

Identités remarquables

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- ❖ Factoriser des expressions

telles que : $(x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$; $(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3)$

- ❖ Connaître et utiliser les égalités en deux sens:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 ; (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

La reconnaissance de la forme d'une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s'articuleront sur deux axes :

- utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ;
- utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes.

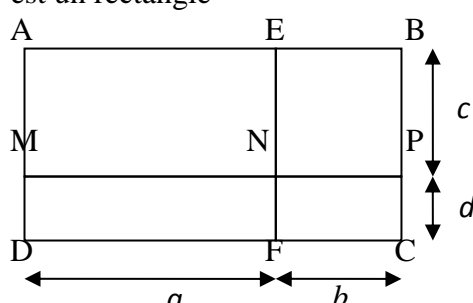
Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples ; en revanche, le travail sur la factorisation qui se poursuivra au lycée, ne vise à développer l'autonomie des élèves que dans des situations simples.

EXTENSIONS

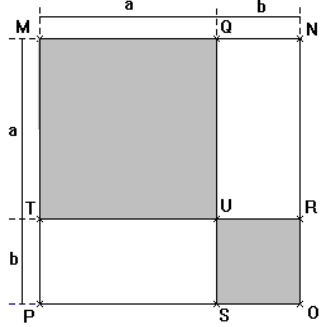
- Les équations et les inéquations et les systèmes
- Développement et factoriser des polynômes
- Résoudre les équations de 2 et 3 degrés

PRE-REQUIS

- Les 4 opérations sur les nombres rationnels
- Calcul littéral
- Développer et factoriser et simplifier des expressions algébriques
- Identités remarquables sur les rationnels
- Théorème de Pythagore

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
<p>Développe Et factorise une expression littérale</p>	<p><u>Activité 1 :</u></p> <p>1°) Développe et réduis</p> <p>a) $x(2x+1)$ b) $5x^2(x+7)$ c) $(3x+1)^2$ d) $(4x-3)^2$ e) $(5x-2)(2x+3)$ f) $2x^2(x^2+5x+9)-2x^2-15x$</p> <p>1°) factoriser :</p> <p>a=$15b-15c$ b=$10a+5c$ C=$-2x+2y+2$ d=$(3x+1)(5x+3)+(3x+1)(2x+2)$ e=$(7x-3)^2+(7x-3)(x+2)$ f=$(x-2)^2-3(x-2)$</p> <p><u>Activité 2 :</u></p> <p>ABCD est un rectangle</p>  <p>Calculer de 2 méthodes l'aire du rectangle ABCD et déduire que : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$</p>	<p>I. Développement:</p> <p><u>1-Définition :</u></p> <p>Développer un produit signifie le transformer en une somme algébrique .</p> <p><u>2-Propriétés</u></p> <p><u>Propriete1 :</u></p> <p>a , b et k sont des nombres réels.</p> <p>On a : $k(a+b) = ka + kb$; $k(a-b) = ka - kb$</p> <p>Exemples :</p> $3(5a+7) = 3 \times 5a + 3 \times 7 = 15a+21$ $\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) = \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5}^2 - \sqrt{5} = 5 - \sqrt{5}$ <p><u>Propriete2 :</u></p> <p>a , b , c et d sont des nombres réels.</p> <p>On a : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$</p> <p>Exemple :</p> $(3-a)(4a+2) = 3 \times 4a + 3 \times 2 - a \times 4a - a \times 2 = 12a+6-4a^2-2a = -4a^2+10a+6$	<p><u>Exercice 1 :</u></p> <p>Développer puis simplifier les expressions suivantes :</p> <p>a=$2(1-2x)+3(x-1)$ b=$(2x-6)(x+4)$ C=$7x(3x-5)+(3x-5)(x-1)$ d=$(8x^3-2x+1)(x+3)$ e=$(x+y+z)(x+y-z)$</p>

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
<p>Factoriser des expressions avec un facteur commun</p>		<p>II. Factorisation :</p> <p>❖ Définition :</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Factoriser une somme algébrique signifie la transformer en produit.</p> </div> <p>❖ Règle :</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>a , b et k sont des nombres réels.</p> <p>On a : $ka+kb=k(a+b)$;; $ka-kb=k(a-b)$</p> </div> <p>Exemples :</p> $4a^2 + 3a = 4 \times a \times a + 3 \times a = a(4a + 3)$ $(x + 7)(5 - 4x) - 2(5 - 4x) = (5 - 4x) \times (x + 7 - 2)$ $= (5 - 4x)(x + 5)$ $(x+3)^2+(x+4)(x+3)=(x+ 3)(x+3+x+4)=(x+ 3)(2x+7)$	<p>Exercice2 :</p> $a = 25x - 15$ $b = \frac{5}{7}x - \frac{3}{7}$ $c = (3x + 1)^2 - (3x + 1)(2x + 5)$ $d = 7x(2x - 9) - 11(9 - 2x)$ $e = 6x^2 + 12x + 6$ $f = xy - x - y + 1$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
<p>connaitre les identités remarquables</p>	<p><u>Activité 3</u> :</p>  <p>1) Calculer l'aire du carré MNPQ de deux façons différentes et déduire que :</p> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ <p>2) Déduire que :</p> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ <p>(on remarque que $a-b = a+(-b)$)</p>	<p>III. Identités remarquables</p> <p>❖ 1 -Carré d'une somme <u>Propriété</u> : a et b deux réels :</p> <p style="text-align: center;">Développement</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ <p style="text-align: center;">factorisation</p> <p><u>Exemples</u> :</p> $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$ $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$ $25x^2 + 20x + 4 = (5x + 2)^2$ <p>❖ 2-Carré d'une différence <u>Propriété</u> :</p> <p style="text-align: center;">Développement</p> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ <p style="text-align: center;">factorisation</p>	<p>Exercice3 :</p> <p>1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :</p> $A = (9x + 8)^2$ $B = (6 + 5x)^2$ <p>2)Factoriser :</p> $C = x^2 + 8x + 16$ $D = 49x^2 + 42x + 9 + x(7x + 3)$ <p>3) On considère $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$.</p> <p>a. Développer et réduire F. b. Factoriser F. c. Calculer F Pour $x = -\frac{2}{3}$.</p> <p>Exercice4 :</p> <p>1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :</p> $X = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2$ $Y = \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}\right)^2$ <p>2)Factoriser :</p> $Z = 9x^2 - 24x + 16$ $W = 25x^2 + 9 - 30x$

Activité 4 :

a et b deux nombres réels
développer et réduire : $(a-b)(a+b)$

Exemples :

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$$

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

❖ 3- Produit d'une somme par une différence

Propriété :

Développement

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

factorisation

Exemples :

$$(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$99 \times 101 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9\,999.$$

$$16x^2 - 9 = (4x + 3)(4x - 3)$$

$$(\sqrt{11} + \sqrt{7})(\sqrt{11} - \sqrt{7}) = \sqrt{11}^2 - \sqrt{7}^2 = 11 - 7 = 4$$

Exercice5 :

1. Développer
 $A(x) = (2x + 1)(2x - 1)$.
2. Calculer A(x) pour
 $x = \sqrt{5}$.
3. factoriser A(x)

Exercice6 :

Calculer mentalement :
 78×82 ; $59^2 - 61^2$

