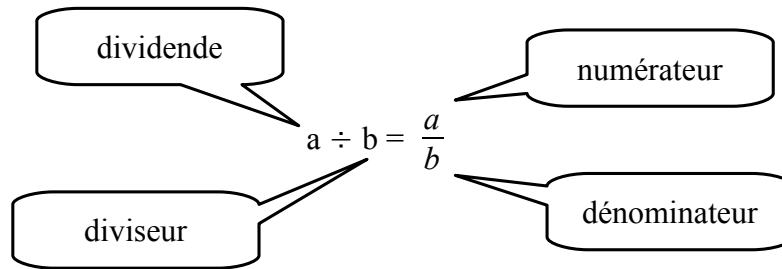


## Chapitre 06 : Nombres rationnels (1<sup>ère</sup> partie)

### I] Rappels

#### ➤ Vocabulaire



### Définitions

- (1) Lorsque le numérateur et le dénominateur sont des entiers, on parle de *fraction*.
- (2) L'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire  $\frac{a}{b}$  où  $a$  est un nombre relatif et  $b$  un nombre relatif non nul est appelé l'ensemble des nombres rationnels.

#### ➤ Quotients égaux

### Propriété

**Un quotient ne change pas si l'on multiplie (ou divise) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.**

Exemples :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{8 \div 4}{20 \div 4} = \frac{2}{5}$$

### Définition

**Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.**

Exemple :  $\frac{27}{36} = \frac{27 \div 9}{36 \div 9} = \frac{3}{4}$

Remarque : Aucun autre nombre que 1 ne divise à la fois 3 et 4, la fraction  $\frac{3}{4}$  ne peut plus être simplifiée.

On dit que cette fraction est **irréductible**.

## III] Comparer les nombres rationnels

### ➤ Signe d'un nombre rationnel

#### Propriétés

- (1) Si le numérateur et le dénominateur d'un nombre rationnel sont du même signe, alors ce nombre est positif.
- (2) Si le numérateur et le dénominateur d'un nombre rationnel sont de signes différents, alors ce nombre est négatif.
- (3) L'opposé d'un nombre est de signe différent de ce nombre ( $-a$  est du signe opposé de  $a$ ).

Exemples :

$\frac{-3}{4}$  est négatif. On écrit donc :  $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$

$\frac{-5}{-12}$  est positif. On écrit donc :  $\frac{-5}{-12} = \frac{5}{12}$

$\frac{12}{-5}$  est négatif. On écrit donc :  $\frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$

$-\frac{-3}{4}$  est positif, car  $\frac{-3}{4}$  est négatif. On écrit donc :  $-\frac{-3}{4} = \frac{3}{4}$

### ➤ Comparer les nombres rationnels

#### Propriétés

- (1) Un nombre positif est toujours supérieur à un nombre négatif.
- (2) Si deux nombres sont positifs, alors le plus *grand* est celui qui a la plus *grande* distance à zéro.
- (3) Si deux nombres sont négatifs, alors le plus *grand* est celui qui a la plus *petite* distance à zéro.
- (4) Soient,  $a$ ,  $b$ , et  $c$  trois nombres positifs ( $c \neq 0$ ) :

$$\text{Si } a < b, \text{ alors } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

$$\text{Si } a < b, \text{ alors } -\frac{a}{c} > -\frac{b}{c}$$

Exemples :  $-\frac{5}{2} < \frac{4}{3}$

$\frac{15}{4} > \frac{9}{4}$

Remarque : pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, il faut trouver un multiple commun aux deux dénominateurs pour pouvoir mettre les deux nombres rationnels au même dénominateur.

#### Méthode

Trouver un multiple commun

On liste les multiples des deux dénominateurs en commençant par le plus petit.  
On continue jusqu'à obtenir deux multiples communs.

Exemples :

Comparer  $\frac{16}{9}$  et  $\frac{110}{63}$  :  $\frac{16}{9} = \frac{16 \times 7}{9 \times 7} = \frac{112}{63}$ . Or,  $112 > 110$ . Donc,  $\frac{112}{63} > \frac{110}{63}$  et  $\frac{16}{9} > \frac{110}{63}$ .

Comparer  $-\frac{17}{8}$  et  $-\frac{7}{6}$  : on cherche un multiple commun à 8 et à 6 :

8	6
16	12
24	18
	24

24 est un multiple commun à 8 et à 6.

On a :  $\frac{17}{8} = \frac{17 \times 3}{8 \times 3} = \frac{51}{24}$  et  $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 4}{6 \times 4} = \frac{28}{24}$

De plus,  $51 > 28$ . Donc  $\frac{51}{24} > \frac{28}{24}$  et  $\frac{17}{8} > \frac{7}{6}$ . Par conséquent,  $-\frac{17}{8} < -\frac{7}{6}$ .

Remarque : un autre multiple de 8 et de 6 est :  $8 \times 6 = 48$ .

(ce multiple est plus facile à trouver, mais les calculs seront plus compliqués sans calculatrice)

### III] Addition et soustraction de nombres rationnels

#### Règle

Nombres rationnels de même dénominateur

**Pour additionner (ou soustraire) deux nombres rationnels qui ont le même dénominateur :**

**– on additionne (ou on soustrait) les numérateurs**

**– on garde le dénominateur commun.**

Pour tous nombres a, b et c (avec  $c \neq 0$ ) :  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ ,  $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples :

$$\frac{-7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-7+2}{3} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3} \qquad \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1-3}{5} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$$

#### Règle

Nombres rationnels de dénominateurs différents

**Pour additionner (ou soustraire) deux nombres rationnels de dénominateurs différents, on transforme les deux nombres pour qu'ils aient le même dénominateur et on applique la règle précédente.**

Exemples :

1) On veut calculer  $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ . On cherche le plus petit dénominateur commun :

4	6
8	12
12	

On a donc :  $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{3+10}{12} = \frac{13}{12}$

2) On veut calculer  $\frac{3}{4} - \frac{11}{6}$ .

On a donc :  $\frac{3}{4} - \frac{11}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{11 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} - \frac{22}{12} = \frac{9-22}{12} = \frac{-13}{12} = -\frac{13}{12}$