

**Fiche de cours : Milieux et parallèles dans un triangle.**

**Classe : 2<sup>ème</sup> année parcours international collégial.**

**Date : 16/12/2020**

**Prof : Bouchida Rachid**

**Cours n° : 8**

**Matière : Mathématiques**

### Objectifs

- Connaître et utiliser les propriétés des milieux dans un triangle.
- Utiliser le parallélisme pour montrer qu'un point est milieu d'un segment.
- Déterminer les longueurs des côtés d'un triangle.
- Savoir démontrer que deux droites sont parallèles.
- Utiliser les triangles et les droites parallèles pour résoudre des problèmes.

### Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie – règle – calculatrice – compas.

### Volume horaire

**Milieux et parallèles  
dans un triangle.**

**8h**

### Prérequis

- Triangle.
- Milieu d'un segment et parallélisme.
- La symétrie axiale et parallélogramme.
- Proportionnalité.

### Extensions

- Théorème de Thalès direct.
- Théorème réciproque de Thalès.

### Contenu de cours

- La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.
- La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés.
- La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté.
- La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle.

La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.

**Ojectifs**

**Activité**

**Remarques**

Connaître la propriété

'La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle'.

**Activité : 1**

**Voir fichier ci-dessous.**

**Durée :**

**20 min**

**Activité : 1**

**Partie : I**

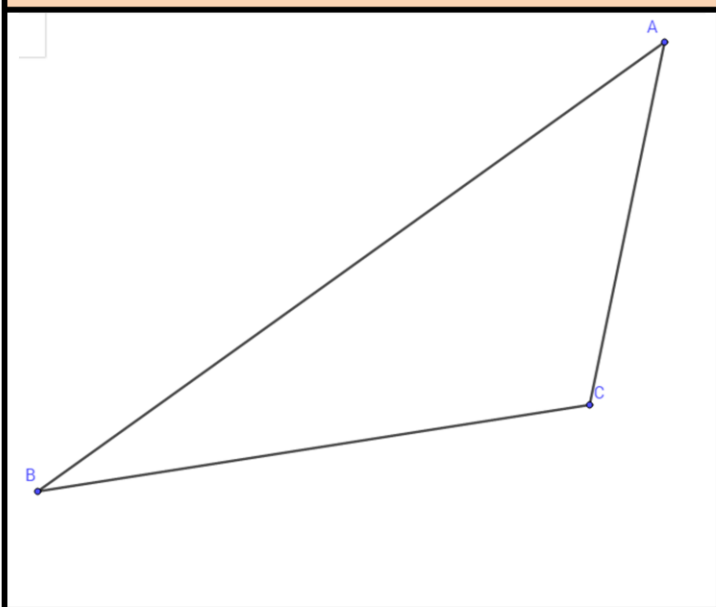
ABC un triangle.

*Dans chaque cas :*

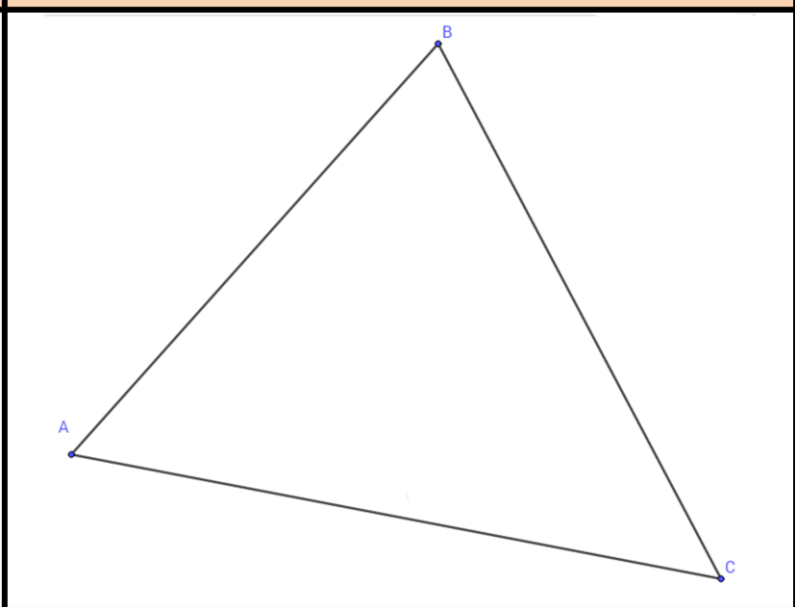
- *Construire I le milieu du segment [AB].*
- *Construire J le milieu du segment [AC].*

JE DECOUVRE LA PROPRIETE DE LA DROITE QUI PASSE PAR LES MILIEUX DE DEUX COTES D'UN TRIANGLE.

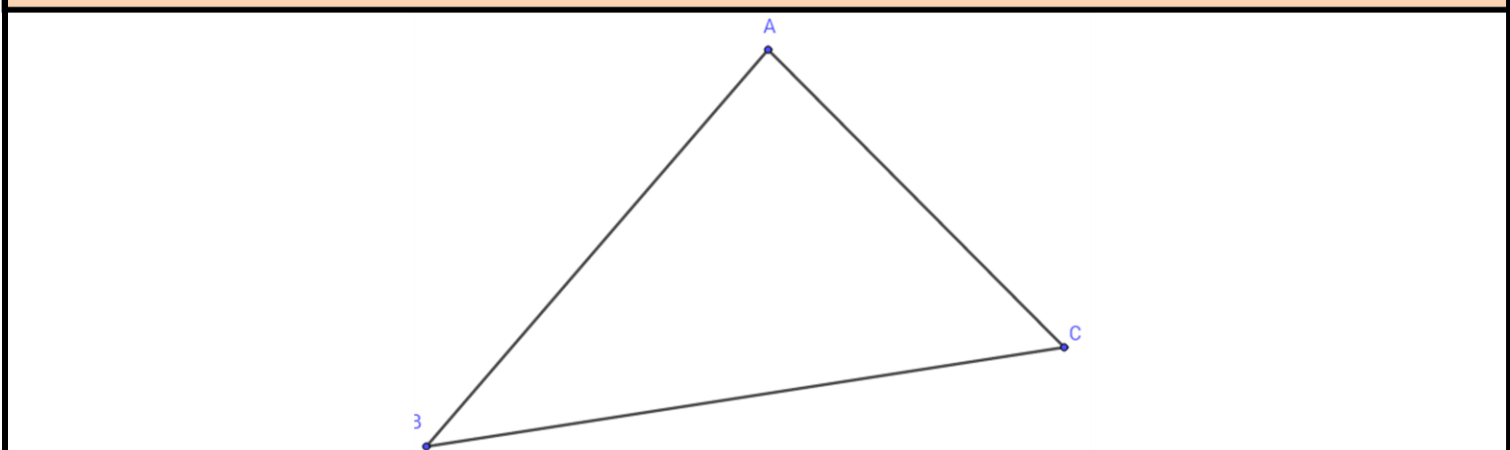
**Cas : 2**



**Cas : 1**



**Cas : 3**

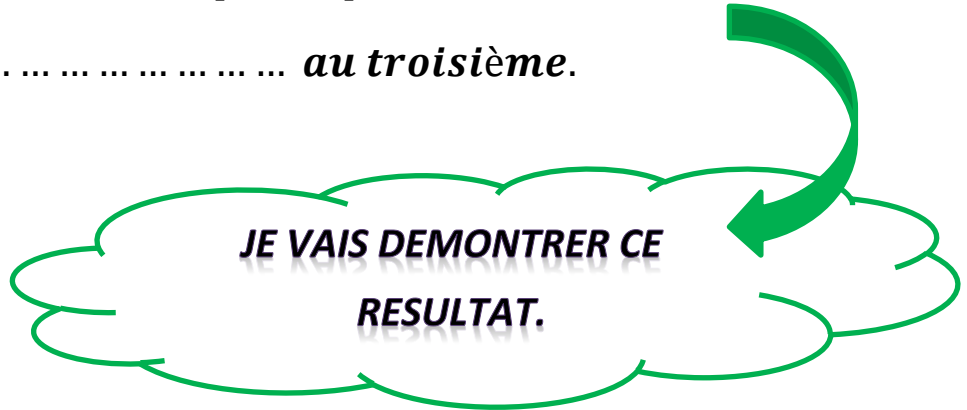


2 – En remarquant les 3 cas que peut – on dire  
de deux droites (BC) et (IJ) ?

3) – Complète :

Dans un triangle, si une **droite** passe par .....  
de deux cotés alors ..... au troisième.

**Partie : II**



1 – Dans le troisième cas construire le point K le symétrique  
du point I par rapport au point J.

2 – Complète le schéma de démonstration suivante :

*K* symétrique de *I* par rapport à *J*

*J* est .....

*J* est le milieu de [AC]

Si un quadrilatère a ses diagonales se coupent en leur milieu alors c'est un .....

Le quadrilatère AKCI c'est un .....

Un parallélogramme ses côtés opposés sont..... et .....

..... parallèle à (AI) et I un point de (AB)

KC = ...

I est le milieu de [AB]

AI =

(KC) parallèle à .....

..... = .....

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un .....

Donc IKCB .....

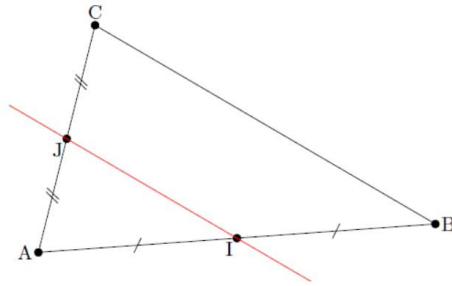
# ACTIVITE : LA DROITE DES MILIEUX

## Énoncé du problème :

Dans le triangle ABC ci-contre :

- le point I est le ..... du côté .....
- le point J est le ..... du côté .....

On appelle **droite des milieux** la droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle, comme la droite (IJ) sur cette figure.

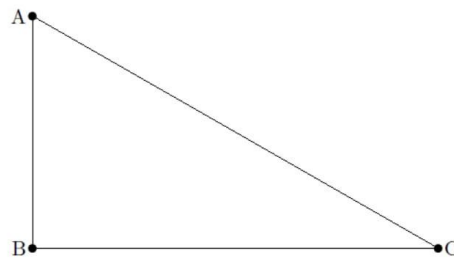
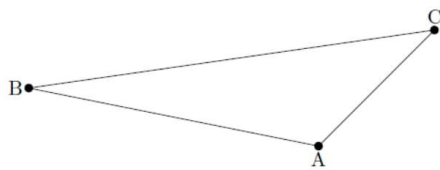
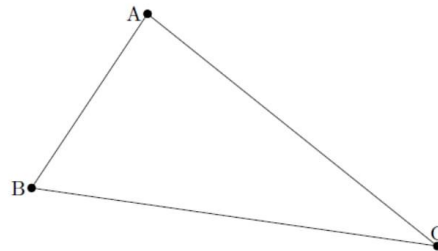
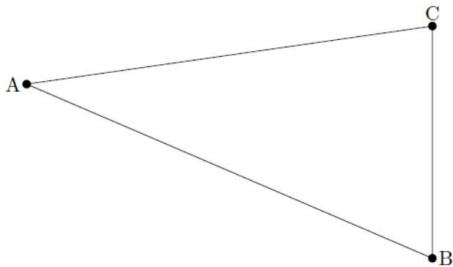


- Que pensez-vous des droites (IJ) et (BC) ?

.....

- Mesurez la longueur IJ : .....
- Mesurez maintenant la longueur BC : .....
- Qu'en pensez-vous ? .....

- Renouvelez l'expérience sur les quatre triangles ci-dessous, en plaçant les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC], et en traçant la droite (IJ) :



- Quelle est la règle qui semble être mise en évidence par ces différents exemples :

a) concernant les droites (IJ) et (BC) ?

.....

b) concernant les longueurs des segments [IJ] et [BC] ?

.....

## Résumé de cours

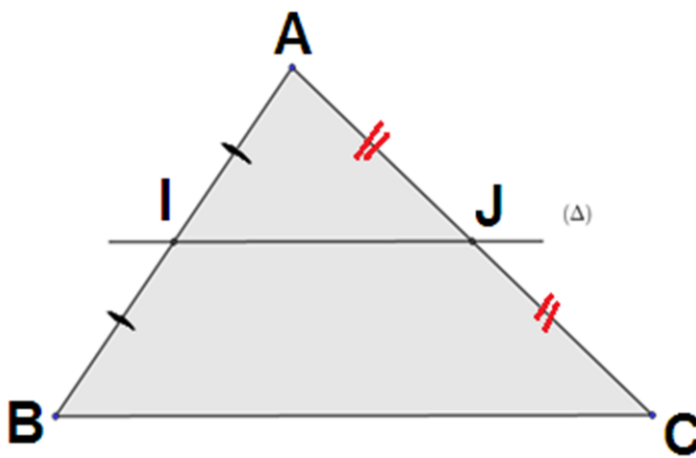
## Remarques

**1) – La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.**

### **Propriété: 1**

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

### **Exemple :**



$(\Delta)$  passe par le milieu du côté  $[AB]$  et par le milieu du côté  $[AC]$ , alors :  $(\Delta)$  parallèle à  $(BC)$

**Durée :**  
**20 min**

## **Application**

## **Remarques**

### **Exercice d'application: 1**

*ABC un triangle.*

*E est le symétrique du point A par rapport à B.*

*F est le symétrique du point A par rapport à C.*

*– Montrer que :  $(BC) \parallel (EF)$*

**Durée :**  
**15 min**

**Ojectifs**

**Connaître la propriété**

'Si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié du troisième côté'.

**Activité**

**Activité : 2**

*ABC un triangle et I le milieu de [AB]*

*, J le milieu de [AC].*

1) – *Construire le point I' le symétrique du point I par rapport au point J.*

2) – *Quelle est la nature de quadrilatère AICI'?*

*Justifier ta réponse.*

3) – *Quelle est la nature de quadrilatère IBCI'?*

*Justifier ta réponse.*

4) – *Déduire que : (IJ) parallèle à (BC) et  $IJ = \frac{BC}{2}$*

**Remarques**

**Durée :**  
**20 min**

**Résumé de cours**

**Remarques**

**2) – La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés.**

**Propriété: 2**

Dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié du troisième côté.

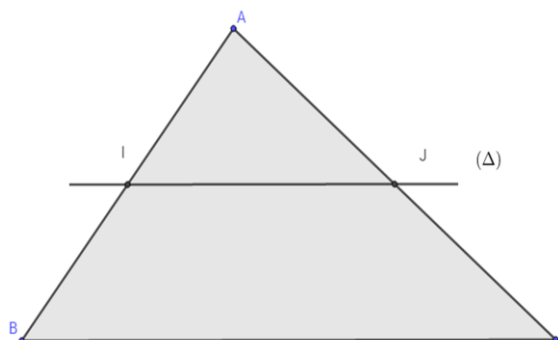
**Exemple :**

On a :

*I le milieu du côté [AB],*

*J le milieu du côté [AC].*

Donc :  $IJ = \frac{BC}{2}$



**Durée :**  
**20 min**

## Application

## Remarques

### Exercice d'application: 2

*ABC un triangle tel que :  $BC = 5\text{cm}$*

*– Le point D est le symétrique du point A par rapport au point B.*

*– Le point E est le symétrique du point A par rapport au point C.*

1) – *Construire une figure.*

2) – *Calculer : DE*

Durée :  
15 min

La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle à un autre côté.

## Ojectifs

## Activité

## Remarques

### Connaître la propriété

'La droite qui passe par le milieu d'un côté et parallèle d'un à un autre côté.

### Activité : 3

Voir fichier ci-dessous.

Durée :  
20 min

### Activité : 3

#### Partie : I

1) – *Construire un triangle ABC.*

*– Construire le point I le milieu du côté [AB].*

*– Construire la droite (D) qui passe par I et parallèle à (BC).*

*– On note le point J le point d'intersection de la droite (D) et la droite (AC).*

LA FIGURE :



2) – En utilisant le compas compare les distances :  $IA$  et  $IC$ .

3) – Complète :

Dans un triangle, si une droite passe par ..... , et si elle est ..... à un autre côté, alors elle coupe le troisième en .....

## Partie : II

### PREUVE GUIDE DU RESULTAT TROUVE DANS LA PARTIE : I

Dans le cadre ci – dessous,  $ABC$  est un triangle quelconque

où  $I$  milieu de  $[AB]$  .

$(D)$  est la parallèle à  $(BC)$  passant par  $I$ .  $(D)$  coupe  $(AC)$  en  $J$ .

1) – Placer le point  $K$  milieu de  $[BC]$ .

2) – Complétez les phrases suivantes:

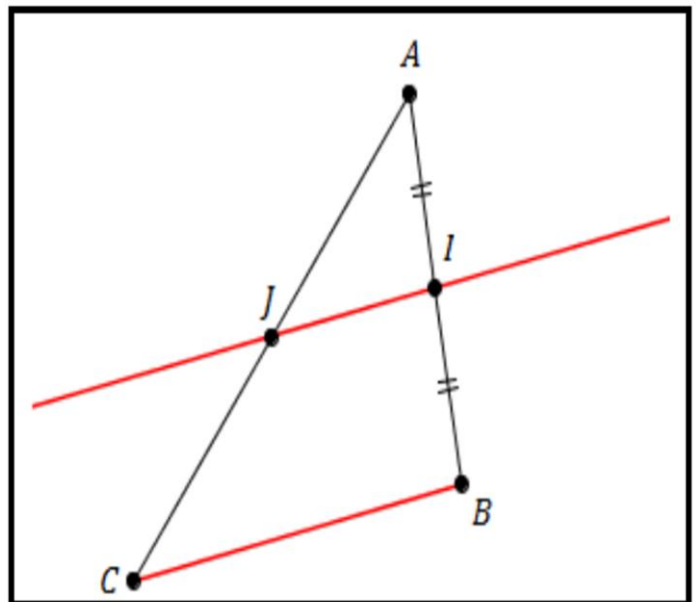
Par construction,  $(IJ) \parallel (\dots\dots)$

Comme  $I$  milieu de  $[\dots\dots]$  et  $K$  milieu de

$[\dots\dots]$ ,

alors d'après la **propriété: 1**, on a :

$(\dots\dots) \parallel (\dots\dots)$



Donc le quadrilatère  $IJCK$  a ses côtés opposés .....

, on en déduit donc que  $IJCK$  est un .....

Par conséquent,  $(IK) \parallel (\dots\dots)$  et  $IK = \dots\dots$

Comme  $I$  milieu de  $[\dots\dots]$  et  $K$  milieu de  $[\dots\dots]$ , d'après la **propriété: 2**,

on a :  $IK = \dots\dots$

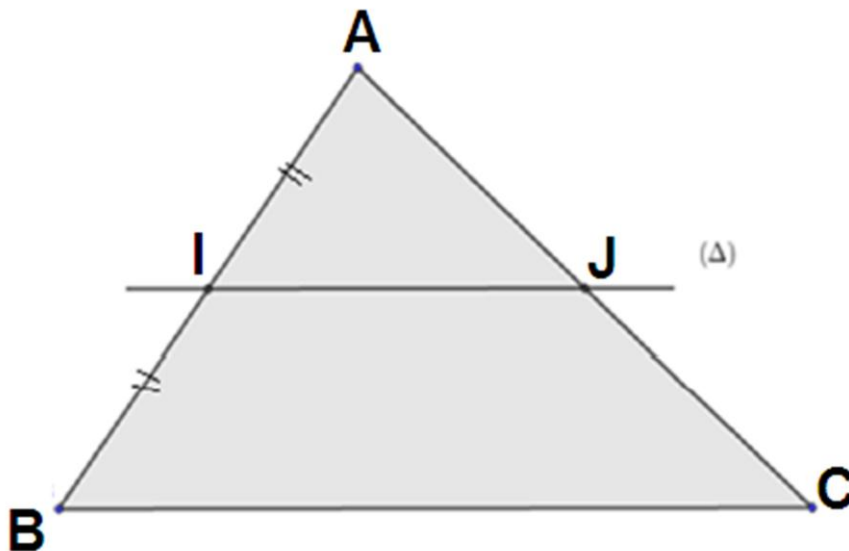
On en déduit pour finir que le point  $I$  est donc .....

3) – La droite qui passe par le milieu du côté et parallèle à un autre côté.

Propriété: 3

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté, si elle est parallèle à un autre côté alors elle coupe le troisième en son milieu.

Exemple :



*La droite  $(\Delta)$  passe par le milieu du côté  $[AB]$  et parallèle à la droite  $(BC)$ .*

*Donc, la droite  $(\Delta)$  passe par le milieu du côté  $[AC]$  qui est le point  $J$ .*

Durée :  
20 min

## Application

## Remarques

### Exercice d'application : 3

*ABCD un parallélogramme de centre  $O$ , et  $M$*

*le milieu du segment  $[AB]$ .*

*La droite  $[OM]$  coupe  $[CD]$  en  $N$ .*

1) – *Montrer que :  $(AD) \parallel (OM)$ .*

2) – *Montrer que  $N$  est le milieu du côté  $[CD]$ .*

Durée :

15 min

La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle (proportionnalité dans le triangle).

## Ojectifs

## Activité

## Remarques

### Activité : 4

*ABC un triangle et  $M$  le milieu du côté  $[AB]$ .*

*La droite parallèle à  $(BC)$  passe par  $M$  et*

*coupe  $[AC]$  en  $N$ .*

1) – *Compare les rapports suivants:*

$$\frac{MN}{BC} ; \frac{AN}{AC} ; \frac{AM}{AB}$$

2) – *Prend un point  $P$  du côté  $[AB]$  distinct de  $M$ .*

*et construire la droite parallèle à  $(BC)$  qui passe par  $P$  et coupe  $[AC]$  en  $Q$ .*

3) – *Mesure les longueurs suivantes:*

$$BC ; PQ ; AC ; AQ ; AB ; AP$$

*Puis calcule les rapports suivants :*

$$\frac{PQ}{BC} ; \frac{AQ}{AC} ; \frac{AP}{AB}$$

4) – *Que peut – on déduire?*

Connaître la propriété

La droite qui est parallèle à un côté dans un triangle (proportionnalité dans le triangle).

Durée :

20 min

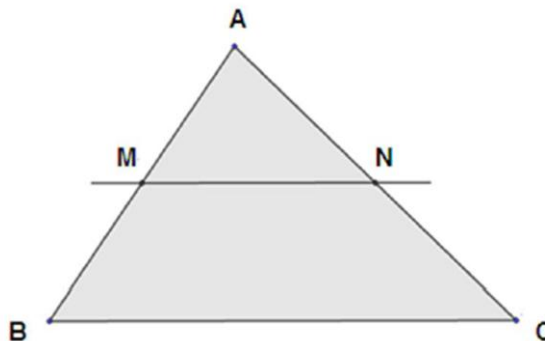
4) – La droite qui est parallèle à une droite dans un triangle.

(Proportionnalité dans le triangle)

Propriété: 4

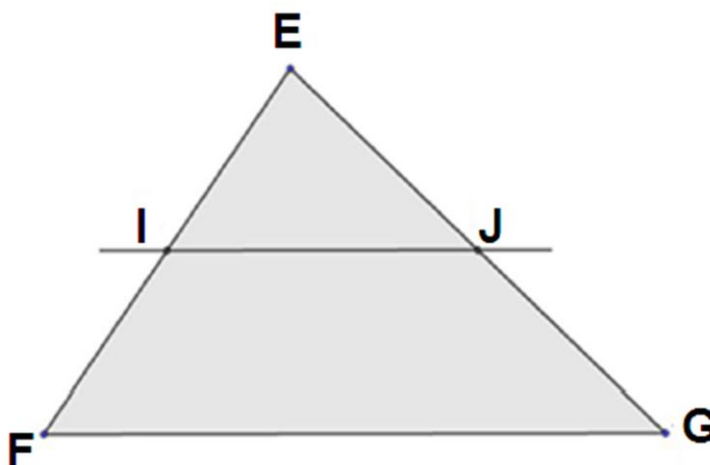
Dans un triangle  $ABC$ , si  $M \in (AB)$  et  $N \in (AC)$  et si  $(MN)$  est parallèle à  $(BC)$ , alors:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Durée :  
20 min

Exemple :



Dans le triangle  $EFG$ , on a :

$I \in (EF)$  ;  $J \in (EG)$  et  $(IJ) // (FG)$

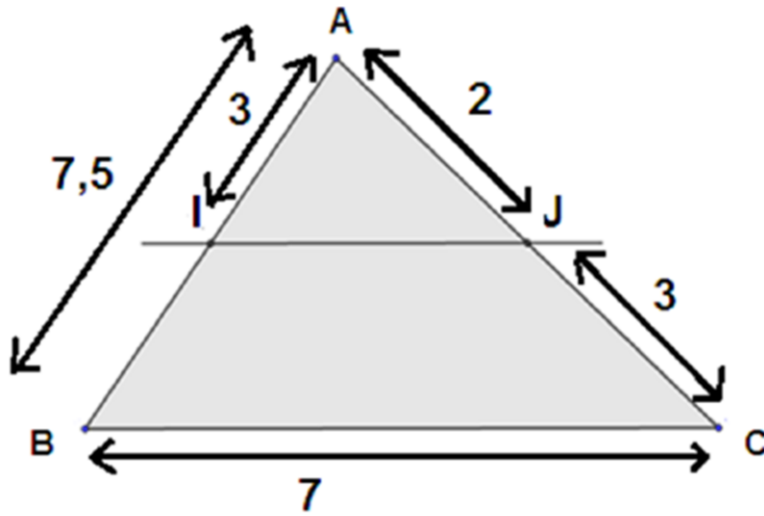
Donc : 
$$\frac{EI}{EF} = \frac{EJ}{EG} = \frac{IJ}{FG}$$

## Application

## Remarques

### Exercice d'application : 4

*ABC un triangle, tel que : (IJ) parallèle à (BC).*



– Calculer : IJ.

Durée :

15 min

Rachid