

Fiche de cours : Milieux et parallèles dans un triangle.

Classe : 2^{ème} année parcours international collégial.

Date : 16/12/2020

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 8

Matière : Mathématiques

Objectifs

- Connaître et utiliser les propriétés des milieux dans un triangle.
- Utiliser le parallélisme pour montrer qu'un point est milieu d'un segment.
- Déterminer les longueurs des côtés d'un triangle.
- Savoir démontrer que deux droites sont parallèles.
- Utiliser les triangles et les droites parallèles pour résoudre des problèmes.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie – règle – calculatrice – compas.

Volume horaire

Milieux et parallèles dans un triangle.

8h

Prérequis

- Triangle.
- Milieu d'un segment et parallélisme.
- La symétrie axiale et parallélogramme.
- Proportionnalité.

Extensions

- Théorème de Thalès direct.
- Théorème réciproque de Thalès.

Contenu de cours

- La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.
- La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés.
- La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté.
- La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle.

La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.

Ojectifs

Activité

Remarques

Connaître la propriété

'La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle'.

Activité : 1

Voir fichier ci-dessous.

Durée :

20 min

Activité : 1

Partie : I

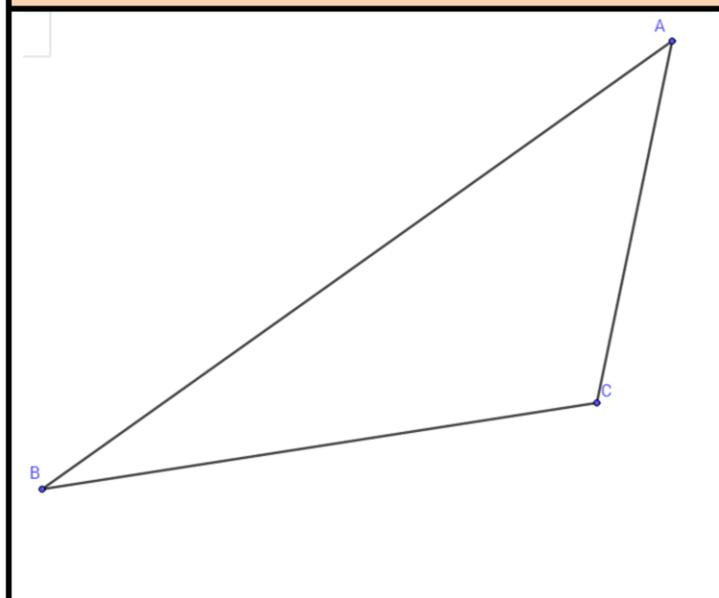
ABC un triangle.

Dans chaque cas :

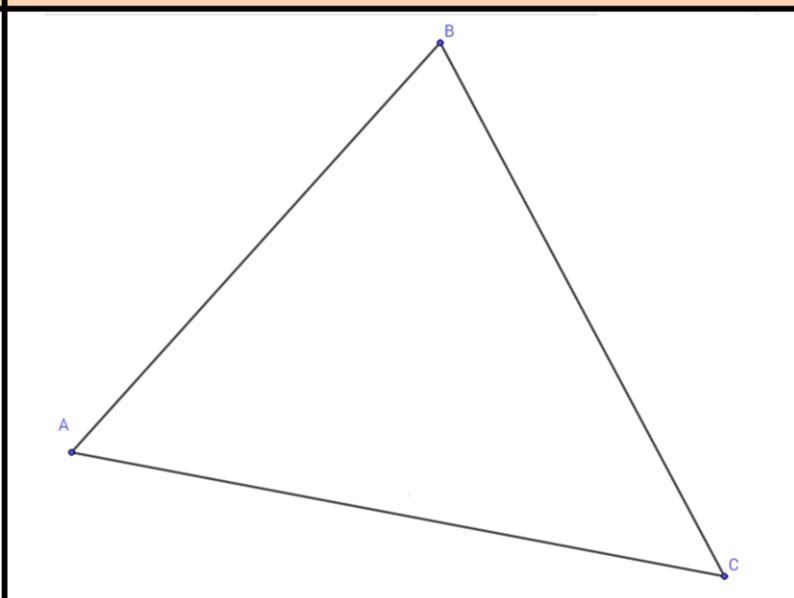
- *Construire I le milieu du segment [AB].*
- *Construire J le milieu du segment [AC].*

JE DECOUVRE LA PROPRIETE DE LA DROITE QUI PASSE PAR LES MILIEUX DE DEUX COTES D'UN TRIANGLE.

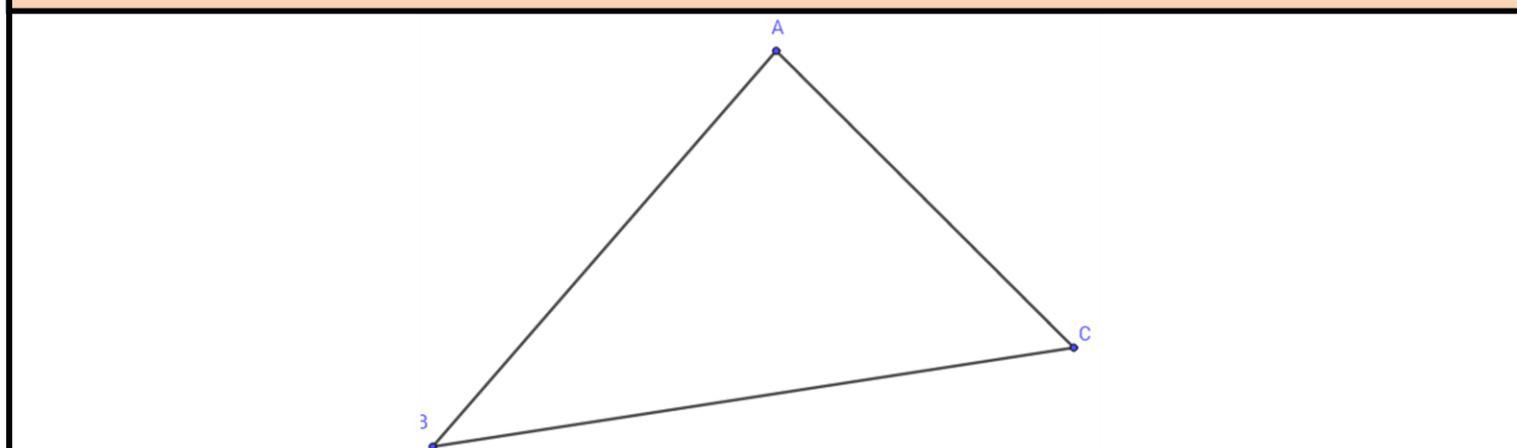
Cas : 2



Cas : 1



Cas : 3



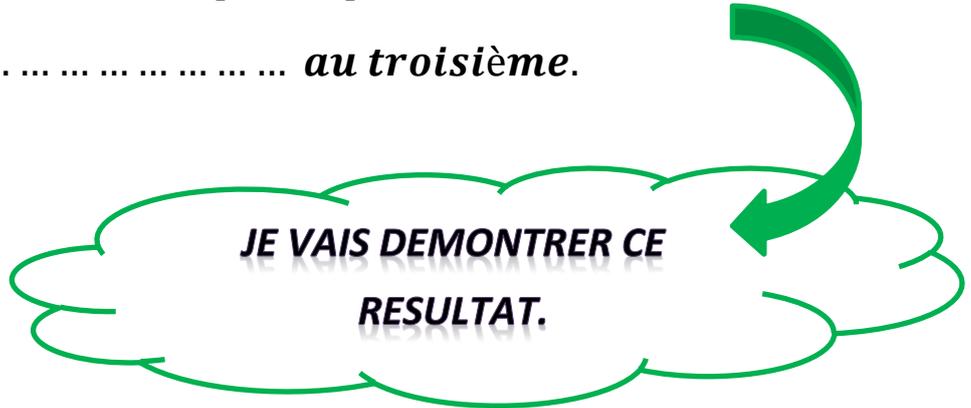
2 – En remarquant les 3 cas que peut – on dire
de deux droites (BC) et (IJ) ?

.....
.....

3) – Complète :

Dans un triangle, si une **droite** passe par
de deux cotés alors au troisième.

Partie : II



1 – Dans le troisième cas construire le point K le symétrique
du point I par rapport au point J.

2 – Complète le schéma de démonstration suivante :

Ra

K symétrique de *I* par rapport à *J*

J est

J est le milieu de [AC]

Si un quadrilatère a ses diagonales se coupent en leur milieu alors c'est un

Le quadrilatère *AKCI* c'est un

Un parallélogramme ses côtés opposés sont..... et

..... parallèle à (*AI*)
et *I* un point de (*AB*)

KC = ...

I est le milieu de [AB]
[AB]

AI =

(*KC*) parallèle à

..... =

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un

Donc *IKCB*

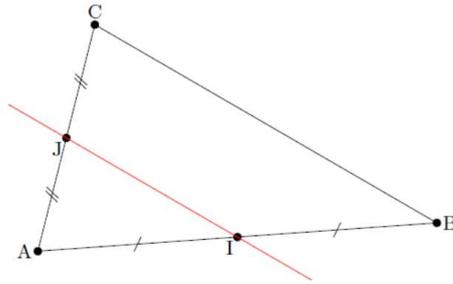
ACTIVITE : LA DROITE DES MILIEUX

Énoncé du problème :

Dans le triangle ABC ci-contre :

- le point I est le du côté
- le point J est le du côté

On appelle **droite des milieux** la droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle, comme la droite (IJ) sur cette figure.

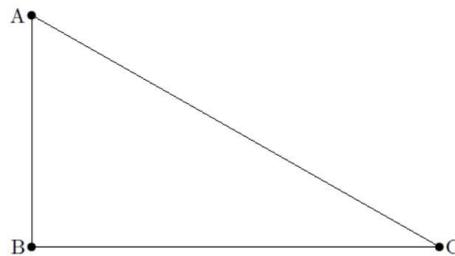
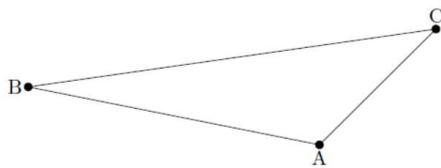
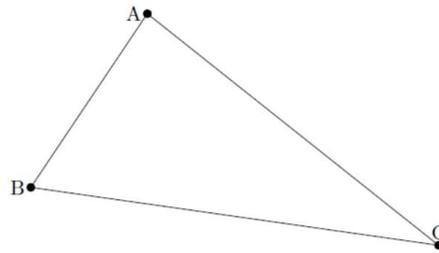
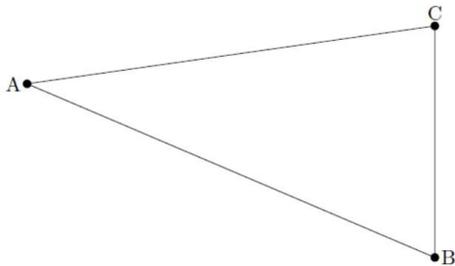


- Que pensez-vous des droites (IJ) et (BC) ?

.....

- Mesurez la longueur IJ :
- Mesurez maintenant la longueur BC :
- Qu'en pensez-vous ?

- Renouvelez l'expérience sur les quatre triangles ci-dessous, en plaçant les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC], et en traçant la droite (IJ) :



- Quelle est la règle qui semble être mise en évidence par ces différents exemples :

a) concernant les droites (IJ) et (BC) ?

.....

b) concernant les longueurs des segments [IJ] et [BC] ?

.....

Résumé de cours

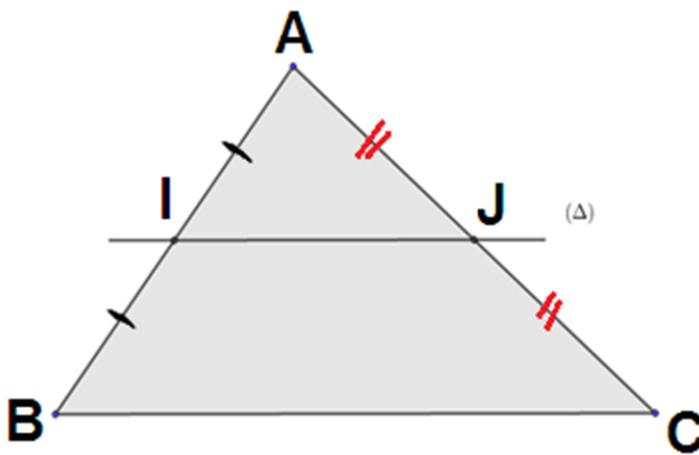
Remarques

1) – La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.

Propriété: 1

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

Exemple :



(Δ) passe par le milieu du côté $[AB]$ et par le milieu du côté $[AC]$, alors : (Δ) parallèle à (BC)

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 1

ABC un triangle.

E est le symétrique du point A par rapport à B.

F est le symétrique du point A par rapport à C.

– Montrer que : $(BC) // (EF)$

Durée :
15 min

Ojectifs

Connaître la propriété

'Si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié du troisième côté'.

Activité

Activité : 2

ABC un triangle et I le milieu de [AB]

, J le milieu de [AC].

1) – *Construire le point I' le symétrique du point I par rapport au point J.*

2) – *Quelle est la nature de quadrilatère AICI'?*

Justifier ta réponse.

3) – *Quelle est la nature de quadrilatère IBCI'?*

Justifier ta réponse.

4) – *Déduire que : (IJ) parallèle à (BC) et $IJ = \frac{BC}{2}$*

Remarques

Durée :
20 min

Résumé de cours

Remarques

2) – La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés.

Propriété: 2

Dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié du troisième côté.

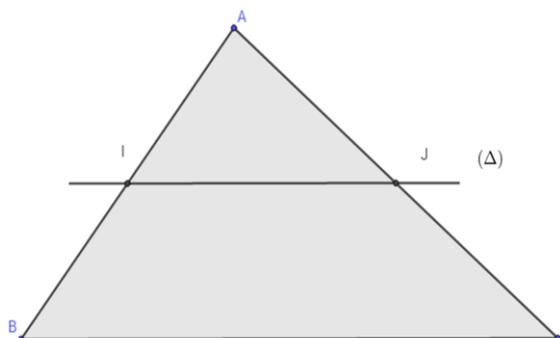
Exemple :

On a :

I le milieu du côté [AB],

J le milieu du côté [AC].

Donc : $IJ = \frac{BC}{2}$



Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 2

ABC un triangle tel que : $BC = 5\text{cm}$

– Le point D est le symétrique du point A par rapport au point B.

– Le point E est le symétrique du point A par rapport au point C.

1) – *Construire une figure.*

2) – *Calculer : DE*

Durée :
15 min

La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté.

Ojectifs

Activité

Remarques

Connaître la propriété

'La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle d'un à un autre côté.

Activité : 3

Voir fichier ci-dessous.

Durée :
20 min

Activité : 3

Partie : I

1) – *Construire un triangle ABC.*

– Construire le point I le milieu du côté [AB].

– Construire la droite (D) qui passe par I et parallèle à (BC).

– On note le point J le point d'intersection de la droite (D) et la droite (AC).

LA FIGURE :

2) – En utilisant le compas compare les distances : IA et IC .

3) – Complète :

Dans un triangle, si une droite passe par , et si elle est à un autre côté, alors elle coupe le troisième en

Partie : II

PREUVE GUIDE DU RESULTAT TROUVE DANS LA PARTIE : I

Dans le cadre ci – dessous, ABC est un triangle quelconque

où I milieu de $[AB]$.

(D) est la parallèle à (BC) passant par I . (D) coupe (AC) en J .

1) – Placer le point K milieu de $[BC]$.

2) – Complétez les phrases suivantes:

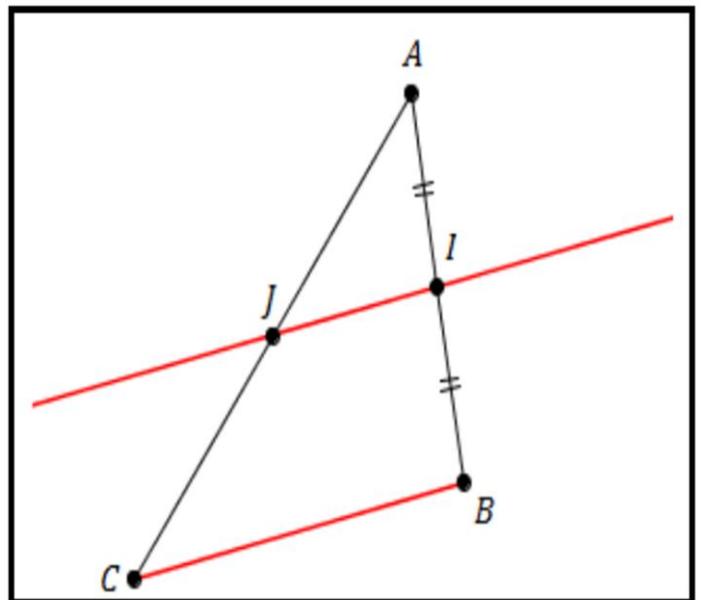
Par construction, $(IJ) \parallel (\dots\dots\dots)$

Comme I milieu de $[\dots\dots\dots]$ et K milieu de

$[\dots\dots\dots]$,

alors d'après la **propriété: 1**, on a :

$(\dots\dots\dots) \parallel (\dots\dots\dots)$



Donc le quadrilatère $IJCK$ a ses côtés opposés

, on en déduit donc que $IJCK$ est un

Par conséquent, $(IK) \parallel (\dots\dots\dots)$ et $IK = \dots\dots\dots$

Comme I milieu de $[\dots\dots\dots]$ et K milieu de $[\dots\dots\dots]$, d'après la **propriété: 2**,

on a : $IK = \dots\dots\dots$

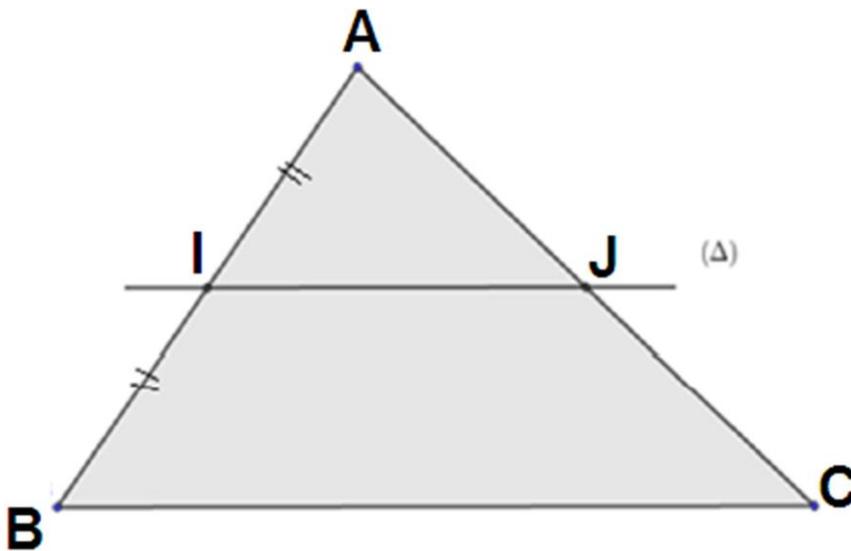
On en déduit pour finir que le point I est donc

3) – La droite qui passe par le milieu du côté et parallèle à un autre côté.

Propriété: 3

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté, si elle est parallèle à un autre côté alors elle coupe le troisième en son milieu.

Exemple :



La droite (Δ) passe par le milieu du côté $[AB]$ et parallèle à la droite (BC) .

Donc, la droite (Δ) passe par le milieu du côté $[AC]$ qui est le point J.

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 3

ABCD un parallélogramme de centre O, et M

le milieu du segment [AB].

La droite [OM] coupe [CD] en N.

1) – *Montrer que : (AD) // (OM).*

2) – *Montrer que N est le milieu du côté [CD].*

Durée :

15 min

La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle (proportionnalité dans le triangle).

Ojectifs

Activité

Remarques

Activité : 4

ABC un triangle et M le milieu du côté [AB].

La droite parallèle à (BC) passe par M et

coupe [AC] en N.

1) – *Compare les rapports suivants:*

$$\frac{MN}{BC} ; \frac{AN}{AC} ; \frac{AM}{AB}$$

2) – *Prend un point P du côté [AB] distinct de M.*

et construire la droite parallèle à (BC) qui passe par P et coupe [AC] en Q.

3) – *Mesure les longueurs suivantes:*

$$BC ; PQ ; AC ; AQ ; AB ; AP$$

Puis calcule les rapports suivants :

$$\frac{PQ}{BC} ; \frac{AQ}{AC} ; \frac{AP}{AB}$$

4) – *Que peut – on déduire?*

Connaître la propriété

La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle (proportionnalité dans le triangle).

Durée :

20 min

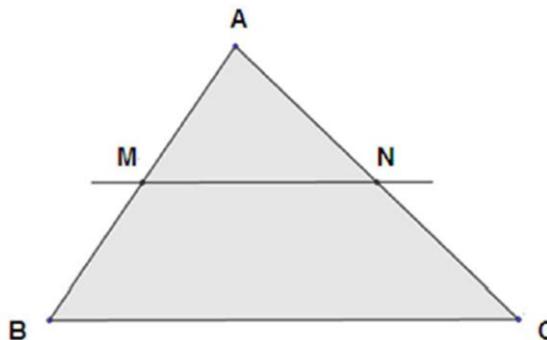
4) – La droite qui est parallèle à une droite dans un triangle.

(Proportionnalité dans le triangle)

Propriété: 4

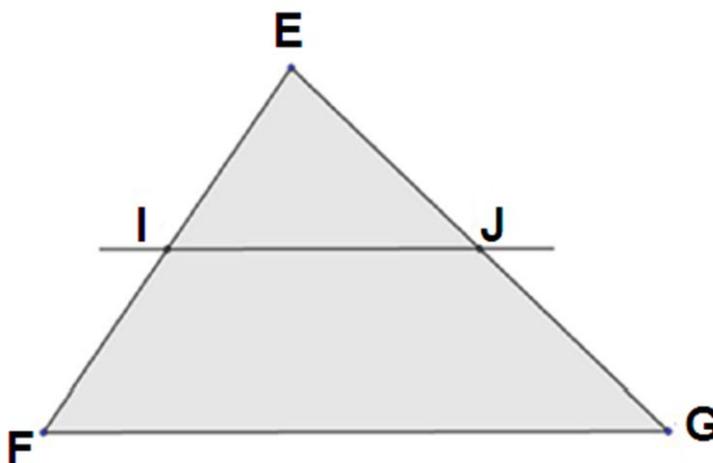
Dans un triangle ABC , si $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ et si (MN) est parallèle à (BC) , alors:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Durée :
20 min

Exemple :



Dans le triangle EFG , on a :

$I \in (EF)$; $J \in (EG)$ et $(IJ) // (FG)$

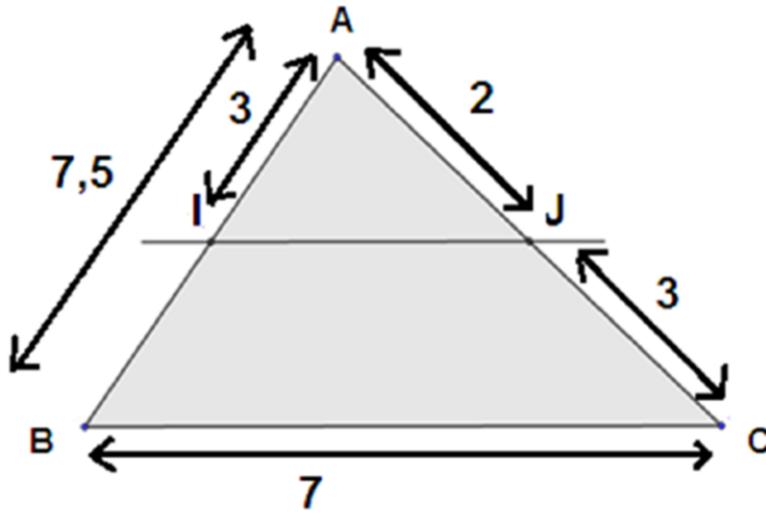
Donc :
$$\frac{EI}{EF} = \frac{EJ}{EG} = \frac{IJ}{FG}$$

Application

Remarques

Exercice d'application : 4

ABC un triangle, tel que : (IJ) parallèle à (BC).



– Calculer : IJ.

Durée :

15 min

Rachid