l'arbre). Le blog d'éducation et de formation.

http://sfijdida.over-blog.com/article-61772718.html.

• Martinand, J-L. (2016). «Point de vue V - Didactique des sciences et techniques, didactique du curriculum», Education et didactique (En ligne), 8-1/2014, mis en ligne le

15 septembre 2016.

http://journals.openedition.org/educationdidactique/1886.

• Meirieu, P. (1997). L'école et les parents : la grande explication.

http://www.meirieu.com/LIVRESEPUISES/ecoleetparents.pdf.

• Riopel, M. (2013). Epistémologie et enseignement des sciences. In.

http://sites.google.com/site/epistemologieenseignement/

• Solé, A. Laroche, P. et Gungor/Niam, S. (2011). Jean Piaget. theorie de l'apprentissage. Le Constructivisme. Université de Paris Ouest Nanterre.

memorandum-ipfa13.wideo.com/documents/Piaget.doc

• Vergnaud, G. (1989). La formation des concepts scientifiques. Relire Vigotsky et débattre avec lui aujourd'hui. Percée. Enfance.volume 42, n°1. http://www.persee.fr/doc/enfan_0013-7545_1989_num_42_1_1885.

• Zouari, Y. (2016). Pédagogique et didactique à l'épreuve de la modernité. Questions Vives (En ligne), Vol. 4 n°13/2010, mis en ligne le 01 janvier 2011. http://questionsvives.revues.org/237.

Livres de Mathématiques

• Claude FElloneau, 3e les fichiers vuibert, Maths, Vuibert 2002.

• Joel Malaval et al, transmath 3e, Nathan 2012.

• J. Abderrahmane et, al mohite en mathématique, Sogeliv-Somadil, Edition 2005.

• Jacqueline borréni et al, Maths 3e, Magnard 2003.

• Francoise Van dieren, Maths Première - Manuel - De boeck. Bruxelles, 2011.

• Livret Maths 3e seconde - Partie B exercices.

• Marc Boullis et al, Myriade Mathématiques 3e, Bordas, 2012.

• Laure Brotreaud et al, Delta Maths 4e, Magnard, 2016.

• Gérard Bonnefond et al, Mathématiques 3e, hatier 1993.