Fiche de cours : Angles et triangles.

Classe : 1ère année parcours international collégial.

Date : 26/11/2020

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 9

Matière : Mathématiques

Objectifs

- Reconnaître le vocabulaire concernant un angle : côté, sommet.
- Reconnaître les angles particuliers.
- Savoir si deux angles sont adjacents.
- Reconnaître et utiliser la somme des angles d'un triangle.
- Reconnaître les triangles particuliers.
- Reconnaître et utiliser les relations entre les mesures des angles aigus des triangles particuliers.
- Utiliser les angles pour résoudre des problèmes géométriques.
- Connaître l'inégalité triangulaire.

Prérequis

- Angles aigus, obtus et droit.
- Mesure et comparaison des longueurs.
- Parallélisme et perpendicularité.
- Triangles particuliers (Rectangle, isocèle et équilatéral).
- Axe de symétrie.
- Mesures des angles.

Extensions

- Bissectrices et hauteurs d'un triangle.
- Parallélogramme.
- Quadrilatère particuliers.
- Activité numériques et géométriques.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie- compas – équerre – rapporteur.

Contenu de cours

- Angles.
- Angles particuliers.
- Somme des angles d'un triangle.
- Triangles particuliers.
- Inégalité triangulaire.

Volume horaire

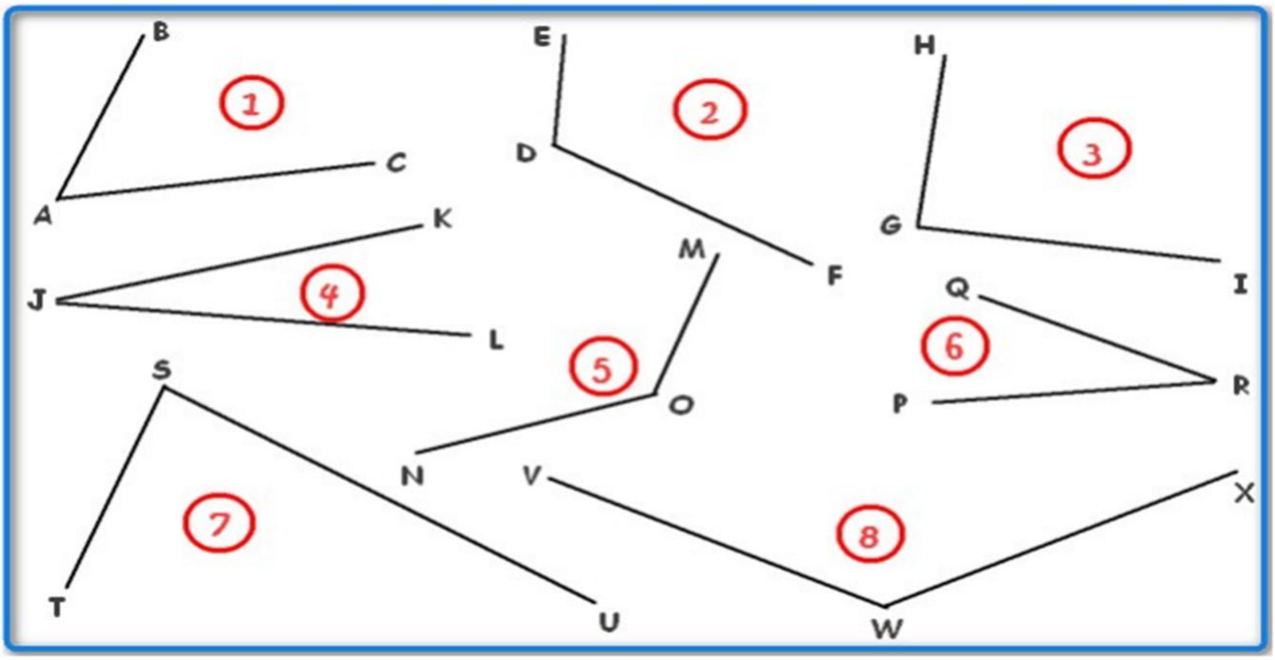
Angles et triangles	12h

Angles.

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir la notion d'angle et quelque angles particuliers.	**Activité :1** (Voir fichier ci-dessous)	Durée : 20 min

Activité : 1

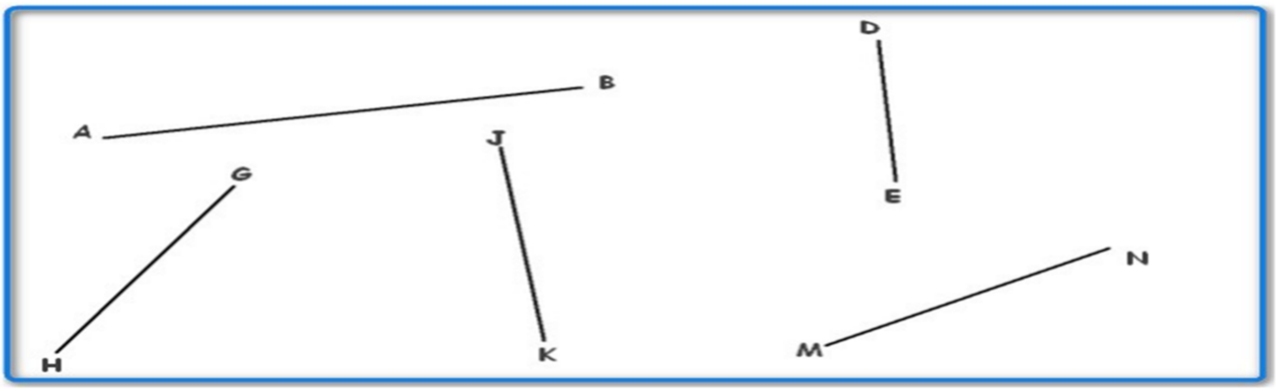
Partie : I



Complète le tableau suivant :

Angles n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Mesure en degré								

- **Construire un angle de mesure donnée**



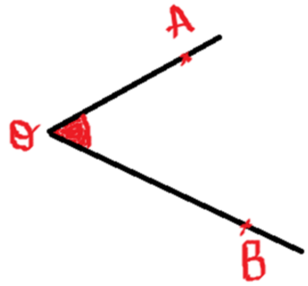
Construis les angles $\widehat{ABC} = 52°$; $\widehat{EDF} = 21°$; $\widehat{GHI} = 105°$; $\widehat{JKL} = 90°$; $\widehat{MNO} = 148°$.

Résumé de cours	Remarques

I) – Angles : définitions et vocabulaires.

La figure à côté *s'appelle* : *Angle*.

Et se note : $\widehat{AOB}$



∗ *Le point O est le sommet de l'angle* $\widehat{AOB}$.

∗ *Les demi – droites* $[OA)$ *et* $[OB)$ *sont les côtés de l'angle* $\widehat{AOB}$.

II) – Angles particuliers.

1) – Angle nul.

Un angle nul mesure $0°$, *ses deux côtés sont confon*
l'un sur l'autre.

Exemple :

$\widehat{HOK}$ *est un angle nul*.

2) – Angle aigu.

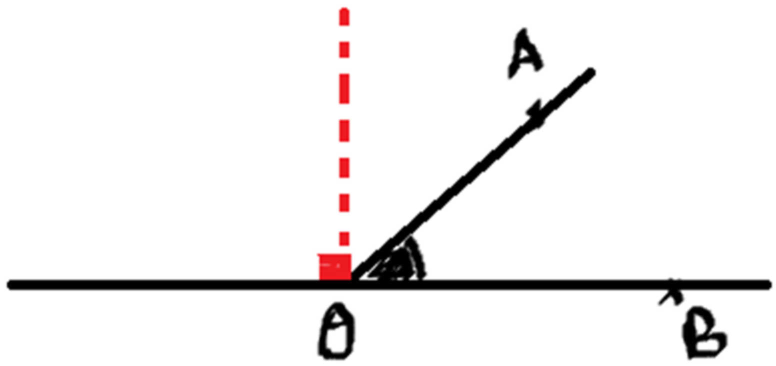
Un angle aigu est un angle dont sa mesure est comprise entre $0°$ *et* $90°$.

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

Exemple :

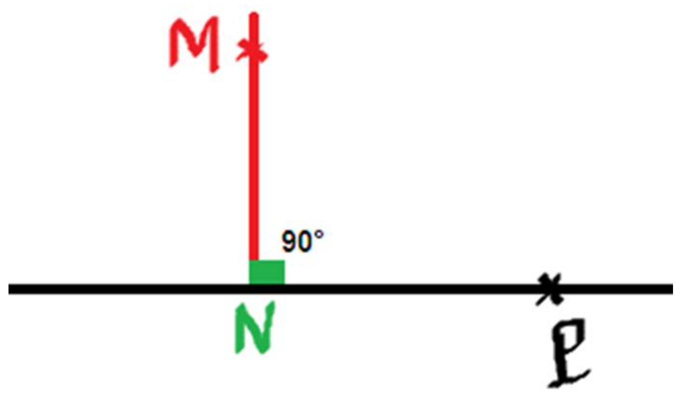


$\widehat{AOB}$ ***est un angle aigu.***

3) – *Angle droit.*

Un angle droit est un angle dont sa mesure est égale à $90°$.

Exemple :



$\widehat{MNP}$ ***est un angle droit.***

Et on a : $\widehat{MNP} = 90°$

Durée :

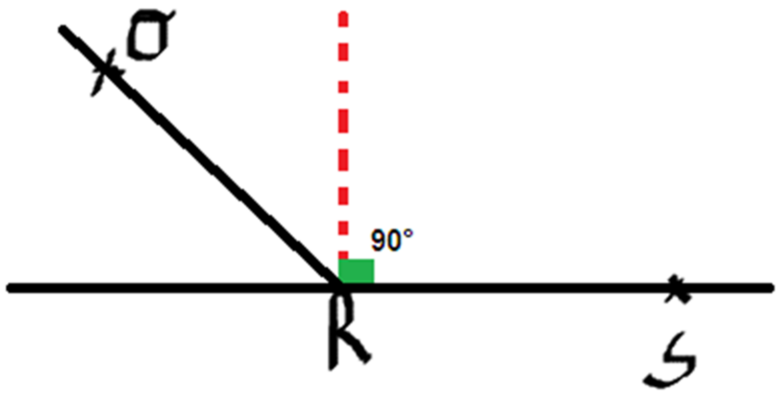
20 min

Résumé de cours	Remarques

4) – Angle obtus.

Un angle obtus est un angle dont sa mesure est comprise entre $90°$ *et* $180°$.

Exemple :

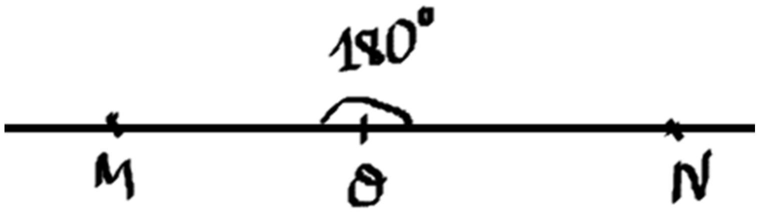


$\widehat{SRO}$ *est angle obtus*.

5) – Angle plat.

Un angle plat est un angle dont sa mesure est égale à $180°$.

Exemple :



$\widehat{MON}$ *est un angle plat*.

Et on a : $\widehat{MON} = 180°$

Durée :

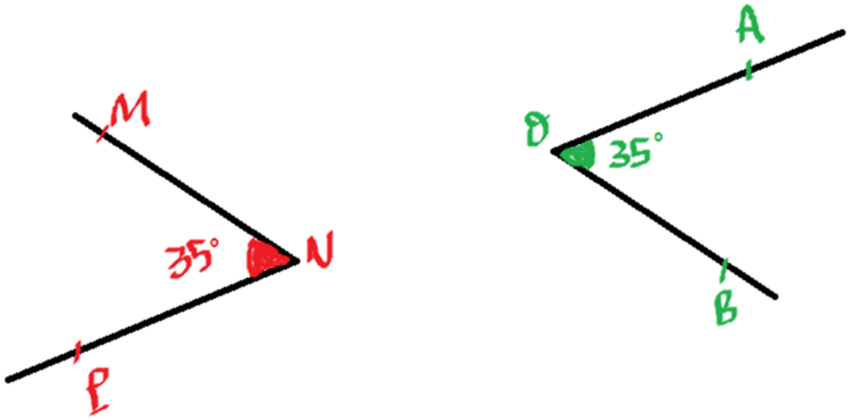
20 min

Résumé de cours	Remarques

5) – *Angles égaux.*

Deux angles sont dites égaux s'ils ont la même mesure.

Exemple :



Les deux angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{MNP}$ sont égaux.

$$Et\ on\ a : \widehat{AOB} = \widehat{MNP}$$

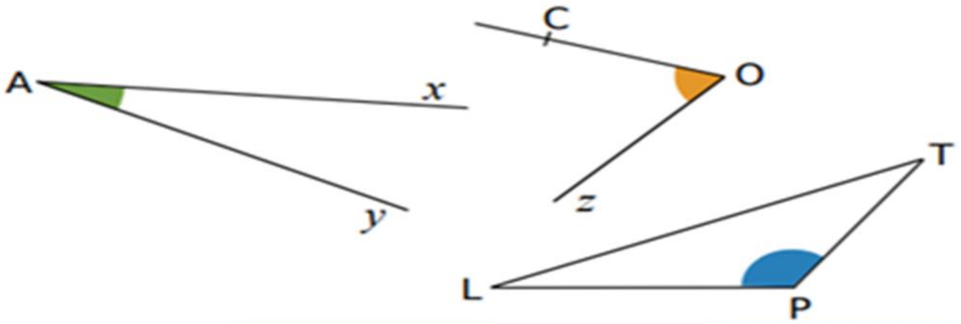
Durée :

20 min

Application	Remarques

Exercice d'application : 1

Recopie et complète le tableau ci-dessous.



Angle	vert	orange	bleu
Nom			
Sommet			
Côtés	… et …		

Durée :

15 min

Application	Remarques
Exercice d'application : 2 Donne la nature de chacun des angles.	Durée : 15 min

$\widehat{ABC}$	$\widehat{FED}$	$\widehat{HIJ}$	$\widehat{KLM}$	$\widehat{OPS}$	$\widehat{XVZ}$
80°	13,5°	180°	98,4°	89,5°	105°

Angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires et angles opposés par le sommet.

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir les angles adjacents, complémentaires, supplémentaires et angles opposés par le sommet.	**Activité :2** **(Voir fichier ci-dessous)**	Durée : 20 min

Activité : 2

Partie : I

1. a. Sur papier uni, tracer les cinq angles suivants :

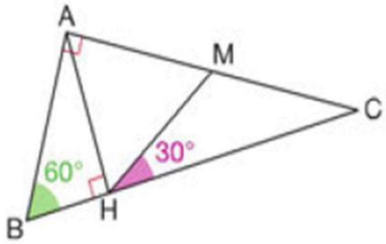
$\widehat{ABC} = 34°$, $\widehat{DEF} = 108°$, $\widehat{GHI} = 82°$, $\widehat{JKL} = 72°$, $\widehat{MNO} = 56°$.

b. Citer deux de ces angles dont la somme des mesures est 90°.
On dit que ces deux angles sont **complémentaires**.

c. Citer deux de ces angles dont la somme des mesures est 180°.
On dit que ces deux angles sont **supplémentaires**.

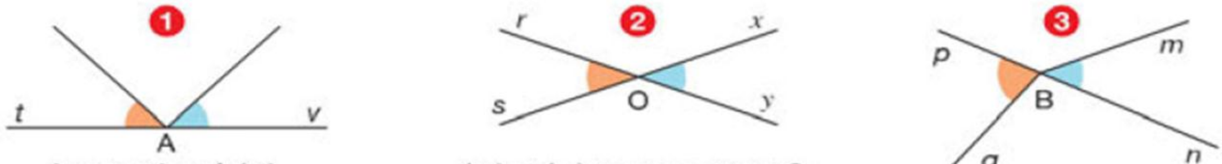
2. Deux angles sont **adjacents** lorsqu'il ont le même sommet, un côté en commun et sont situés de part et d'autre de ce côté commun.
Sur la figure ci-contre, nommer deux angles :

a. complémentaires et adjacents ;
b. complémentaires et non adjacents ;
c. supplémentaires et adjacents ;
d. supplémentaires et non adjacents ;
e. adjacents ni complémentaires ni supplémentaires.



Partie : II

Angles opposés par le sommet



A appartient à (vt). (sx) et (ry) se coupent en O.

a. Laquelle de ces figures admet un centre de symétrie ? Quel est ce centre ?
b. Pour cette figure, que peut-on dire alors des deux angles codés ?
On dit que ces deux angles sont **opposés par le sommet**.
c. Tracer deux droites sécantes en E et coder les angles opposés par le sommet.

Résumé de cours	Remarques

6) – *Angles adjacents.*

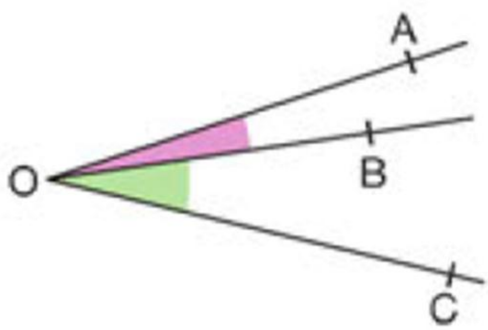
Définition: 1

***Deux angles sont adjaccents lorsqu'ils ont*:**

*** Le même sommet.**

*** Un côté commun et sont situés de part et d'autre du côté commun.**

Exemple:



Les deux angles $\widehat{AOB}$ ***et*** $\widehat{BOC}$ ***sont adjacents*:**

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

Les deux angles $\widehat{AOB}$ *et* $\widehat{BOC}$ *sont adjacents*:

commun et ils sont de part et d'autre du côté $[OB]$.

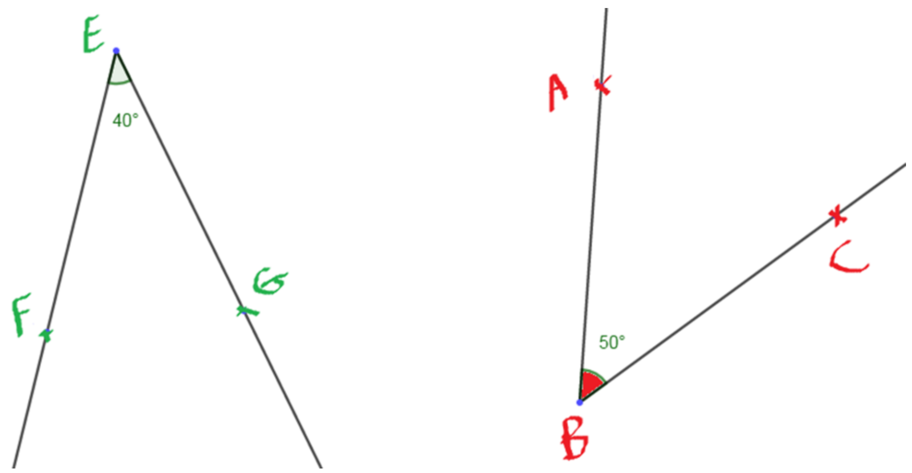
Et on a: $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC}$

7) – *Angles complémentaires.*

Définition: 2

> *Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à* $90°$.

Exemple:



Les deux angles $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{EFG}$ *sont complémentaires car la somme de leurs mesures est égale à* $90°$.

Et on a: $\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 90°$

8) – *Angles supplémentaires.*

Définition: 3

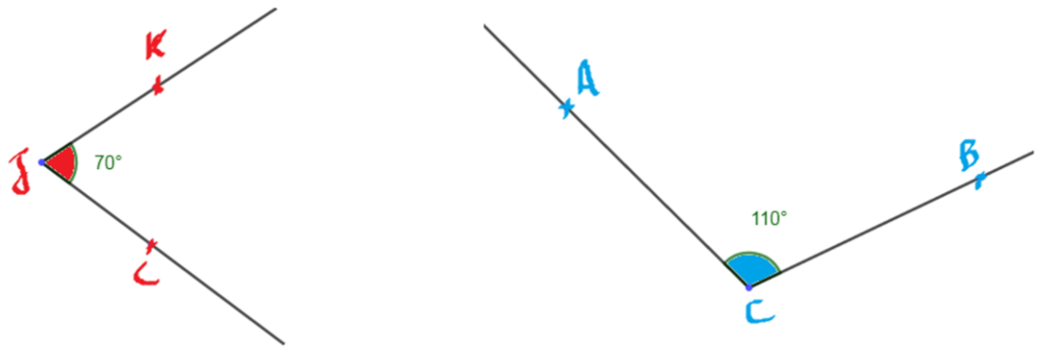
> *Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à* $180°$

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

***Exemple*:**



Les deux angles $\widehat{KJC}$ et $\widehat{ACB}$ sont supplémentaires car la somme de leurs mesures est égale à $180°$.

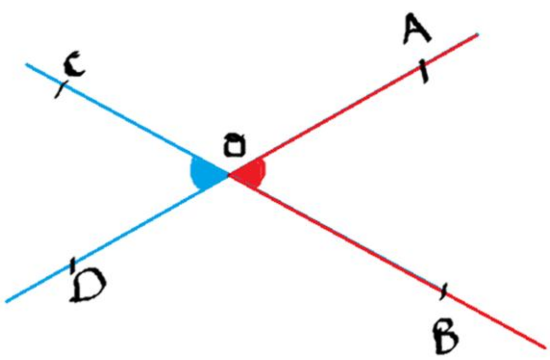
Et on a: $\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 180°$

9) – *Angles opposés par le sommet.*

Définition: 4

> ***Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu'ils ont le même sommet et que leurs côtés sont dans le prolongement l'unde l'autre.***

***Exemple*:**



$\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ deux angles opposés par le sommet.

Durée :

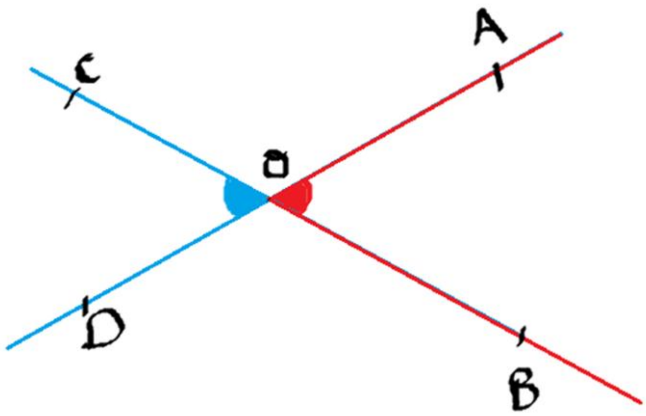
20 min

Résumé de cours	Remarques

Propriété: 1

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

Exemple:



On a : $\widehat{DOC} = \widehat{AOB}$ ***, car ils sont opposés par le sommet.***

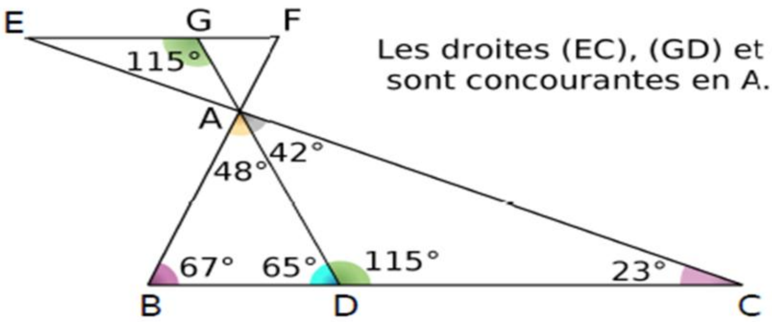
Durée : 20 min

Application	Remarques

Exercice d'application : 3

Nomme, en justifiant, deux angles de la figure, codés ou non :

a. complémentaires et adjacents ;
b. complémentaires et non adjacents ;
c. supplémentaires et adjacents ;
d. supplémentaires et non adjacents ;
e. opposés par le sommet.



Les droites (EC), (GD) et (BF) sont concourantes en A.

Durée : 15 min

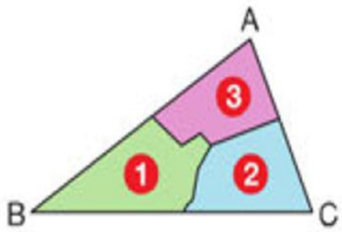
Somme des angles d'un triangle.

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir la propriété de la somme des angles d'un triangle.	**Activité :3** **(Voir fichier ci-dessous)**	**Durée :** **20 min**

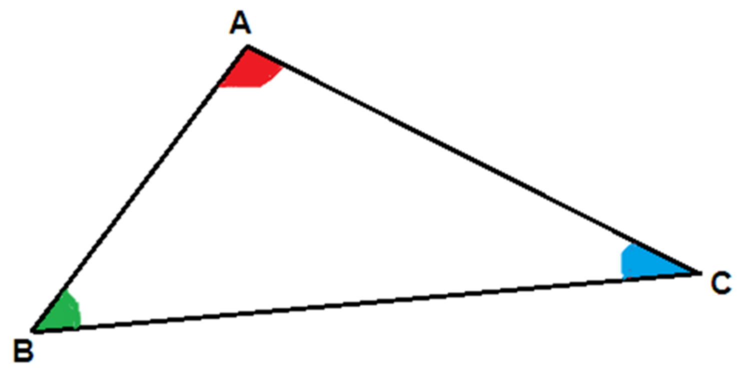
Activité : 3

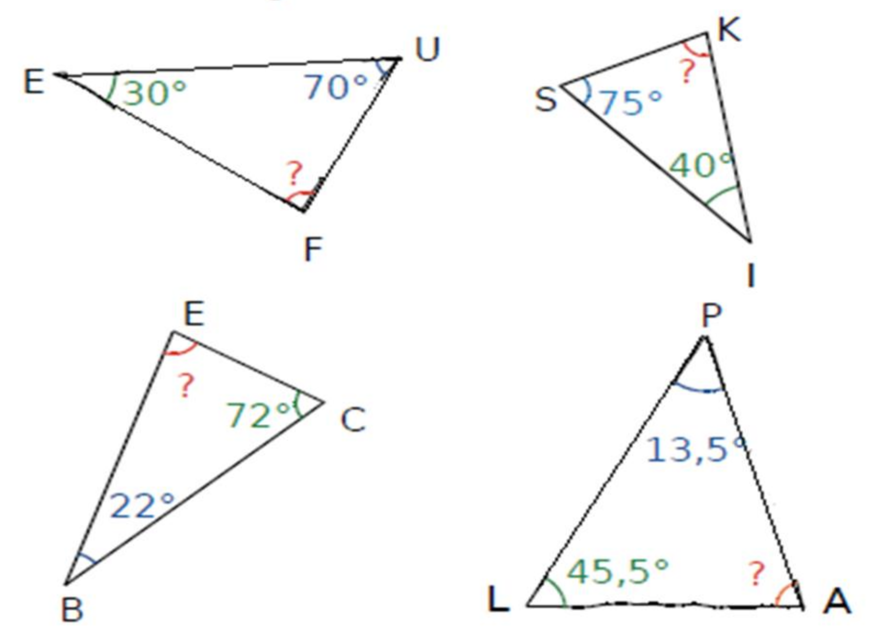
Somme des mesures des angles d'un triangle

a. Tracer sur papier uni un triangle ABC.
b. Découper ses trois angles comme ci-contre et les assembler pour qu'ils soient deux à deux adjacents. Que peut-on conjecturer sur la somme des mesures de ces angles ?



Résumé de cours	Remarques
III) – Somme des angles d'un triangle. ***Propriété : 2*** ***Dans un triangle la somme des mesures des trois angels est égale à 180°.***	**Durée :** **20 min**

Résumé de cours	Remarques
Exemple : *ABC un triangle.*  **On a:** $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$	Durée : 20 min

Application	Remarques
Exercice d'application : 4 **1.** Dans chaque cas ci-dessous, calcule la mesure de l'angle inconnu. 	Durée : 15 min

Triangles particuliers : triangle rectangle.

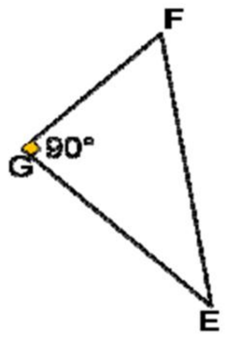
Objectifs	Activité	Remarques

Objectifs

Découvrir le triangle rectangle et ses propriétés.

Activité

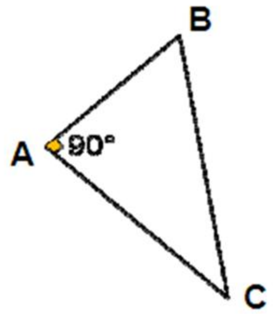
Activité : 4



1) – *Déterminer la nature du triangle EFG* ?

……………………………………………………………………………

2) – *ABC un triangle rectangle en A.*

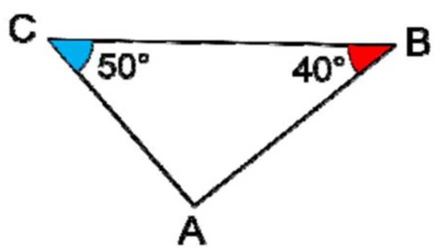


–*Calculer* : $\widehat{ABC} + \widehat{ACB}$

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

2) – *Déterminer la nture du triangle ABC.*



……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Remarques

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

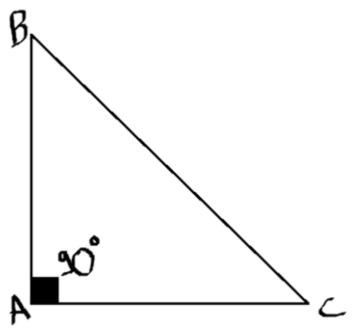
IV) – Triangles particuliers.

1) – Triangle rectangle.

Définition : 5

Un triangle rectangle est triangle qui possède un angle droit (90°).

Exemple :



ABC un triangle rectangle en A.

Propriété : 3

Si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus sont complémentaires.

Propriété : 4

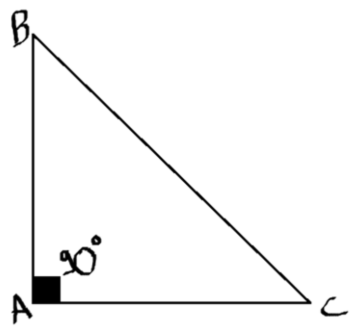
Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

Exemple:



ABC *un triangle rectangle.*

$\xrightarrow{\text{Propriété : 3}}$

$\xleftarrow{\text{Propriété : 4}}$

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$$

Durée :

20 min

Application	Remarques

Exercice d'application : 5

EFG *un triangle rectangle en* F *tel que*:

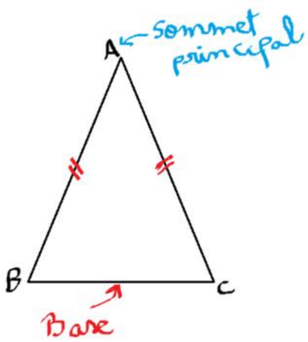
$$FG = 3cm \quad ; \quad \widehat{EGF} = 30$$

$-$*Déterminer la mesure de l'angle*: $\widehat{FEG}$.

Durée :

15 min

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir le triangle isocèle et ses propriétés.	**Activité : 5** 1) – a – Construire un triangle ABC isocèle en A. –b – En utilisant le rapporteur compare les deux angles à la base du triangle ABC. 2) – a – Contruire un triangle EFG tel que : $\widehat{EFG} = \widehat{EGF}$ –b – En utilisant le compas compare: EF et EG. –c – Déduire la nature du triangle EFG.	Durée : 20 min

Résumé de cours	Remarques
2) – Triangle isocèle. **Définition: 5** Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur. **Exemple:**  ABC est un triangle isocèle en A.	Durée : 20 min

Résumé de cours	Remarques

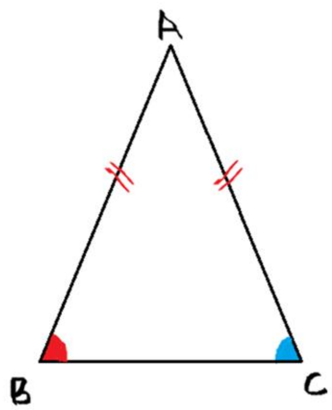
Propriété: 5

Si un triangle est isocèle alors ses deux angles à la base sont égaux.

Propriété: 6

Si un triangle a deux angles égaux alors il est isocèle.

Exemple:



ABC un triangle isocèle.	Propriété : 5 $\longrightarrow$ Propriété : 6 $\longleftarrow$	$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Durée :

20 min

Application	Remarques
Exercice d'application : 6 MNP un triangle rectangle isocèle en P tel que : $\widehat{MNP} = 50°$ et $MP = 4cm$ $-$Calculer la mesure de l'angle: $\widehat{PMN}$ et $\widehat{PNM}$	Durée : 15 min

Triangles particuliers : triangle équilatéral.

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir le triangle équilatéral et ses propriétés.	**Activité : 6** ABC un triangle équilatéral tel que : $BC = 3cm$. 1) $-$ Compare les mesures des deux angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. 2) $-$ Compare les mesures des deux angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$. 3) $-$ quelle la mesure des trois angles du triangle Justifier ta réponse.	Durée : 20 min

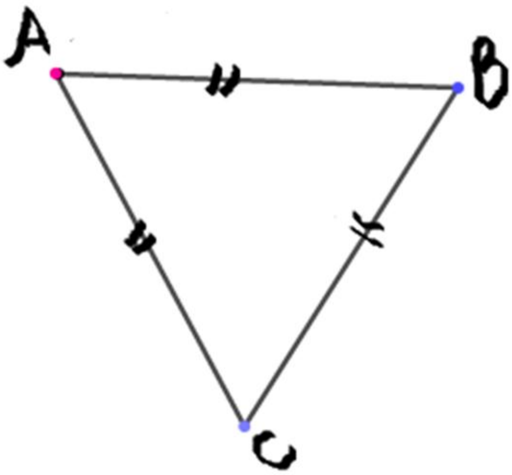
Résumé de cours	Remarques

3) – *Triangle équilatéral.*

Définition: 6

Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés sont égaux.

Exemple:



ABC un triangle équilatéral.

Propriété: 7

Si un triangle est équilatéral alors ses trois ang sont égaux à 60°.

Propriété: 8

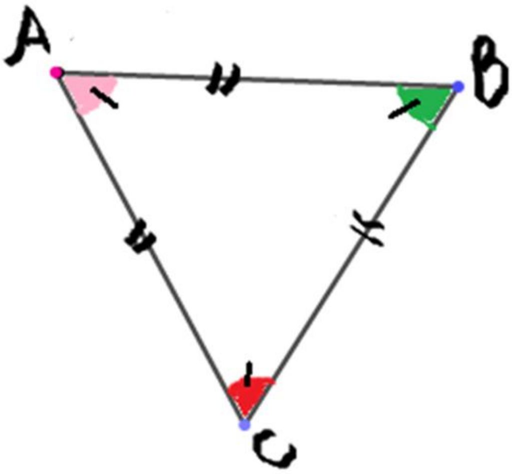
Si un triangle a trois angles égaux alors il est équilatéral.

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques

Exemple:



ABC *un triangle équilatéral.*

Propriété : 7 →

← Propriété : 8

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$

Durée : 20 min

Application	Remarques

Exercice d'application : 7

Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace le triangle équilatéral PLM de périmètre 15cm.

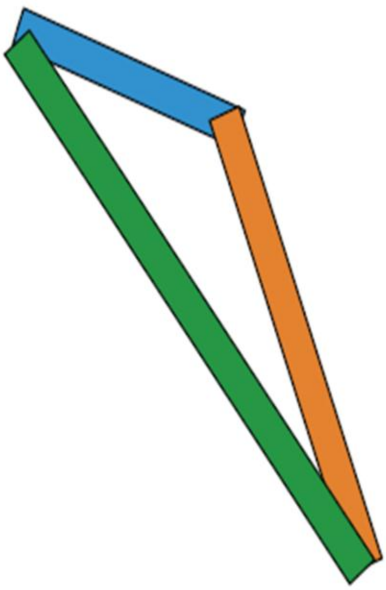
Durée : 15 min

Inégalité triangulaire

Objectifs	Activité	Remarques
Découvrir l'inégalité triangulaire.	*Activité* : 7 Voir fichier ci-dessous.	Durée : 20 min

Activité : 7

Inégalité triangulaire



a Construis 5 bandelettes rectangulaires de largeur environ 4 mm et de longueurs respectives : 3 cm, 5 cm, 7 cm, 10 cm et 12 cm. Tu pourras distinguer ces bandelettes en les coloriant.

b Peux-tu représenter un triangle :
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 5 cm, 7 cm et 10 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 12 cm ?
- avec les bandelettes 12 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 10 cm ?

c Quand c'est possible, construis le triangle correspondant sur ton cahier à l'aide de tes instruments.

d Sans réaliser de figure, est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 21 cm, 25 cm et 42 cm ?

e Essaie d'énoncer une règle générale.

Résumé de cours	Remarques

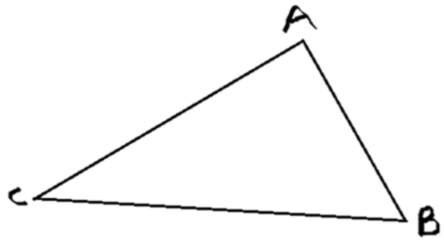
V) – Inégalité triangulaire.

Propriété: 9

Dans un triangle la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :

Dans le triangle ABC, on a:



$AB < AC + BC$

$AC < AB + BC$

$BC < AB + AC$

Remarque:

On peut interpréter l'inégalité $BC < AB + AC$ *en remarquant que le chemin le plus court pour aller du point B au point C c'est la ligne droite.*

Propriété: 9

$*$ *Si* $A \in [BC]$, *alors :* $BC = BA + AC$.

$*$ *Si trois points A, B et C sont tels que*

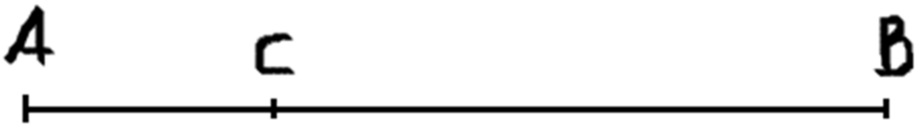
$$BC = AB + AC$$

alors A appartient au segment $[BC]$.

Autrement dit, les points A, B et C sont alignés.

Durée :

20 min

Résumé de cours	Remarques
Exemple:  $On\ a: AB = AC + BC$	Durée : 20 min

Application	Remarques
***Exercice d'application* : 8** Précise s'il existe un triangle dont les longueurs des côtés sont... a. 17 cm ; 5 cm et 3 cm b. 11 mm ; 5 mm et 6 mm. c. 3,5 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm.	Durée : 15 min