

Exercice 1 :

Développer les expressions suivantes :

$$f(x) = (2x - 9)^2 - (3x + 7)(x + 8)$$

$$g(x) = (-x + 3)(-x + 4)^2 + (2x - 1)(-x + 5)$$

$$h(x) = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) - 3\left(\frac{7}{2}x - 1\right)\left(-x + \frac{1}{3}\right)$$

Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$f(x) = (x - 4)^2 + (7x + 6)(x - 4) - 4 + x$$

$$g(x) = 16x^2 - 49$$

$$h(x) = 49 - x^2 + (7 - x)(5x - 6) + x - 7$$

$$k(x) = 9x^3 + 30x^2 + 25x$$

$$l(x) = 8x^2 - 50$$

Exercice 3 :

Écrire sous forme canonique les polynômes du second degré suivant, puis sous forme factorisée (si la forme factorisée existe...).

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 14$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$$

$$h(x) = 2x^2 - x + 1$$

$$k(x) = 2x^2 - x - 15$$

Exercice 4 :

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes, et écrire leur expression sous la forme la plus factorisée possible :

$$f(x) = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x+1}$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$h(x) = \frac{2}{\sqrt{1-2x}}$$

$$k(x) = \frac{2x}{3x^2+4} - 1$$

$$l(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$s(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$$

Les fonctions l et s sont-elles égales ?

Exercice 5 :

Quels sont les trois entiers impairs consécutifs dont la somme vaut 411 ?

Exercice 6 : Si on augmentait de 3 m le côté d'un carré, alors son aire augmenterait de 45 m². Quelle est le côté de ce carré ?

Exercice 7 : Lorsqu'on soustrait un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{25}{9}$, alors on obtient une fraction égale au nombre soustrait. Quel est ce nombre ?

Exercice 8 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $\frac{1}{2} - 2x^2 = \frac{1}{4}$

2. $\frac{2-x}{x+4} = 2$

3. $4(x+2)^2 = (x-2)^2$

4. $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{5}{2x^2+x} - \frac{1}{2x}$

5. $2x^3 + x^2 - x = 0$

Exercice 9 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $-5x + 3 \leq 9$

2. $x(x+3)(-2x+1) < 0$

3. $x^2 - 5x + 4 > 0$

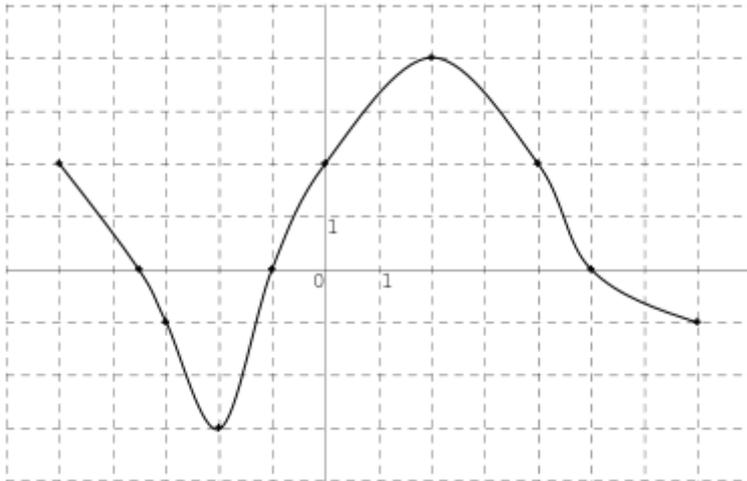
4. $\frac{(3x+4)(-2x+5)}{-x+7} \geq 0$

5. $\frac{(-3x+2)(4x^2-25)}{2x+5} < 0$

6. $\frac{1}{2x} > 2x$

Exercice 10 :

La courbe ci-contre représente une fonction f . En utilisant le graphique, répondre aux questions.



1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Quelle est l'image de 4 par f ?
3. Donner le tableau de variations de f .
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
5. Donner les antécédents de 0 (ou un encadrement à l'unité, si le graphique ne permet pas d'en connaître une valeur entière exacte) par f .
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$ (rédiger la méthode).
7. Tracer la droite (d) d'équation $y = x + 2$ et résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq x + 2$ (rédiger la méthode).

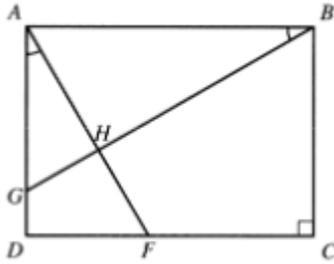
Exercice 11 :

On s'intéresse à la fonction f définie sur $] -\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$.

On appelle c sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère.

1. Étudier le signe de $f(x)$.
2. Calculer l'image de $\sqrt{7}$ par f . Écrire le résultat sans radical au dénominateur.
3. Montrer que pour tout $x \neq 2$, $f(x) = 3 - \frac{1}{x-2}$.
4. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $]2; +\infty[$.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3$.
6. Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes de coordonnées.
7. Soit A le point de la courbe c qui a pour abscisse 3.
 - a) Déterminer les coordonnées du symétrique A' de A par rapport au point $\Omega(2; 3)$.
 - b) Montrer que $A' \in c$.

Exercice 12 : ABCD est un rectangle. F et G sont respectivement des points de [CD] et [AD] tels que $\widehat{DAF} = \widehat{ABG}$.



1. Prouver que \widehat{FAB} et \widehat{ABG} sont complémentaires.
2. En déduire que les droites (AF) et (BG) sont perpendiculaires.
3. Démontrer que les points D, F, G et H sont cocycliques.

Exercice 13 :

EFG est un triangle rectangle en F.

K est le milieu du segment [EG].

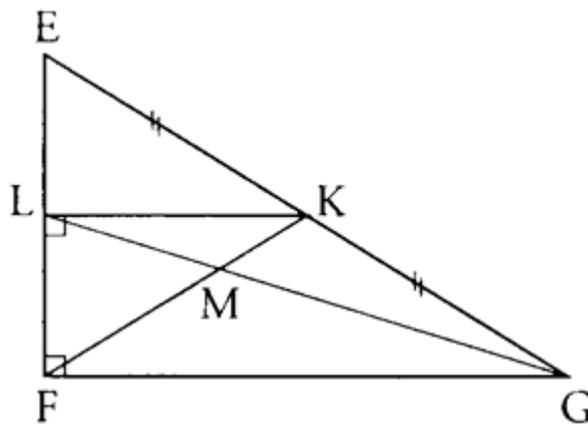
La droite passant par K et perpendiculaire à (EF) coupe [EF] en L.

1. a. Démontrer que les droites (LK) et (FG) sont parallèles.

b. Démontrer que L est le milieu du segment [EF].

2. Les droites (FK) et (GL) se coupent en M.

Que représentent les droites (FK) et (GL) pour le triangle EFG ? En déduire que la droite (EM) coupe le segment [FG] en son milieu.



Exercice 14 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(5; 2)$, $B(3; -4)$, $C(-6; -1)$ et $D(-1; 4)$.

1. Faire un dessin que l'on complétera au fur et à mesure.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{BC} et \vec{AD} .

3. Que peut-on dire des droites (BC) et (AD) ? Justifier.

4. Déterminer par le calcul les coordonnées de I milieu du segment [BC].

5. Soit K le point défini par $\vec{BK} = \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{BC})$.

a) Montrer que les coordonnées de K sont $(\frac{2}{3}; -1)$.

b) Montrer que les points A, K et I sont alignés.

Exercice 15 :

- 1- Dessiner un cercle trigonométrique en prenant comme unité 4 cm.
- 2- Placer sur ce cercle, à la règle et au compas (pas de rapporteur !), les réels $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$. Laisser les traits de construction apparents.
- 3- Donner sans justification les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
- 4- Expliquer comment on peut trouver grâce à la figure précédente les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{104\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$.

Exercice 16 :

1. Résoudre l'équation $\sin 2x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
 - a) dans \mathbb{R} ;
 - b) dans $] -\pi; \pi]$.
2. Placer les points images des solutions sur un cercle trigonométrique.