Inégalité triangulaire et médiatrice

I) Inégalité triangulaire :

Propriété 1 :

A , B et M étant trois points du plan,

$M \in [AB]$ signifie que : $AM + MB = AB$

Exemple :

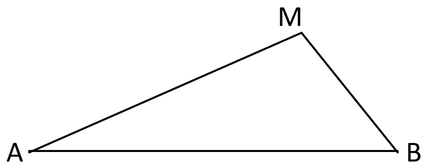
$AM + MB = AB$

Propriété 2 :

A , B et M étant trois points du plan,

$M \notin [AB]$ signifie que : $AM + MB > AB$

Exemple :



$AM + MB > AB$

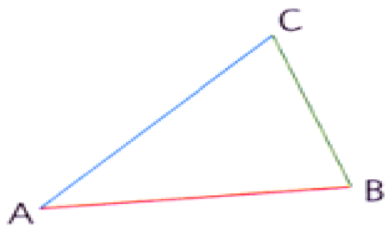
Cette propriété s'appelle : inégalité triangulaire

Résultat 1 :

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la

la somme des longueurs des deux autres côtés .

Exemple :



$AC + CB > AB$

$AB + BC > AC$

$BA + AC > BC$

Résultat 2 :

Pour que trois nombres soient les longueurs des côtés d'un triangle,

il suffit que le plus grand des trois nombres soit inférieur à la somme

des deux autres nombres.

Exemple :

- $AB = 3cm$, $AC = 4cm$ et $BC = 5cm$
  On peut construire le triangle ABC, car : $BC < AB + AC$

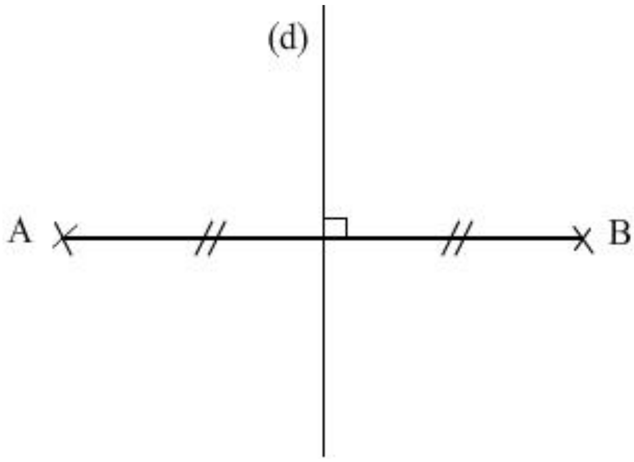
- $EF = 2cm$, $EG = 3cm$ et $FG = 6cm$
  On ne peut pas construire le triangle EFG, car : $FG > EF + EG$

II) Médiatrice d'un segment :

Définition:

La médiatrice d'un segment est une droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire à son support .

Exemple :

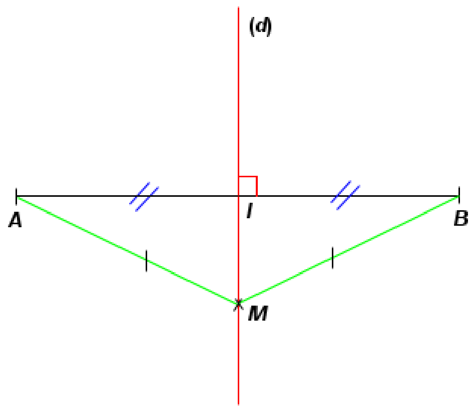


(d) est la médiatrice du segment [AB]

Propriété directe :

Tout point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment .

Exemple :



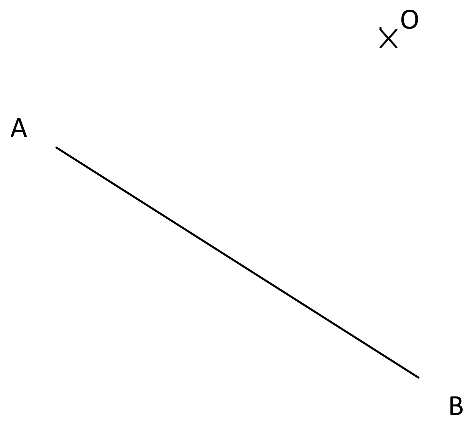
On a : (d) est la médiatrice du segment [AB] et M ϵ (d)

Donc : MA = MB

Propriété réciproque :

Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemple :



On place un point O à l'extérieur du segment [AB] tel que : OA = OB = 5cm

Donc le point O est équidistant (à égale distance) des extrémités du segment [AB]

Donc O appartient à la médiatrice de [AB].

III) Médiatrices d'un triangle :

Définition :

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés .

Définition :

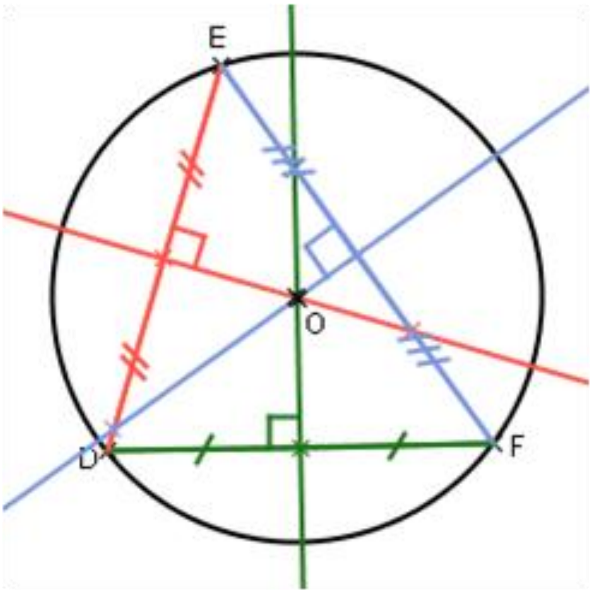
Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.

Propriété :

Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un seul point. Ce point est le

centre du cercle circonscrit à ce triangle.

Exemple :



O est le centre du cercle circonscrit au triangle EFD.

Remarques :

- Pour construire le cercle circonscrit à un triangle il suffit de tracer deux de ses médiatrices.

- Le centre du cercle circonscrit à un triangle peut être :
  - à l'intérieur du triangle lorsque tous ses angles sont aigus.
  - à l'extérieur du triangle lorsque l'un de ses angles est obtus.
  - sur l'un de ses côtés lorsque le triangle est rectangle.