Examen normalisé N° 9

Exercice 1

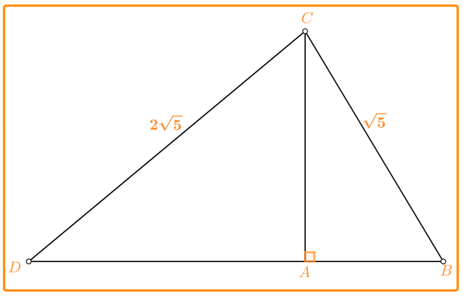
1. Calculer et réduire :
   - $A = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{16}$
   - $B = \dfrac{\left(\sqrt{3} \times 10^8\right)^2 \times 10^{-7}}{3 \times 10^5}$
   - $C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$
   - $D = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{50}$
2. Montrer que :
   - $\dfrac{9}{\sqrt{3}} + \dfrac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 3\sqrt{5}$
3. Factoriser ce qui suit :
   - $E = (3x + \sqrt{5})^2 - 5$
   - $F = 3x^2 - 10x\sqrt{3} + 25.$

Exercice 2

1. Comparer :$3\sqrt{2}$ et $\sqrt{19}$ puis déduire une comparaison des deux nombres : $\sqrt{5 - \sqrt{19}}$ et $\sqrt{5 - 3\sqrt{2}}.$
2. x et y deux nombres réels tel que :
$$0 \leq x \leq 2$$
et
$$-3 \leq y \leq -1$$
Ecadrer :
   - $x + y$
   - $y - x$
   - $x \times y^2$
3. On considère le nombre m tel que :
$$1 \leq \frac{m\sqrt{3} - 1}{2} \leq 4$$
Montrer que :
$$\sqrt{3} \leq m \leq 3\sqrt{3}$$

Exercice 3

1. On considère la figure ci-contre, tel que :
$$AB = 1,\ BC = \sqrt{5},\ CD = 2\sqrt{5} \text{ et } AD = 4$$
   a. Calculer AC.
   b. Montrer que : BDC est un triangle rectangle en C.
   c. Calculer $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ADC}$.



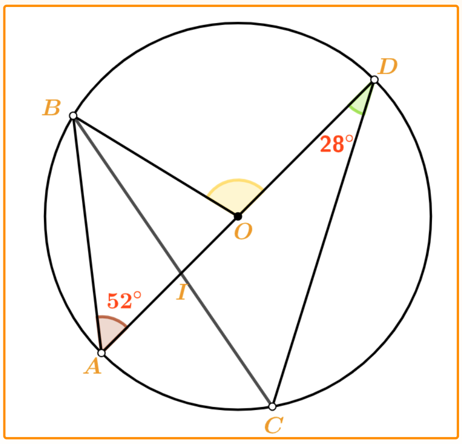
2. x est la mesure d'un angle aigu, Calculer $\cos x$ et $\tan x$ sachant que : $\sin x = \dfrac{2}{3}$.
3. Simplifier l'expression suivante :
$$M = \sqrt{2}\sin^2(11°) + \frac{\cos(68°)}{\sin(68°)} + \sqrt{2}\sin^2(79°) - \tan(22°).$$
4. t est la mesure d'un angle aigu, Simplifier ce qui suit :
$$N = 3 \times \cos^2 t \times \left(1 - 2\tan^2 t\right) - 9\cos^2 t.$$

Exercice 4

EFGH est un rectangle, tel que :EF $= \mathbf{10}$, EH $= \mathbf{4}$ et soit M un point de [EH] tel que : EM $= \mathbf{1}$.
La droite passant par M parallèle à (EF) et coupe [FH] en N.

1. Construire la figure.
2. Calculer MN.
3. Soit P un point de [EF] tel que :EP $= \mathbf{2{,}5}$.
   Montrer que :
   $$(MP)//(FH).$$

Exercice 5



On considère la figure ci-contre, tel que :

$$\widehat{BAD} = \mathbf{52^\circ} \text{ et } \widehat{ADC} = \mathbf{28^\circ}$$

1. Calculer la mesure de chacune des angles :$\widehat{ABC}$ et $\widehat{BOD}$,justifier votre répense.
2. Montrer que $\widehat{ABI}$ et $\widehat{ICD}$ sont identiques.
3. Déduire que :
   $$IB \times IC = IA \times ID$$