

Nombres décimaux relatifs – Présentation et comparaison des nombres rationnels

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- ◆ Connaître les nombres rationnels.
- ◆ Déterminer le signe d'un nombre rationnel.
- ◆ Utiliser l'équivalence entre deux nombres rationnels égaux et produits en croix égaux.
- ◆ Simplifier un nombre rationnel.

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

- ◆ Toute construction théorique de nombres rationnels doit être évitée, mais doit plutôt être comptée comme $\frac{a}{b}$, où a est un nombre entier relatif et b un entier relatif non nul, tel que le quotient d'un nombre décimal relatif sur un nombre décimal non nul tend vers à cette écriture. en dehors du parcours.
- ◆ Les symboles pour écrire les ensembles sont considérés comme hors d'usage.

PRE-REQUIS

- ◆ Les opérations sur les nombres entiers naturels et les nombres décimaux positifs.
- ◆ Les nombres décimaux relatifs.
- ◆ Les nombres en écriture fractionnaire.

EXTENSIONS

- ◆ Les quatre opérations sur les nombres rationnels.
- ◆ La puissance d'un nombre rationnel.
- ◆ Calcul littéral.
- ◆ Les équations.
- ◆ Ordres et opérations.
- ◆ La fonction linéaire.

WWW.Dyrassa.com

Effectuer
une suite
d'opération
avec
parenthèses

Calculer la
somme et la
différence
des nombres
relatifs

▪ Règle 3 :

Pour calculer une **expression avec des parenthèses**, on **effectue d'abord** les **calculs entre parenthèses**.

✚ Exemple :

$$\begin{aligned} \text{On a : } D &= \underbrace{(4 + 5)} \times \underbrace{(10 - 7)} \\ &= 20 \times 3 \\ &= 60 \end{aligned}$$

3- Addition et soustraction de deux nombres décimaux relatifs :

▪ Règle :

- Pour calculer la **somme** de deux nombres relatifs de **même signe**, on **garde le signe** et on **additionne les distances à zéro**.
- Pour calculer la somme de deux nombres relatifs de **signes contraires**, on écrit le **signe** du nombre qui a la **plus grande distance à zéro** et on **soustrait les distances à zéro**.
- **Soustraire** un nombre c est lui **ajouter son opposé**: $a - b = a + (-b)$.

✚ Exemples :

Calculer :

$$E = (-6) + (-15,8) = -21,8$$

$$F = (+8,9) + 2,03 = +10,93$$

$$G = 16 + (-9) = +7$$

$$H = -77 + 10 = -67$$

$$I = 17 - (-3) = 17 + (+3) = 20$$

Calculer la multiplication et la division des nombres relatifs

Définir un nombre rationnel

4- Produit et quotient de deux nombres décimaux relatifs :

▪ Règle :

- Le **produit** (ou **quotient**) de deux nombres relatifs de **même signes** est un nombre relatif **positif**.
- Le **produit** (ou **quotient**) de deux nombres relatifs de **signes contraires** est un nombre relatif **négatif**.
- La distance à zéro du produit (ou quotient) est le produit (ou quotient) des distances à zéro.

✚ Exemples :

$$\begin{aligned} (-3) \times (+6) &= -18 ; (-5) \times (-3) = +15 ; (+4) \times (+6) = +24 ; \\ (-10) \div (-5) &= 2 ; 35 \div (+7) = 5 ; 27 \div (-3) = -9 \end{aligned}$$

5- Les parenthèses précédées d'un signe + ou - :

▪ Règle :

- Pour enlever les parenthèses précédées d'un signe «+», on supprime les parenthèses et le signe, et on **garde** les signes des termes entre parenthèses.
- Pour enlever les parenthèses précédées d'un signe «-», on supprime les parenthèses et le signe, et on **change** les signes des termes entre parenthèses.

✚ Exemple :

$$\begin{aligned} \text{On a : } J &= 14 - (-2) + (-3,5) \\ &= \underbrace{14 + 2} - 3,5 \\ &= \underbrace{16} - 3,5 \\ &= \underbrace{\quad\quad\quad}_{12,5} \end{aligned}$$

II. Présentation et comparaison des nombres rationnels :

1) - Définition d'un nombre rationnel :

- Définition :

Signe d'un
nombre
rationnel

• **Activité 1 :**

Parmi les nombres suivants, déterminer les nombres **décimaux relatifs** et les nombres qui **ne sont pas** décimaux relatifs :

8; -10; -0,0012; 3,14; 5,66 ...;
-1,2323 ...; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{3}$

- Un **nombre rationnel** est le **quotient** d'un nombre **entier relatif a** sur un nombre **entier relatif non nul b**.

Le nombre $\frac{a}{b}$ est appelé **nombre rationnel**.

✚ **Exemples :**

Les nombres $\frac{0}{6}$, $\frac{7}{-9}$, $\frac{-13}{-79}$ sont des nombres rationnels, mais $\frac{11}{0}$ n'est pas un nombre rationnel car son **dénominateur** est nul.

○ **Propriété :**

Tout nombre décimal relatif est un nombre rationnel.

✚ **Exemples :**

$$3,6 = \frac{36}{10} ; 22 = \frac{22}{1} ; -0,125 = \frac{-125}{1000}$$

◆ **Remarque :**

Il existe des nombres rationnels qui ne sont pas décimaux.

✚ **Exemple :**

Le nombre rationnel $\frac{7}{3}$ n'est pas un nombre décimal relatif car $\frac{7}{3} = 2,333 \dots$

2) - **Signe d'un nombre rationnel :**

▪ **Règle :**

- Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est **positif** si les nombres **a** et **b** ont **même signes**.
- Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est **négatif** si les nombres **a** et **b** ont **signes contraires**.

○ **Application 2 :**

Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'un **quotient** de deux nombres **entier relatifs** :

0,001 ; -5,23 ; 0 ;
-19,5.

○ **Application 3 :**

Déterminer le **signe** des nombres suivants :

$\frac{-47}{36}$; $\frac{1}{-13}$; $\frac{9}{123}$; $\frac{-8}{-11}$

Egalité de deux nombres rationnels

• **Activité 2 :**

Le but de cette activité est de comparer les deux nombres suivants : $\frac{-31}{22}$ et $\frac{-93}{66}$.

1- Calculer les produits suivants :

$$22 \times (-93) \text{ et } (-31) \times 66 .$$

2- Les produits $22 \times (-93)$ et $(-31) \times 66$ sont-ils égaux ?

3- Les nombres $\frac{-31}{22}$ et $\frac{-93}{66}$ sont-ils égaux ?

✚ **Exemples :**

- Le nombre rationnel $\frac{-13}{-8}$ est **positif**, car le numérateur et le dénominateur ont le même signe.
- Le nombre rationnel $\frac{27}{-5}$ est **négatif**, car le numérateur et le dénominateur ont signes contraires.

3) – **Egalité des nombres rationnels et produits en croix:**

▪ **Règle :**

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ désignent deux nombres rationnels.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$.

Si $a \times d = b \times c$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

✚ **Exemple :**

* **Comparer les nombres rationnels $\frac{-3}{4}$ et $\frac{18}{-5}$:**

On a : $(-3) \times (-5) = +15$;

Et : $4 \times 18 = 72$

On constate que : $(-3) \times (-5) \neq 4 \times 18$

Donc : $\frac{-3}{4} \neq \frac{18}{-5}$.

♦ **Cas particuliers :**

Si $\frac{a}{b}$ un nombre rationnel, alors :

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad ; \quad -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

✚ **Exemples :**

$$\frac{-11}{-9} = \frac{11}{9} \quad ; \quad -\frac{5}{6} = \frac{-5}{6} = \frac{5}{-6}$$

○ **Application 4 :**

Comparer les nombres suivants :

* $\frac{6}{10}$ et $\frac{-2}{3}$.

* $\frac{-8}{-5}$ et $\frac{56}{35}$.

* $\frac{1}{9}$ et $-2,5$.

* $\frac{7}{-3}$ et 5 .

○ **Application 5 :**

Trouver les nombres x, y, z, m et n qui convient :

$$\frac{-5}{9} = \frac{25}{x} \quad ; \quad \frac{4}{y} = \frac{-1}{6} \quad ;$$

$$\frac{1}{-3} = \frac{7}{z} \quad ;$$

$$\frac{18}{m} = \frac{-9}{11} = \frac{n}{121}$$

Simplification d'un nombre rationnel

• **Activité 3 :**

Les nombres $\frac{-5}{3}$ et $\frac{(-5) \times a}{3 \times a}$ sont-ils égaux ? Tel que **a** est un nombre entier relatif non nul.

• **Activité 4 :**

Déterminer la valeur de **x** dans chaque cas suivantes :

$$-7x = -3 ; 2x = -17 ; 2,3x = -5$$

Résoudre les équations

4) – **Simplification d'un nombre rationnel :**

▪ **Règle :**

Si $\frac{a}{b}$ un nombre **rationnel** et **k** un nombre **entier relatif non nul**, alors :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} ; \quad \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

✚ **Exemples :**

$$\frac{-14}{35} = \frac{7 \times (-2)}{7 \times 5} = \frac{-2}{5} ; \quad \frac{-44}{-33} = \frac{(-44) \div (-11)}{(-33) \div (-11)} = \frac{4}{3}$$

5) – **Le nombre rationnel et les équations :**

▪ **Règle :**

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est la solution de l'équation **$ax = b$** tel que **a** et **b** sont deux nombres décimaux relatifs et a non nul.

✚ **Exemples :**

- La solution de l'équation $-2x = 5$ est le nombre rationnel $x = \frac{5}{-2}$.
- La solution de l'équation $-9x = -11$ est le nombre rationnel $x = \frac{-11}{-9}$ c'est – à – dire $x = \frac{11}{9}$.
- La solution de l'équation $2x = -1$ est le nombre rationnel $x = \frac{-1}{2}$.

○ **Application 6 :**

Simplifier les nombres rationnels suivants :

$$\frac{44}{-36} ; \quad \frac{2,8}{10} ; \quad \frac{-150}{9} ;$$

$$\frac{4 \times 9 \times 5 \times 7}{3 \times (-25) \times 3 \times 11}$$