

**Ordre et Opérations**  
(série N°5)

**Exercice 1 :**

1- a) Comparer :  $\frac{5}{12}$  et  $\frac{7}{21}$

b) Montrer que:  $7 \times 2^{2020} < 3 \times 2^{2022}$

2- soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels :

Comparer  $x$  et  $y$  dans chaque cas :

a)  $x+1=y+\frac{5}{4}$     b)  $x=y-\sqrt{3}$     c)  $y+\sqrt{7}=x-3\sqrt{7}$

3- Soit  $a$  un nombre réel :

Comparer :  $a^2+1$  et  $2a$

**Exercice 2 :**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels strictement positifs :

1- Montrer que :  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

2- En déduire que :  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

**Exercice 3 :**

1- Comparer :  $2\sqrt{7}$  et  $\sqrt{3}-\sqrt{17}$

2- Comparer  $3\sqrt{5}$  et  $5\sqrt{2}$

Puis en déduire une comparaison des nombres :

a)  $4+3\sqrt{5}$  et  $4+5\sqrt{2}$     b)  $\frac{1}{3\sqrt{5}}$  et  $\frac{1}{5\sqrt{2}}$

3- Comparer  $-7\sqrt{2}$  et  $-3\sqrt{11}$

Puis en déduire une comparaison des nombres :

$9-7\sqrt{2}$  et  $6-3\sqrt{11}$

4- Comparer :  $7-2\sqrt{5}$  et  $7-3\sqrt{2}$  puis en déduire

une comparaison de :  $\frac{4}{7-2\sqrt{5}}$  et  $\frac{4}{7-3\sqrt{2}}$

**Exercice 4 :**

On pose :  $a = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$  et  $b = \frac{\sqrt{3}+5}{2}$

1- Montrer que :  $a-b = \frac{\sqrt{3}-7}{2}$

2- Comparer les nombres :  $7$  et  $\sqrt{3}$

3- Déduire une comparaison des nombres  $a$  et  $b$

**Exercice 5 :**

Soient  $a, b$  et  $c$  des nombres réels tels que:

$2 \leq a \leq 3$  ;  $-2 \leq b \leq -1$  et  $7 \leq 3c+1 \leq 10$

1- Encadrer les nombres suivants:

$a+b$  ;  $2a-b$  ;  $ab$  ; et  $c$

2- Montrer que  $0 \leq a^2 - b^2 \leq 8$

3- En déduire une comparaison des nombres :

$a^2$  et  $b^2$

**Exercice 6 :**

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :

$1 \leq \sqrt{2x-1} \leq 3$  et  $-2 \leq y \leq -1$

1- Montrer que :  $1 \leq x \leq 5$

2- Encadrer :  $3x+2y$  ;  $xy$  ;  $y^2-2x$  et  $\frac{y}{x}$

**Exercice 7 :**

1- Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :

$-4 \leq a \leq -2$  et  $1 \leq b \leq 4$

Encadrer les nombres suivants:

$a+2b$  ;  $a-b$  ;  $\frac{a^2}{b}$  ;  $\frac{a^2+b^2}{a}$  et  $b\sqrt{a}+3$

2- Soit  $x$  un nombre réel positif tel que :

$1 \leq \sqrt{\frac{1+x^2}{2}} \leq \sqrt{5}$

Montrer que :  $1 \leq x \leq 3$

**Exercice 8 :**

1- a) Comparer :  $3\sqrt{3}$  et  $2\sqrt{7}$

b) En déduire une comparaison de :

$\frac{\sqrt{3}}{9}$  et  $\frac{1}{2\sqrt{7}}$

2- Soient  $x$  et  $y$  deux nombres réels tels que :

$5 < x < 6$  et  $-4 < y < -2$

a) Encadrer:

$4x+3y$  ;  $3x-2y$  ;  $xy$  et  $x^2-2y^2$

b) Sachant que :  $\frac{-1}{2} < \frac{z}{x} < \frac{-1}{5}$

Donner un encadrement de  $z$