Examen normalisé N° 13

Exercice 1

1. Calculer :

- $A = \left(5^{-1} + \sqrt{5^{-2}}\right)^{-2}$
- $B = \sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{75}$
- $C = \sqrt{18} \times \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{45}$

2. Rendre rationnelle le dénominateur des nombres :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ et } b = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}.$$

3. Calculer et réduire :

$$D = \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2$$

Puis déduire une simplification du nombre

$$E = \left(2\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\sqrt{14 + 4\sqrt{6}}$$

4. Donner l'écriture scientifique du nombre :

$$T = 0{,}00049$$

5. Factoriser :

$$S = (5x - 7)^2 - 16$$

Exercice 2

1. Comparer $2\sqrt{11}$ et $3\sqrt{5}$ puis déduire une comparaison de

$$\frac{1}{3\sqrt{5}} + 7 \text{ et } \frac{1}{2\sqrt{11}} + 7$$

2. x et y deux nombres réels tel que :

$$2 \leq x \leq 3$$

et

$$-5 \leq y \leq -2$$

2. Encadrer :

- $x + y$
- $x - y$
- xy
- y^2

3. c est un nombre réel tel que :

$$-1 \leq \frac{c-1}{3} \leq 1$$

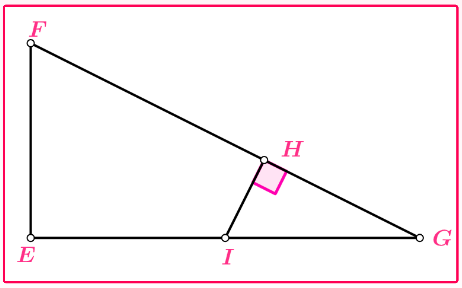
Donner un encadrement de c.

Exercice 3

EFG est un triangle tels que :

$$EF = 3,\ EG = 3\sqrt{3} \text{ et } FG = 6$$

1. Montrer que :EFG est un triangle rectangle en E.
2. Donner les formes trigonométriques de l'angle $\widehat{EGF}$.
3. Soit I un point de [EG] tel que :GI = 2, et H est la projection orthogonale du point I sur (FG). Calculer :IH.



Exercice 4

1. α est la mesure d'une angle aigu tel que : $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.

   Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

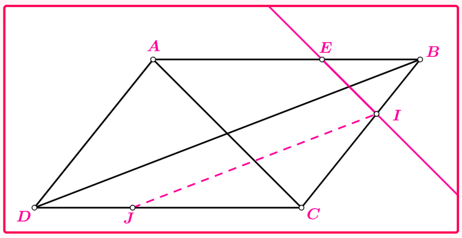
2. Calculer :$N = 6\sin^2 34° - \tan 37° \times \tan 53° + 6\sin^2 56°$.

Exercice 5

ABCD est un parallélogramme tel que :

$$BC = 5 \text{ et } AB = 7$$

- I est un point de [BC] tel que :$CI = 3$.
- J est un point de [DC] tel que :$CJ = 4{,}2$.



1. Montrer que :

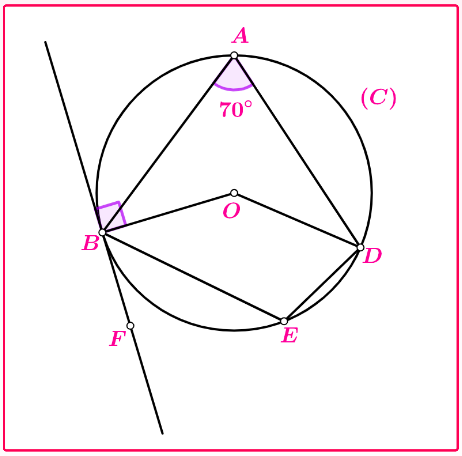
$$(BD)//(IJ)$$

2. On suppose que : $AC = 6$.

   La droite (EI) parallèle à (AC) qui passe par I et coupe [AB] en E.

   Calculer BE et EI.

Exercice 6



A,B,D et E trois points du cercle (C) de centre O tel que :

$$\widehat{BAD} = 70°$$

Calculer $\widehat{BOD}$,$\widehat{BED}$ et $\widehat{DBF}$ tel que : (OB) est orthogonale sur (BF).