Fiche de cours : Puissance d'un nombre relatif.

Classe : 1ère année parcours international collégial.

Date : 16/11/2020

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 6

Matière : Mathématiques

Objectifs

- Connaître la puissance d'un nombre relatif.
- Utiliser les propriétés des puissances pour simplifier et calculer des expressions.
- Connaître les puissances de 10.

Prérequis

- Les fractions.
- Les opérations sur les nombres décimaux relatifs (Addition, soustraction, multiplication et division).
- Calcul d'aires et volumes.

Extensions

- Equation.
- Développement et factorisation.
- Ordre et opérations.
- Activités géométriques.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie – règle – calculatrice.

Contenu de cours

- Puissance d'un nombre décimal relatif.
- Signe d'une puissance.
- Propriétés des puissances.
- Puissances de 10.

Volume horaire

Puissance d'un nombre décimal relatif.	5h

Puissance d'un nombre décimal relatif.

Ojectifs	Activité	Remarques
Connaître la puissance d'un nombre décimal.	**Activité : 1** Voir fichier ci-dessous.	Durée : 20 min

Activité : 1

1) $-$ *Observe le produit suivant :* $5 \times 5 \times 5$, *combien y-a-t'il de facteurs dans ce produit ?*

....

$-$*Comment sont-ils ces facteurs?*

....

Complète.

$5 \times 5 \times 5$ *est le produit de* … …. *facteurs égaux à* … … … … ….

2) $-$ *Dans le produit :* $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$, *combien y-a-t'il de facteurs dans ce produit ?*

....

2) $-$ *Comment sont-ils ces facteurs?*

....

Complète.

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ *est le produit de* … …. *facteurs égaux à* … … … … ….

3) $-$Ecris *le produit de* 100 *facteurs égaux à* 5.

....

$-$*Quel est l'obstacle que tu as trouvé dans cette écriture?*

....

....

$Pour\ passer\ de\ cet\ obstacle\ on$ écrit $ce\ produit$

$sous\ la\ forme\ 5^{10}$.

5^{10} $est\ la\ \ puissance\ du\ nombre\ 5\ et\ se\ lit\ 5$ à

$la\ puissance\ 100$.

$3)-Ecris\ le\ produit\ de\ 24\ facteurs$ é$gaux$ à 5.

....

$(En\ utilisant\ l'$é$criture\ pr$écé$dente\ sous\ forme\ d'une\ puissance)$

$4)-Ecris\ le\ produit\ de\ 16\ facteurs$ é$gaux$ à (-2).

....

Résumé de cours	Remarques

1) – Puissance d'un nombre relatif.

$On\ consid$è$re\ le\ produit\ suivant$:

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$Ce\ produit\ comporte\ 5\ facteurs$ é$gaux$ à 2.

$On\ appelle\ ce\ produit\ le\ cinqui$è$me\ puissance\ du\ nombre$

$2. Et\ on$ é$crit$: 2^5

2^5 $se\ lit$: 2 à la puissance 5 $ou\ encore$ 2 exposant 5.

Durée : 20 min

Définition: 1

$a\ un\ nombre\ d$é$cimal\ relatif\ non\ nul\ et\ n\ un\ entier$

$positif\ sup$é$rieur$ à 1.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \dots \dots \dots \dots \times a \times a}_{n\ facteurs}$$

$De\ plus$: $a^1 = a \quad et\ pour\ a \neq 0\ on\ a: a^0 = 1$

Résumé de cours	Remarques

■ L'écriture a^n :

$$a^n$$

L'exposant de la puissance a^n

La base de la puissance a^n

Vocabulaire :

$*$ a^n se lit "a à la puissance n" ou encore "a exposant n"

$*$ Le nombre n est appelé exposant.

$*$ a^2 se lit "a au carré".

$*$ a^3 se lit "a au cube".

Remarque : 1

0^0 n'existe pas.

Exemples :

$$5^2 = 5 \times 5 \\ = 25$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ = 32$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) \\ = 9$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) \\ = -8$$

$$-3^2 = -3 \times 3 \\ = -9$$

Remarque : 2

En l'absence de parenthèses, les puissances ont priorité sur les multiplications et les divisions.

Durée : 20 min

Application	Remarques
Exercice d'application*: 1** ***Calculer les puissances suivantes $(-544,7)^0$; 1^{12} ; 2^3 ; 0^{12} ; $(-1)^4$; $(4)^2$	**Durée : 15 min**

Signe d'une puissance d'un nombre décimal relatif.

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir le signe d'une puissance d'un nombre décimal relatif.	**Activité : 2** 1) − ***Calculer les puissances suivantes***: $(-1)^4$; $(-1)^5$; 1^5 ; 1^4 $a)$ − ***Quel est le signe du puissance*** $(-1)^4$ ***et*** $(-1)^5$? $b)$ − ***Que peut − on déduire***? 2) − ***Complète***: ∗ ***Le signe d'une puissance d'un nombre décimal est positif si*** … … … … … … …. ∗ ***Le signe d'une puissance d'un nombre décimal est négatif si*** … … … … … … ….	**Durée : 20 min**

Résumé de cours	Remarques

2) – *Signe d'une puissance d'un nombre décimal relatif.*

Le signe de a^n

- ***a est positif.***
  - a^n ***est positif.***
- ***a négatif.***
  - ***n pair*** → a^n ***est positif***
  - ***n impair*** → a^n ***est négatif***

Exemple :

$*$ ***La puissance*** $(-11)^4$ ***est positif .***

$*$ ***La puissance*** $(-5)^7$ ***est négatif.***

Durée :

20 min

Application	Remarques
$Exercice\ d'application: 2$ $Déterminer\ le\ signe\ de\ chaque\ puissance.$ $(-3)^2$; $(-2)^{15}$; 5^3 ; $(-2)^{15}$	Durée : 15 min

Opération sur les puissances : Produit de deux puissances de même base.

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir le produit de deux puissances de même base.	Activité:3 Voir fichier ci-dessous.	Durée : 20 min

Activité:3

$-Observe\ l'exemple\ suivant, et\ complète.$

$$2^4 \times 2^3 = \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4\ facteurs}\right) \times \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\ facteurs}\right)$$

$$= \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4+3\ facteurs}\right)$$

$$= 2^7$$

$$3^4 \times 3^5 = \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right)$$

$$= \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....+\ .....facteurs}\right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a^4 \times a^2 = \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right)$$

$$a^4 \times a^2 = \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right)$$

$$= \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....+\ .....facteurs}\right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$-$***Complète***:

$$a^n \times a^m = \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots..}_{.....facteurs}\right)$$

$$= \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..}_{.....+\ .....facteurs}\right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

Résumé de cours	Remarques

2) – *Opérations sur les puissances.*

a) – *Produit de deux puissances de même base.*

Règle: 2

Si a un nombre décimal relatif non nul, m et n deux entiers relatifs, alors:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple :

$5^3 \times 5^7 = 5^{3+7}$

$= 5^{10}$

$(-7)^3 \times (-7)^{11} = (-7)^{3+11}$

$= (-7)^{14}$

Durée : 20 min

Application	Remarques
Exercice d'application: 3 $\text{Écrire sous forme d'une puissance :}$ $A = 2^4 \times 2^6$; $B = (-4,5)^3 \times (-4,5)^3 \times (-4,5)^2$ $C = (-4)^5 \times (-4)^3$; $D = 9 \times 9^2 \times 9^3$	Durée : 15 min

Opération sur les puissances : Produit de deux puissances de même exposant.

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir le produit de deux puissances de même exposant.	**Activité :4** **Activité:4** *a et b deux nombres décimaux relatifs , tel que :* $a = 2$ *et* $b = 3$ *Complète le tableau suivant:*	Durée : 20 min

n	a^n	b^n	$a^n \times b^n$	$(a \times b)^n$
2				
3				
-2				

$-$*Que remarquez* $-$ *vous?*

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

………………

Résumé de cours	Remarques

$b) -$ *Produit de deux puissances de même exposant.*

Règle: 3

Si a et b deux nombres décimaux relatifs non nul, et n un entier relatif, alors:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemple :

$$(-3)^3 \times (-2)^3 = ((-3) \times (-2))^3$$
$$= (6)^3$$

$$3^2 \times 7^2 = (3 \times 7)^2$$
$$= (21)^2$$

Durée : 20 min

Application	Remarques

Exercice d'application: 4

Écrire sous forme d'une puissance :

$A = 2^4 \times 4^4$; $B = (-4)^5 \times (-7)^5$

$C = (10)^{15} \times (1,5)^{15}$

Durée : 15 min

Opération sur les puissances : Quotient de deux puissances de même base.

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir le quotient de deux puissances de même base.	**Activité:5** $-Observe\ l'exemple\ suivant.$ $\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2$ $On\ remarque: 2^2 = 2^{5-3}$ $*\ Complète:$ $\frac{3^4}{2^2} = \frac{\dots\dots\dots..}{\dots\dots\dots..} = \dots\dots\dots.. = \dots\dots\dots..$ $On\ remarque: \dots\dots\dots..$ $\frac{10^5}{10^4} = \frac{\dots\dots\dots..}{\dots\dots\dots..} = \dots\dots\dots.. = \dots\dots\dots..$ $On\ remarque: \dots\dots\dots..$ $*\ Complète:$ $\frac{a^m}{a^n} = \dots\dots\dots$	Durée : 20 min

Résumé de cours	Remarques

$c) - Quotient\ de\ deux\ puissances\ de\ même\ base.$

$Règle: 4$

$Si\ a\ un\ nombre\ décimal\ non\ nul, m\ et\ n\ deux\ entiers\ positifs (m > n), alors:$

$$\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}$$

Exemple :

$$\frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3}$$

$$= 5^3$$

$$\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2}$$

$$= (-3)^3$$

Durée : 20 min

Application	Remarques

$Exercice\ d'application: 5$

$Écrire\ sous\ forme\ d'une\ puissance :$

$A = \frac{4^7}{4^4}$; $B = \frac{(-4)^{15}}{(-4)^7}$

$C = \frac{7^6}{7^4}$; $D = \frac{(3)^{13}}{(3)^7}$

Durée : 15 min

Opération sur les puissances : Quotient de deux puissances de même exposant.

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir le quotient de deux puissances de même exposant.	**Activité:6** a et b deux nombres décimaux relatifs , tel que : $a = 8$ et $b = 2$ Complète le tableau suivant:	Durée : 20 min

n	a^n	b^n	$\frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n$
2				
3				
-2				

$-$Que remarquez $-$ vous?

Résumé de cours

Remarques : Durée : 20 min

d) $-$ Quotient de deux puissances de même exposant.

Règle: 5

Si a et b deux nombres décimaux relatifs non nuls, et n un entier relatif, alors:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemple :

$$\frac{5^7}{25^7} = \left(\frac{5}{25}\right)^7$$

$$= \left(\frac{1}{5}\right)^7$$

Application	Remarques
Exercice d'application : 6 *Écrire sous forme d'une puissance :* $A = \frac{5^4}{15^4}$; $B = \frac{11^{17}}{121^{17}}$ $C = \frac{12^{26}}{(0,3)^{26}}$; $D = \frac{(3)^3}{(9)^3}$	Durée : 15 min

Opération sur les puissances : Puissance d'une puissance.

Ojectifs	Activité	Remarques
Connaître la puissance d'une puissance.	**Activité:6** *−Observe l'exemple suivant.* $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2$ $= (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $= 2^6$ *On remarque que* : $2^6 = 2^{2\times3}$ *−Complète*: $*\ (10^4)^3 =$ ………….………….………….. $=$ ………….………….………….. $= \cdots$ ……….………….………….. *On remarque que* : ………..… $*\ (a^{-3})^2 =$ ………..…………..………….. $=$ ………..…..……….. $= \cdots$ ……..…..…….. *On remarque que* : ……….………….. *−Complète*: $(a^n)^m =$ ………….………….…………..	Durée : 20 min

Résumé de cours	Remarques
e) – Puissance d'une puissance.	
Règle : 6	
$\boldsymbol{Si\ a\ un\ nombre\ décimal\ relatif\ non\ nul, m\ et\ n\ deux\ entiers\ positifs, alors :}$ $$\boldsymbol{(a^m)^n = a^{m\times n}}$$	**Durée : 20 min**
Exemple :	
$[(-3)^5]^3 = (-3)^{5\times 3}$ $= (-3)^{15}$	

Application	Remarques
Exercice d'application : 6	
Écrire sous forme d'une puissance :	
$\boldsymbol{A = (2^4)^3}$; $\boldsymbol{B = (3^5)^2}$	**Durée : 15 min**
$\boldsymbol{C = (5^2)^5}$; $\boldsymbol{D = [(-2)^3]^6}$	
$\boldsymbol{E = [(-6)^3]^2 \times [(0,5)^2]^3}$	

Ojectifs	Activité	Remarques
Découvrir les puissances de 10.	Activité:7 Voir fichier ci-dessous.	Durée : 20 min

Activité:7

$-Complète\ le\ tableau\ suivant:$

$Ecriture\ décimale$	10000	1000	100	10	1
$Puissance\ de\ 10$	10^4				
$Le\ signe\ de\ L'exposant$					

$-Que\ remarquez-vous?$

Résumé de cours	Remarques

$3)-Les\ puissances\ de\ 10.$

$Règle:7$

n un entier naturel non nul.

$$10^n = 1\underbrace{00\ldots\ldots\ldots0}_{n\ zéros}$$

Exemple :

$$10^5 = 100000$$

$$10^4 = 10000$$

Durée :

20 min

Application	Remarques
Exercice d'application* : 7** $-$Ecrire en utilisant les puissances de* 10.** $\mathbf{10000}\ ; \quad \mathbf{1000}\ ; \quad (\mathbf{70}+\mathbf{30})\times \mathbf{10000}$	**Durée :** **15 min**