

I- Calculer numérique**Exercice 1 :** Écrire sous forme de fractions irréductibles les nombres suivants :

$$A = \frac{4 \times 3 + 8}{4} \quad B = \frac{1}{0,25} \quad C = \frac{432}{192} \quad D = \frac{4}{9} - \frac{2 \times 13 + 1}{13 - 1}$$

$$E = \frac{1 - 4 \times \frac{7}{6}}{\left(1 - \frac{1}{6}\right)^2} \quad F = \frac{1 - \frac{1}{3}}{6} \times \frac{9}{4} - \frac{1}{5}$$

Exercice 2 : a et b désignant des nombres entiers non nuls, écrire les nombres suivants sous la forme d'une fraction, aussi simple que possible.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{a}{5} \quad B = \frac{1}{3} + \frac{5}{a} - 1 \quad C = \frac{3}{2a} \times \frac{10}{3b} \quad D =$$

$$\frac{a}{2} \times \left(1 - \frac{1}{a}\right) \quad E = \frac{1}{ab} - a \times \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{b}\right) \quad F = \frac{3\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{18}}{1-\sqrt{3}}$$

Exercice 3 : Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{2x-4} \quad g(x) = \frac{2x-3}{5x+4} \quad h(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$$

$$k(x) = \frac{1}{x-3}$$

Exercice 4 : Simplifier les écritures suivantes :

$$A = \sqrt{28} \times \sqrt{35} \quad B = (4\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \quad C = (7 + 3\sqrt{5})^2$$

$$D = 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15} \quad E = \sqrt{200} \quad F = (2\sqrt{5})^3 \quad G = \sqrt{\sqrt{1}}$$

$$H = \sqrt{1} - \sqrt{25} \quad I = (\sqrt{3})^6 \quad J = \sqrt{100000000}$$

Exercice 5 : Écrire sans racine carrée au dénominateur :

$$A = \frac{6+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \quad B = \frac{7}{2\sqrt{7}} \quad C = \frac{5}{1+\sqrt{2}} \quad D =$$

$$\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

Exercice 6 : Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions

définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = \sqrt{-x} \quad h(x) = \sqrt{2x-5} \quad k(x) = \frac{\sqrt{-3x+4}}{x} \quad l(x) = \frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{-3x+9}} ; \quad I(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{-3x+9}} .$$

Les fonctions l et I sont-elles égales ?

II. Calculer avec des puissances

Exercice 7 : Simplifier les écritures suivantes :

$$A = 21^3 \times 14^{-3} \quad B = 2^{35} \times 0,5^{36} \quad C = \frac{b^2}{a^3} \times \frac{a^2}{b^3} \times \frac{b}{a}$$

$$D = \frac{5^{n-2}}{5^{n+2}} \quad E = \frac{(a^{-2}b)^4 \times (-a^2b)^{-1}}{(-ab^{-1})^{-3}}$$

Exercice 8 :

Quels sont les trois entiers impairs consécutifs dont la somme vaut 411 ?

Exercice 9 : Si on augmentait de 3 m le côté d'un carré, alors son aire augmenterait de 45 m². Quelle est le côté de ce carré ?

Exercice 10 : Lorsqu'on soustrait un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{25}{9}$, alors on obtient une fraction égale au nombre soustrait. Quel est ce nombre ?

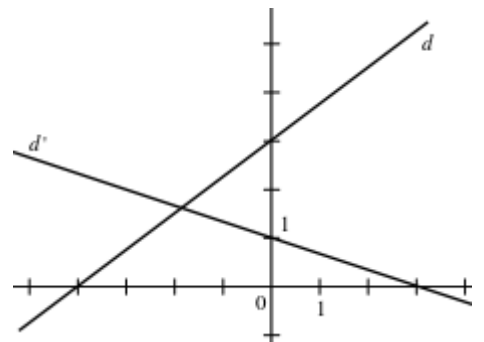
Exercice 11 : On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-1}{-x+4}$.

- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- Étudier le signe de f sur D_f .
- En déduire les solutions de l'inéquation $\frac{2x-1}{-x+4} \geq 0$.

Exercice 12 :

On considère les droites (d) et (d') dans le repère ci-contre.

- Donner les équations réduites de (d) et (d') .
- Montrer que le couple de coordonnées du point d'intersection de ces deux droites est le couple solution du système linéaire $\begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$



3. Résoudre ce système par la méthode des combinaisons linéaires et vérifier la cohérence du résultat avec le graphique.

Exercice 12 :

On connaît le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-2; 5]$:

x	-7	-5	1	3
f	-2	4	0	2

1. Répondre par *Vrai, Faux* ou *On ne peut pas conclure* :

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) L'image de 0 par f est 1. | e) $f(-6) < 0$ |
| b) $f(2) = 3$ | f) f est croissante sur $[-6; -4]$. |
| c) $f(2) > 0$ | g) 1 est un antécédent de 0 par f . |
| d) $f(-5) < f(-2)$ | h) 2 admet trois antécédents par f . |

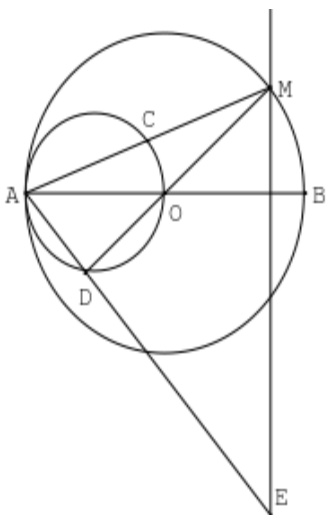
2. Donner un encadrement, le plus précis possible, de $f(x)$, sachant que x vérifie :

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $1 \leq x \leq 3$ | b) $-5 \leq x \leq 3$ | c) $-7 \leq x \leq 3$ |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|

Exercice 13 : Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur l'intervalle $[-2; 5]$;
- le maximum de f sur $[-2; 5]$ est 2 et est atteint en 1 ;
- le minimum de f sur $[-2; 5]$ est -3 et est atteint en 4 ;
- les antécédents de 0 par f sont $-2, 0, 3$ et 5.

Exercice 14 : C est un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$. c' est le cercle de diamètre $[AO]$.



M est un point de c distinct de A et B .

Les droites (MA) et (MO) coupent c' respectivement en C et D .

On trace la perpendiculaire (d) à (AB) passant par M . Elle coupe (AD) en E .

1. Que représente O pour le triangle AME ? Justifier.
2. En déduire que O, C et E sont alignés.

Exercice 15 :

1. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, placer les points $A(-1; 6)$, $B(-3; 4)$, $C(1; 4)$ et $D(4; 3)$.

On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}$.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} et \vec{u} .

3. Construire le point E défini par $\overrightarrow{OE} = \vec{u}$.

4. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{OE} sont colinéaires.

Exercice 16 :

1- Dessiner un cercle trigonométrique en prenant comme unité 4 cm.

2- Placer sur ce cercle, à la règle et au compas (pas de rapporteur !), les réels

$\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$. Laisser les traits de construction apparents.

3- Donner sans justification les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

4- Expliquer comment on peut trouver grâce à la figure précédente les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{104\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$.

Exercice 17 :

1. Résoudre l'équation $\sin 2x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

a) dans \mathbb{R} ;

b) dans $] -\pi; \pi]$.

2. Placer les points images des solutions sur un cercle trigonométrique.