

Fiche de cours : Les Fractions

Classe : 1^{ère} année parcours international collégial.

Date : 17/09/2018

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 1

Matière : Mathématiques

Ojectifs

- Exprimer un nombre sous forme d'écriture fractionnaire.
- Comparaison des fractions.
- Additionner, soustraire des fractions.
- Calcule le produit de deux fractions.
- Rendre le dénominateur décimal un entier.

Prérequis

- Les opérations sur les entiers et les nombres décimaux.
- Les multiples et les diviseurs.
- les fractions.

Extensions

- Les équations.
- Développement et factorisation.
- Les nombres rationnels.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau - craie

Volume horaire

Les fractions

12h

Contenu de cours

- Les écritures fractionnaires.
- Egalité de deux fractions.
- Comparaison de deux fractions.
- Somme et différence de deux fractions.
- Produit de deux fractions.

Ojectifs

Activité

Remarques

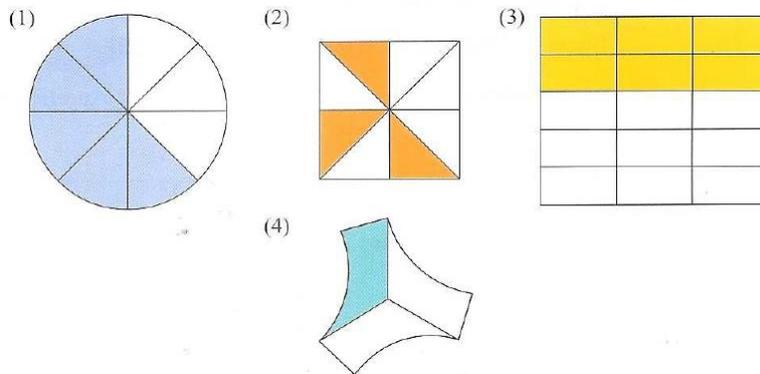
Découvrir
l'écriture
fractionnaire.

Et

La forme d'une
fraction.

Activité :1

1)- Exprimer par une fraction la partie de la figure qui a été colorié :



La fraction qui exprime la partie coloriée dans la :

+ La figure (1) ———>

+ La figure (2) ———>

+ La figure (3) ———>

2)- A quelle opération mathématique correspond la fraction $\frac{7}{4}$?

3)- Trouver l'écriture décimale de la fraction $\frac{7}{4}$

4)- Dans la fraction $\frac{7}{4}$, comment appelle-t-on le nombre 7 ? et le nombre 4 ?

Durée :
20 min

1)– Ecriture fractionnaire.

Définition : 1

Soient a et b deux nombres entiers avec $b \neq 0$

■ Le quotient de a par b est le nombre c tel que

$$a = b \times c$$

ce quotient se note $\frac{a}{b}$

■ La notation $\frac{a}{b}$ est appelé une fraction ,

le nombre a appelé numérateur , le nombre

b est appelé dénominateur.

Exemples :

$$\frac{7}{5} ; \frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{8}{3} ; \frac{20}{11}$$

Remarque :1

$\frac{3}{4}$ est une fraction

$\frac{3,1}{4}$ n'est pas une fraction , mais une écriture fractionnaire.

Remarque:2

Tout nombre entier peut se mettre sous forme de fraction.

Exemple :

$$12 = \frac{12}{1} ; 5 = \frac{5}{1} ; 2 = \frac{2}{1}$$

Durée :

20 min

Résumé de cours

Remarques

Remarque:3

Certaines fractions peuvent être des nombres décimaux,
par exemple :

$$\frac{5}{4} = 1,25 \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1,5 \quad ; \quad \frac{2}{10} = 0,2$$

En revanche, certaines fractions ne sont pas de nombres décimaux, par exemple $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal car la division $2 \div 3$ ne s'arrête jamais.

Tous les nombres décimaux peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000,.....

Par exemple :

$$3,2 = \frac{32}{10} \quad ; \quad 1,23 = \frac{123}{100} \quad ; \quad 0,115 = \frac{115}{1000}$$

Durée :

20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 1

e1)- Dessiner un rectangle et colorie la partie qui représente $\frac{1}{8}$.

2)- Dessiner un cercle et colorie la partie qui représente $\frac{3}{4}$.

Durée :

15 min

Egalité de fractions.

Ojectifs

Activité

Remarques

Egalité de fractions.

Et

Simplifications.

Activité :2

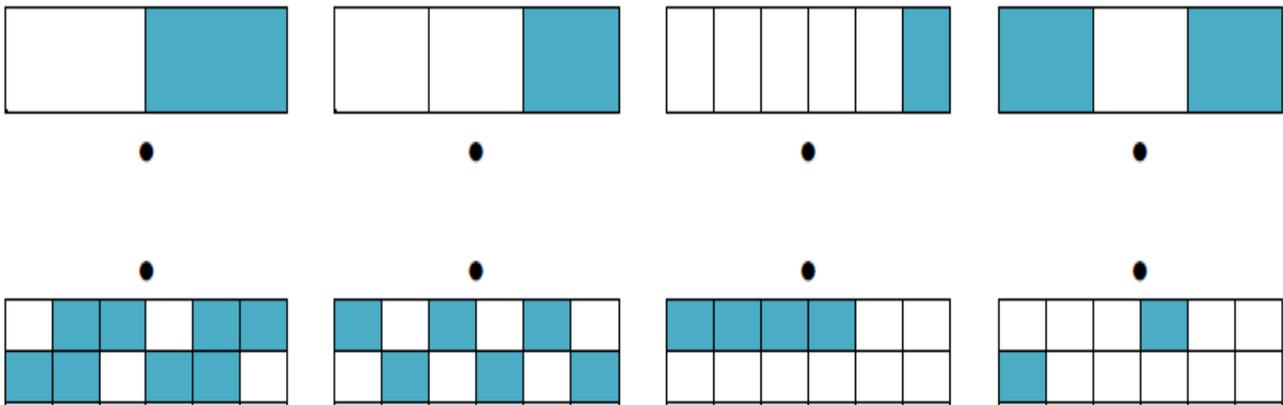
Voir fichie au-dessous.

Durée :

20 min

Activité : 2

1) Relier par un trait les figures dont les proportions de surface grisée sont égales.



2) En déduire les égalités de fractions correspondantes :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

3) Comment passe-t-on d'une fraction à sa fraction égale avec une même opération sur le numérateur et le dénominateur ?

.....

.....

2)- Egalité de fractions.

Propriété : 1

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, alors on obtient une nouvelle fraction.

Si $\frac{a}{b}$ une fraction et k ($k \neq 0$) un nombre décimal

non nul. Alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} &= \frac{5 \times 3}{9 \times 3} & \frac{12}{14} &= \frac{12 \div 2}{14 \div 2} \\ &= \frac{15}{27} & &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

Définition : 2 (Simplifier une fraction)

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemples :

* Simplification de la fraction $\frac{4}{6}$.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$$

Durée :

20 min

Exemples :

* Simplification de la fraction $\frac{4}{6}$.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$$
$$= \frac{2}{3}$$

* Simplification de la fraction $\frac{51}{45}$.

$$\frac{51}{45} = \frac{51 \div 3}{45 \div 3}$$
$$= \frac{17}{15}$$

Remarque : 4

Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité.

* Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 4, 6 ou 8.

* Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

* Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

* Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Durée :20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 2

- Simplifier le plus possible :

$$\frac{18}{8} ; \frac{8}{64} ; \frac{25}{95}$$
$$\frac{49}{7} ; \frac{21}{49} ; \frac{300}{21}$$

Durée :

15 min

Comparaison de fractions.

Ojectifs

Activité

Remarques

Savoir
comparer deux
fraction

Activité :3

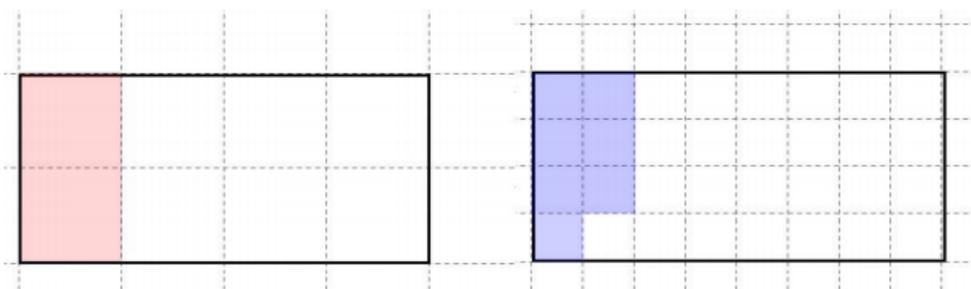
Voir fichie au-dessous.

Durée :

20 min

On a tracé ci-dessous deux rectangles de même aire.

1. Sur la figure ci-dessous, quelle fraction du rectangle correspond à la zone colorée en rouge ?
Même question pour le rectangle de droite et la zone colorée en bleu.
2. A l'aide du graphique, comparer les deux fractions obtenues.
3. Compléter : Dans le rectangle de gauche, la zone colorée en rouge correspond à $\frac{\dots}{32}$ du rectangle.
On a en effet $\frac{\dots}{8} = \frac{\dots}{32}$
Sans utiliser le graphique, peut-on alors comparer les deux fractions de la question 1. ? comment ?
4. Compléter : Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient le même
On peut aussi les comparer si elles ont le même



3)- Comparaison de fractions :

A/ - Comparaison de fractions ayant le même dénominateur.

Propriété :2

Si deux fractions ont le même dénominateur la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple :1

* Comparons $\frac{7}{3}$ et $\frac{2}{3}$.

On a les deux fractions $\frac{7}{3}$ et $\frac{2}{3}$ ont le même dénominateur.

et comme $7 > 2$

Alors $\frac{7}{3} > \frac{2}{3}$

Exemple :2

* Comparons $\frac{5}{17}$ et $\frac{27}{17}$.

On a les deux fractions $\frac{5}{17}$ et $\frac{27}{17}$ ont le même dénominateur.

et comme $5 < 27$

Alors $\frac{5}{17} < \frac{27}{17}$

Durée :

20 min

Propriété :3

Des fractions ayant le même dénominateur sont rangées dans l'ordre de leurs numérateurs.

Exemple :

Rangeons les fractions suivantes dans l'ordre décroissant :

$$\frac{2}{10} ; \frac{3}{10} ; \frac{1}{10}$$

On a toutes les fractions ont le même dénominateur.

et comme $1 < 2 < 3$

$$\text{Alors } \frac{1}{10} < \frac{2}{10} < \frac{3}{10}$$

B/ - Comparaison de fractions ayant le même numérateur.Propriété :4

Si deux nombres ont le même numérateur alors le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur.

Exemple :1

Comparons $\frac{3}{7}$ et $\frac{3}{5}$

On a les deux fraction $\frac{3}{7}$ et $\frac{3}{5}$ ont le meme numérateur.

Durée :

20 min

et comme $5 < 7$

Alors $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

Exemple :2

Rangeons les fractions suivantes dans l'ordre décroissant :

$$\frac{6}{7} ; \frac{6}{13} ; \frac{6}{5}$$

on a toutes les fractions ont le meme numerateur

et comme $5 < 7 < 13$

alors $\frac{6}{5} > \frac{6}{7} > \frac{6}{13}$

B/ - Comparaison de fractions ou l'un des dénominateur est un multiple de l'autre .

Règle :1

Pour comparer deux fractions ou l'un des dénominateurs est un multiple de l'autre, on écrit les deux fractions avec le même dénominateur.

Exemple :

Comparons $\frac{6}{5}$ et $\frac{4}{15}$

Mettons les deux fractions $\frac{6}{5}$ et $\frac{4}{15}$ au meme dénominateur.

Durée :

20 min

Résumé de cours

Remarques

$$\begin{aligned} \text{On a : } \frac{6}{5} &= \frac{6 \times 3}{5 \times 3} \\ &= \frac{18}{15} \end{aligned}$$

Alors la comparaison de $\frac{6}{5}$ et $\frac{4}{15}$ revient à

$$\text{comparer } \frac{18}{15} \text{ et } \frac{4}{15}.$$

Comme $4 < 18$

$$\text{Alors } \frac{4}{15} < \frac{18}{15}$$

$$\text{Donc } \frac{4}{15} < \frac{6}{5}$$

Durée :

20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 3

1) – compare les fractions suivantes:

$$\frac{5}{3} \text{ et } \frac{34}{3} \quad ; \quad \frac{11}{42} \text{ et } \frac{3}{42}$$

$$\frac{4}{17} \text{ et } \frac{31}{17} \quad ; \quad \frac{12}{25} \text{ et } \frac{17}{25}$$

2)

– Range ces fractions dans l'ordre décroissant

$$\frac{9}{21} ; \frac{2}{21} ; \frac{3}{21} ; \frac{15}{21}$$

Durée :

15 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 4

1) – *compare les fractions suivantes:*

$$\frac{5}{3} \text{ et } \frac{5}{7} ; \frac{13}{4} \text{ et } \frac{13}{7}$$

2)

– Range ces fractions dans l'ordre croissant

$$\frac{3}{5} ; \frac{3}{4} ; \frac{3}{20} ; \frac{3}{10}$$

Exercice d'application : 5

– *compare les fractions suivantes:*

$$\frac{7}{24} \text{ et } \frac{13}{6} ; \frac{5}{8} \text{ et } \frac{3}{4} ; \frac{3}{5} \text{ et } \frac{2}{25}$$

Durée :

15 min

Addition et soustractions de fractions.

Ojectifs

Activité

Remarques

Savoir
additionner

et
soustraire deux
fractions

Activité :3

Voir fichie au-dessous.

Durée :

20 min

■ Partie A : Découvrir l'addition de certaines fractions



- 1) a - Quelle est la somme de trois ballons et de deux ballons ? _____
b - Quelle est la somme de trois septièmes et de deux septièmes ? _____
c - En déduire le résultat de $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$. _____
- 2) Calcule en justifiant $\frac{6}{11} + \frac{3}{11}$ _____
- 3) Complète la phrase :
« Pour **additionner** deux fractions qui ont le même _____, on additionne les _____ et on garde le _____.»

■ Partie B : Découvrir la soustraction de certaines fractions

- 1) a - Quelle est la différence entre sept cinquièmes et trois cinquièmes ? _____
b - En déduire le résultat de $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$. _____
- 2) Calculer en justifiant $\frac{11}{3} - \frac{7}{3}$ _____
- 3) Complète la phrase :
« Pour **soustraire** deux fractions qui ont le même _____, on _____
_____.»

4)- Addition et soustraction de fractions.**a)- Les dénominateurs sont les mêmes.****Règle : 2**

Pour additionner (ou pour soustraire) deux fractions de même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemples :

$$\frac{11}{3} + \frac{5}{3} = \frac{11 + 5}{3}$$

$$= \frac{16}{3}$$

$$\frac{11}{5} - \frac{7}{5} = \frac{11 - 7}{5}$$

$$= \frac{4}{5}$$

b)- Un dénominateur un multiple de l'autre.**Règle : 3**

Pour additionner (ou soustrait) deux fractions lorsque le dénominateur de l'un est multiple du dénominateur de l'autre :

On écrit les deux fractions avec le même dénominateur et on applique la règle 2.

Durée :

20 min

Résumé de cours

Remarques

Exemples

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} - \frac{1}{15} &= \frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{1}{15} \\ &= \frac{10}{15} - \frac{1}{15} \\ &= \frac{9}{15}\end{aligned}$$

Durée :

20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 6

1-Calcule.

$$A = \frac{3}{4} + \frac{7}{4} ; B = \frac{6}{9} + \frac{10}{9} ; C = \frac{4}{5} + \frac{12}{5}$$

$$D = \frac{14}{6} - \frac{7}{6} ; E = \frac{17}{5} - \frac{2}{5}$$

2-Calcule.

$$E = \frac{13}{2} + \frac{7}{8} ; F = \frac{4}{9} - \frac{2}{81}$$

$$D = \frac{3}{4} + \frac{6}{9}$$

Durée :

15 min

Produit et quotient de fractions.

Ojectifs

Savoir
multiplier
deux fractions

Activité

Activité :4

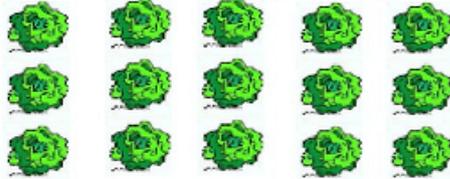
Voir fichie au-dessous.

Remarques

Durée :

20 min

1) a - Début Mai, Ahmed a planté dans son jardin 3 rangées de 5 salades.



b - Fin Juin, il lui restait $\frac{4}{5}$ des salades. Entoure en rouge les salades qu'il lui reste fin Juin.

c - Fin Juillet, $\frac{2}{3}$ des salades restantes avaient survécu. Entoure en bleu les salades qu'il lui reste fin Juillet.

2) a - Combien de salades Ahmed a-t-il plantées début Mai ? _____

b - Combien de salades possède-t-il fin Juillet ? _____

c - A quelle proportion correspond la fraction $\frac{8}{15}$? _____

3) La proportion de salades restantes fin Juillet par rapport aux salades plantées est $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}. \text{ Complète } \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} =$$

4) Que remarque-t-on concernant les numérateurs des trois fractions ? _____

Que remarque-t-on concernant les dénominateurs des trois fractions ? _____

5) Complète la phrase :

« Pour **multiplier** deux fractions, on _____ et on _____ ».

Résumé de cours

Remarques

5)- Produit et quotient de deux fractions.

a)- Multiplier deux fractions.

Règle : 4

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Durée :

20 min

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{5}{7} \times 6 &= \frac{5}{7} \times \frac{6}{1} \\ &= \frac{5 \times 6}{7 \times 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} &= \frac{3 \times 2}{5 \times 7} \\ &= \frac{6}{35}\end{aligned}$$

a)- Quotient deux fractions.

Définition : (l'inverse d'une fraction)

L'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$.

Exemple :

* L'inverse de $\frac{3}{2}$ est $\frac{2}{3}$.

* L'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$.

Remarque :

Deux nombres sont inverses lorsque leur produit est égal à 1.

Exemple :

$$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 7}{7 \times 3} = \frac{21}{21} = 1$$

donc $\frac{3}{7}$ et $\frac{7}{3}$ sont inverses.

Durée :

20 min

Résumé de cours

Remarques

Règle : 5 (Division de deux fractions)

Le quotient de deux fractions est le produit de la première fraction par l'inverse de la deuxième.

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} &= \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} \div \frac{11}{4} &= \frac{3}{7} \times \frac{4}{11} \\ &= \frac{3 \times 4}{7 \times 11} \\ &= \frac{12}{77}\end{aligned}$$

Durée :

20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 7

Calcule.

$$A = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} ; B = \frac{5}{6} \times \frac{11}{7}$$

$$C = \frac{8}{9} \times \frac{11}{13} ; D = \frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$$

$$E = \frac{5}{6} \div \frac{6}{11} ; F = 1 \div \frac{3}{5}$$

Durée :

15 min