Matière : Mathématiques
Niveau : 1AC
Durée : 12 h

Fractions : Opérations

Professeur :
Etablissement :
Année Scolaire : 2018-2019

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Ecrire un nombre décimal sous forme fractionnaire.
- Réduction d'une fraction.
- Exprimer une fraction par différentes écritures fractionnaires.
- Comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas ou :
  - Les dénominateurs sont les mêmes ;
  - Le dénominateur de l'un est multiple du celui de l'autre.
- Effectuer le produit de deux fractions.
- Ramener le dénominateur décimal à un dénominateur entier.

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

Les fractions sont des acquis de l'école primaire. Mais certaines difficultés peuvent subsister et réapparaitre au collège. Au collège, il s'agit de consolider ces acquis, d'ancrer le sens des fractions et de l'écriture fractionnaire des nombres. Il s'agit aussi d'introduire une nouvelle conception des fractions et de renforcer le sens et les calculs sur les fractions. L'écriture fractionnaire a en effet deux significations : a/b, c'est le quotient de a par b ; mais a /b c'est aussi a × 1/b. dans le premier cas a/b est conçu comme une proportion, dans le second cas a/b est un nombre a part entière.

L'utilisation d'une écriture fractionnaire pour exprimer une proportion, une fréquence est à relier à la notion de quotient. Dans le traitement mathématique des problèmes de la vie courante, les fractions interviennent rarement en tant que nombre. L'utilisation des nombres décimaux est souvent suffisante et doit être privilégiée.

EXTENSIONS

- Factorisation et développement.
- Les équations.
- Les nombres rationnels.
- Théorème de Thalès.

PREREQUIS

- Les opérations sur les nombres entiers et décimaux.
- Les multiples et les diviseurs.
- Les fractions.
- Les critères de divisibilités.

Théorème de Thalès

<table>
<tr><th>Objectif</th><th>Activités</th><th>Contenu de cours</th><th>Applications</th></tr>
<tr>
<td>

Exprimer un nombre sous forme d’écriture fractionnaire

</td>
<td>

Activité 1 :

Recopie puis complète les phrases suivantes :

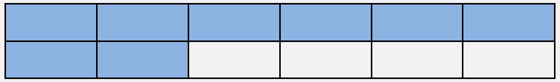


Figure1

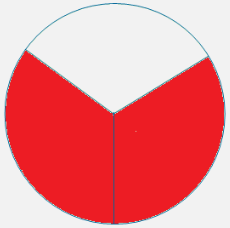


Figure 2

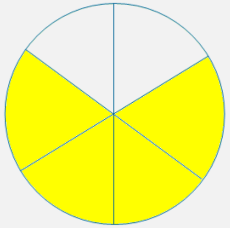


Figure 3

1- L'aire de la région bleue représente ……. de l'aire totale
2- L'aire de la région rouge représente……. de l'aire totale
3- L'aire de la région jaune représente……. de l'aire totale

</td>
<td>

I-Une fraction :

1- Définition :

► **a** et **b** sont deux nombres décimaux avec $\boldsymbol{b \neq 0}$; $\frac{a}{b}$ est le quotient de **a** par **b.** On dit que $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire du quotient **a ÷ b.**
a est le **numérateur** et ***b*** est le **dénominateur :**

Trait de fraction

$$\frac{\textbf{le numérateur}}{\textbf{le dénominateur}}$$

► Si a et b sont deux entiers naturels avec $\boldsymbol{b \neq 0}$; on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction.

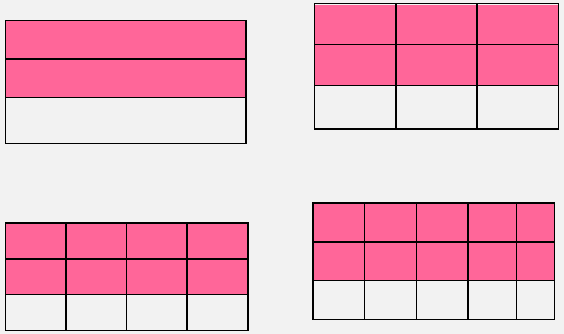
Exemples : $\frac{11}{2}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{9}{2}$ sont des fractions. $\frac{2{,}5}{3}$ et $\frac{1{,}7}{5{,}9}$ sont des écritures fractionnaires

Remarques:

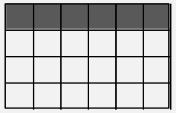
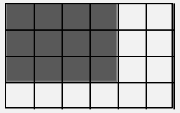
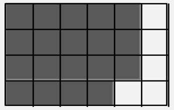
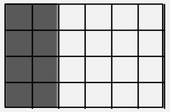
- Tous les entiers sont des fractions: **Par exemple :** 3 est une fraction, car : $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \cdots$
- Tous les décimaux sont des fractions : **Par exemple:** 4,5 et 0,241 sont des fractions, car :

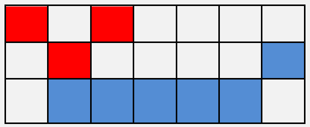
$$4{,}5 = \frac{45}{10} \text{ et } 0{,}241 = \frac{241}{1000}$$

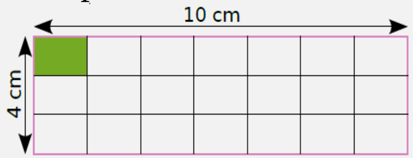
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

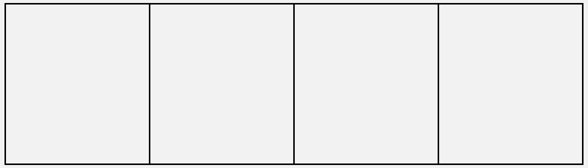
Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Réduction d'une fraction	**Activité 2 :** On considère 4 rectangles symétriques :  1-Exprime par des fractions la partie coloriée de chaque rectangle. 2-Compare ces fractions.	**II-Egalité de fractions :** **Propriété :** Si on multiplie (ou divise) le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, on obtient une fraction égale. On considère trois nombres décimaux **k**, **a** et **b** avec $\mathbf{b \neq 0}$ et $\mathbf{k \neq 0}$: $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$ **Exemples:** $\frac{10}{35} = \frac{\cancel{5}\times 2}{\cancel{5}\times 7} = \frac{2}{7}$ | $\frac{15}{9} = \frac{\cancel{3}\times 5}{\cancel{3}\times 3} = \frac{5}{3}$ $\frac{24}{16} = \frac{24\div 8}{16\div 8} = \frac{3}{2}$ | $\frac{128}{132} = \frac{128\div 4}{132\div 4} = \frac{32}{33}$ **Remarque:** ► Simplifier une fraction c'est l'écrire avec de plus petits numérateur et dénominateur entiers possibles. On dit Alors qu'elle est **irréductible.** Dans les exemples ci-dessus: $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{9}$ et $\frac{32}{33}$ sont des fractions irréductibles.	**Exercice:** 1-Complète les égalités suivantes : $\frac{4}{5} = \frac{16}{...}$; $\frac{18}{27} = \frac{...}{3}$ $\frac{12}{28} = \frac{...}{7}$; $\frac{9}{63} = \frac{1}{...}$ $\frac{5}{9} = \frac{15}{...}$ 2-Trouve le nombre manquant : $\frac{3}{7} = \frac{6}{\ } = \frac{30}{\ } = \frac{\ }{28} = \frac{\ }{49} =$ $\frac{300}{\ } = \frac{9}{\ } = \frac{\ }{21}$ $\frac{5}{2} = \frac{25}{\ } = \frac{\ }{4} = \frac{15}{\ } =$ $\frac{\ }{20} = \frac{45}{\ } = \frac{\ }{10}$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
		Ramener le dénominateur décimal à un dénominateur entier: **Règle :** Pour rendre le dénominateur décimal d'une écriture fractionnaire à un dénominateur entier, on élimine la virgule en multipliant le numérateur et le dénominateur par 10, 100, 1000… **Exemples :** $\frac{3}{0,75} = \frac{3\times100}{0,75\times100} = \frac{300}{75}$; $\frac{0,61}{2,5} = \frac{0,61\times10}{2,5\times10} = \frac{6,1}{25}$ **Remarques:** ►Lorsqu'on multiplie un nombre décimal par 10, 100, 1000,… on déplace la virgule de 1 ; 2 ; 3 … rangs vers la droite . **Exemples :** 28,76 ×10 = 287,6 5,12×100=512 ►Lorsque les chiffres décimaux ne sont pas en assez grand nombre, on se sert de zéros. **Exemples :** 7,5 ×100 =750 ; 7,5 × 1 000 = 7500	**Exercice :** Rends le dénominateur Un nombre entier : $\frac{4}{2,09}$; $\frac{11,8}{6,7}$; $\frac{0,5}{2,24}$ $\frac{7,01}{0,008}$; $\frac{0,34}{4,7}$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Comparaison de deux fractions	**Activité 3 :** 1-Indique la fraction de surface correspondant à la partie colorée : Grille A  Grille B  Grille C  Grille D  2-Quelle est la partie la plus coloriée ? **Activité 4 :** Ahmed a mangé $\frac{1}{3}$ d'une tarte, Ali en a mangé $\frac{1}{6}$ et Maryem en a mangé $\frac{1}{12}$. Qui en a mangé le plus ? Qui en a mangé le moins ?	**III- Comparaison de deux fractions :** **1. Les deux fractions ont le même numérateur :** Si deux fractions ont **le même numérateur**, la plus grande est celle qui a le **dénominateur le plus petit**. **Exemples :** $\frac{14}{8} < \frac{14}{3}$; $\frac{1}{6} > \frac{1}{15}$ **2. Les deux fractions ont le même dénominateur :** Si deux fractions ont **le même dénominateur**, la plus grande est celle qui a **le plus grand numérateur**. **Exemples :** $\frac{19}{7} > \frac{17}{7}$; $\frac{21}{5} < \frac{94}{5}$ **3. Comparer une fraction par rapport à 1 :** -Une fraction, dont le numérateur est plus petit que le dénominateur, est plus petite que 1. **Exemple :** $\frac{51}{53} < 1$ -Une fraction, dont le numérateur est plus grand que le dénominateur, est plus grande que 1. **Exemple :** $\frac{2019}{2018} > 1$	**Exercice :** Compléter par l'un des signes < ou > $\frac{1}{2}\ldots\frac{5}{2}$; $\frac{5}{7}\ldots\frac{5}{9}$ $\frac{12}{3}\ldots\frac{1}{3}$; $\frac{15}{12}\ldots\frac{5}{4}$ $\frac{3}{8}\ldots\frac{6}{16}$; $\frac{6}{11}\ldots\frac{6}{5}$ $\frac{11}{3}\ldots1$; $\frac{5}{7}\ldots1$ $\frac{6}{1{,}3}\ldots1$; $\frac{7}{3}\ldots1$ $1\ldots\frac{5}{8}$; $2\ldots\frac{5}{9}$ $\frac{6}{4}\ldots\frac{5}{12}$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Addition et soustraction de deux fractions	**Activité 5:** 1- a- Représente par une fraction l'aire rouge b- Représente par une fraction l'aire bleue c- Représente par une fraction puis par les deux fractions précédentes les deux aires. 	**IV- Addition et soustraction de deux fractions** **1. Additionner (ou Soustraire) deux fractions ayant le même dénominateur :** **Règle 1** Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions ayant le **même dénominateur** : • on additionne (ou on soustrait) les deux numérateurs. • on conserve leur dénominateur commun. Autrement écrit : $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$ **Exemples** $\frac{11}{5}+\frac{7}{5}=\frac{11+7}{5}=\frac{18}{5}$ | $\frac{27}{9}-\frac{19}{9}=\frac{27-19}{9}=\frac{8}{9}$ **2. Additionner (ou Soustraire) deux fractions ayant des dénominateurs différents :** **Règle 2** On réduit les fractions au même dénominateur puis on ajoute ou on soustrait les numérateurs obtenus en appliquant la règle 1. **Exemples :** $\frac{5}{7}+\frac{11}{21}=\frac{15}{21}+\frac{11}{21}=\frac{15+11}{21}=\frac{26}{21}$ | $\frac{13}{3}-\frac{7}{9}=\frac{39}{9}-\frac{7}{9}=\frac{39-7}{9}=\frac{32}{9}$ $\frac{9}{12}+\frac{7}{8}=\frac{18}{24}+\frac{21}{24}=\frac{18+21}{24}=\frac{39}{24}$ | $\frac{12}{11}-\frac{3}{6}=\frac{72}{66}-\frac{33}{66}=\frac{39}{66}$	**Exercice :** Calcule et simplifie (si c'est possible) la fraction obtenue : $\frac{25}{7}+\frac{6}{7}$; $\frac{22}{3}+\frac{2}{3}$ $\frac{8}{2}+\frac{8}{2}$; $\frac{23}{11}-\frac{10}{11}$ $\frac{35}{42}-\frac{26}{42}$ **Exercice :** Calcule et simplifie (si c'est possible) la fraction obtenue : $\frac{7}{8}+\frac{2}{6}$; $\frac{9}{5}+\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}+\frac{7}{11}$; $\frac{40}{16}-\frac{5}{8}$ $\frac{2}{7}-\frac{12}{49}$; $\frac{7}{2}-\frac{3}{5}$

Objectif	Activités	Contenu de cours	Applications
Multiplication de deux fractions	**Activité 6 :** On considère la figure ci-dessous. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin d'en déduire une règle sur la multiplication de deux fractions.  **1er méthode :** 1-Que représente pour le rectangle vert : · la fraction $\frac{10}{7}$? · la fraction $\frac{4}{3}$? 2-Écris l'opération qui permet de calculer l'aire du rectangle vert. **2 ^{eme} méthode :** 3- Que représente pour le rectangle rose · le produit 10×4 ? · le produit 7×3 ? · le quotient $\frac{10 \times 4}{7 \times 3}$? **Bilan :** 4- À partir des deux méthodes, quelle égalité peut-on écrire ? 5- Selon toi, quelle règle de calcul permet de multiplier deux fractions entre elles.	**V- Multiplication et division de deux fractions :** **1-Multiplication de deux fractions :** **Règle :** Le produit de deux fractions est la fraction dont : • le **numérateur** est le produit des deux numérateurs des deux facteurs. • le **dénominateur** est le produit des deux dénominateurs de deux facteurs. Autrement écrit : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ **Exemples :** $\frac{11}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{11 \times 7}{5 \times 2} = \frac{77}{10}$ $\frac{4}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{4 \times 8}{3 \times 3} = \frac{32}{9}$ $\frac{3}{10} \times 7 = \frac{3}{10} \times \frac{7}{1} = \frac{3 \times 7}{10 \times 1} = \frac{21}{10}$	**Exercice :** Calcule et simplifie (si c'est possible) la fraction obtenue : $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$; $\frac{7}{2} \times \frac{81}{10}$ $\frac{36 \times 124}{12 \times 42}$; $\frac{4}{8} \times \frac{74}{3}$

<table>
<tr><th>Objectif</th><th>Activités</th><th>Contenu de cours</th><th>Applications</th></tr>
<tr>
<td>Division de deux fractions</td>
<td>
Activité 7 :
On considère le rectangle suivant :

1- Colorie $\frac{3}{4}$ du rectangle.
2- Divise la partie colorie aux deux parties égales.
3- Que représente chaque partie pour l’aire totale
4- Déduisez la valeur de $\frac{3}{4} : 2$
5- Calcule $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$
6- Qu’observez-vous ?
</td>
<td>
2-Division de deux fractions :
Définition:
L’inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$.
Exemples :
- L’inverse de $\frac{5}{2}$ est la fraction $\frac{2}{5}$
- L’inverse de 7 est la fraction $\frac{1}{7}$
Règle :
La division de deux fractions c’est la multiplication de la première fraction par l’inverse de la deuxième.
Autrement dit :
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$
➔ La règle permet donc de transformer une division de fraction en une multiplication.
Exemples :
$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{5}{2} \div \frac{6}{7} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{5 \times 7}{2 \times 6} = \frac{35}{12}$$
</td>
<td>
Exercice :
Calcule et simplifie (si c’est possible) la fraction obtenue :
$\frac{7}{2} \div \frac{3}{4}$; $\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$
$9 \div \frac{3}{11}$; $\frac{8}{7} \div 3$
</td>
</tr>
</table>