

Fiche de cours : Puissance d'un nombre rationnel.

Classe : 2^{ème} année parcours international collégial.

Date : 16/11/2020

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 6

Matière : Mathématiques

Objectifs

- Utiliser l'écriture a^n pour écrire le produit $a \times a \times \dots \times a$.
- Connaître le signe d'un nombre rationnel.
- Connaître et utiliser les propriétés des puissances.
- Utiliser les puissances de 10.
- L'écriture scientifique.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie – règle – calculatrice.

Volume horaire

La symétrie axiale.

8h

Prérequis

- Puissances des nombres relatifs.
- Produit, somme, différence et quotient des nombres relatifs.
- Produit, somme, différence et quotient des nombres rationnels.

Extensions

- Equation.
- Développement et factorisation.
- Ordre et opérations.

Contenu de cours

- Puissance d'un nombre rationnel.
- Signe d'une puissance.
- Propriétés des puissances.
- Puissances de 10.
- Ecriture scientifique.

Ojectifs

Activité

Remarques

Connaître la puissance d'un nombre rationnel.

Activité : 1
Voir fichier ci-dessous.

Durée :
20 min

Activité : 1

1) – *Observe le produit suivant : $5 \times 5 \times 5$, combien y – a – t' il de facteurs dans ce produit ?*

.....
–Comment sont – ils ces facteurs?

.....
Complète.

$5 \times 5 \times 5$ est le produit de facteurs égaux à

2) – *Dans le produit : $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$, combien y – a – t' il de facteurs dans ce produit ?*

.....
2) – *Comment sont – ils ces facteurs?*

.....
Complète.

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ est le produit de facteurs égaux à

3) – *Ecris le produit de 100 facteurs égaux à 5.*

.....
–Quel est l'obstacle que tu as trouvé dans cette écriture?

.....
.....

Pour passer de cet obstacle on écrit ce produit sous la forme 5^{10} .

5^{10} est la puissance du nombre 5 et se lit 5 à la puissance 100.

3) – *Ecris le produit de 24 facteurs égaux à 5.*

.....

(En utilisant l'écriture précédente sous forme d'une puissance)

4) – *Ecris le produit de 16 facteurs égaux à (-2).*

.....

Résumé de cours

Remarques

1) – Puissance d'un nombre rationnel.

Définition: 1

a un nombre rationnel non nul et n un entier naturel.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples:

$$\left(\frac{12}{5}\right)^2 ; (-4)^5 ; \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

■ Cas particulier:

Si a un nombre rationnel non nul, on a :

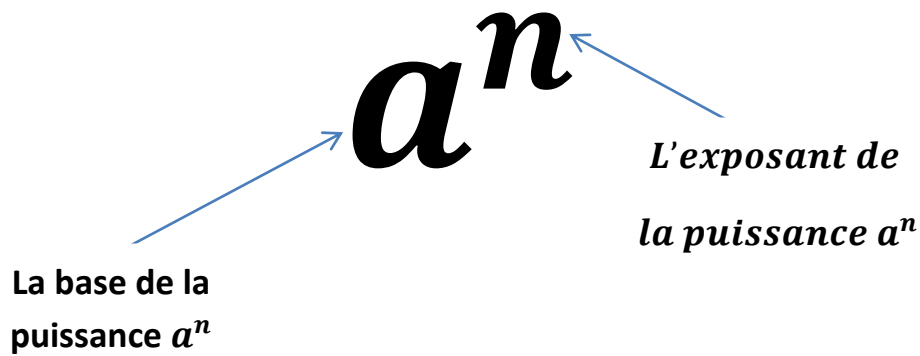
$$a^1 = a ; a^0 = 1$$

Exemples:

$$\left(\frac{10}{7}\right)^1 = \frac{10}{7} ; 5^0 = 1$$

Durée :
20 min

■ L'écriture a^n :



A/-Puissance d'exposant négatif.

Propriété: 1

a un nombre rationnel non nul et n un entier naturel.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

■ Résultat:

a et b deux nombres rationnels non nuls, et n un entier naturel.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemples:

$$(5)^{-3} = \frac{1}{5^3} \quad ; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

Remarque:

0^0 n'apas de sens.

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 1

Calculer les puissances suivantes

$$(-544,7)^0 ; 1^{12} ; 2^{-3} ; 0^{12} ; (-1)^4 ; \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

Durée :
15 min

Signe d'une puissance d'un nombre rationnel.

Ojectifs

Activité

Remarques

Découvrir le
signe d'une
puissance d'un
nombre
rationnel.

Activité : 2

1) – Calculer les puissances suivantes:

$$(-1)^4 ; (-1)^5 ; 1^5 ; 1^4$$

a) – Quel est le signe du puissance $(-1)^4$ et

$$(-1)^5 ?$$

b) – Que peut – on déduire?

2) – Complète:

* Le signe d'une puissance d'un nombre rationnel est positif si

* Le signe d'une puissance d'un nombre rationnel est négatif si

Durée :
20 min

B/–Signe d'une puissance d'un nombre rationnel.

Règle: 1

Soit a un nombre rationnel, et n un entier relatif.

** Si a est positif alors a^n est positif.*

** Si a est négatif alors a^n est:*

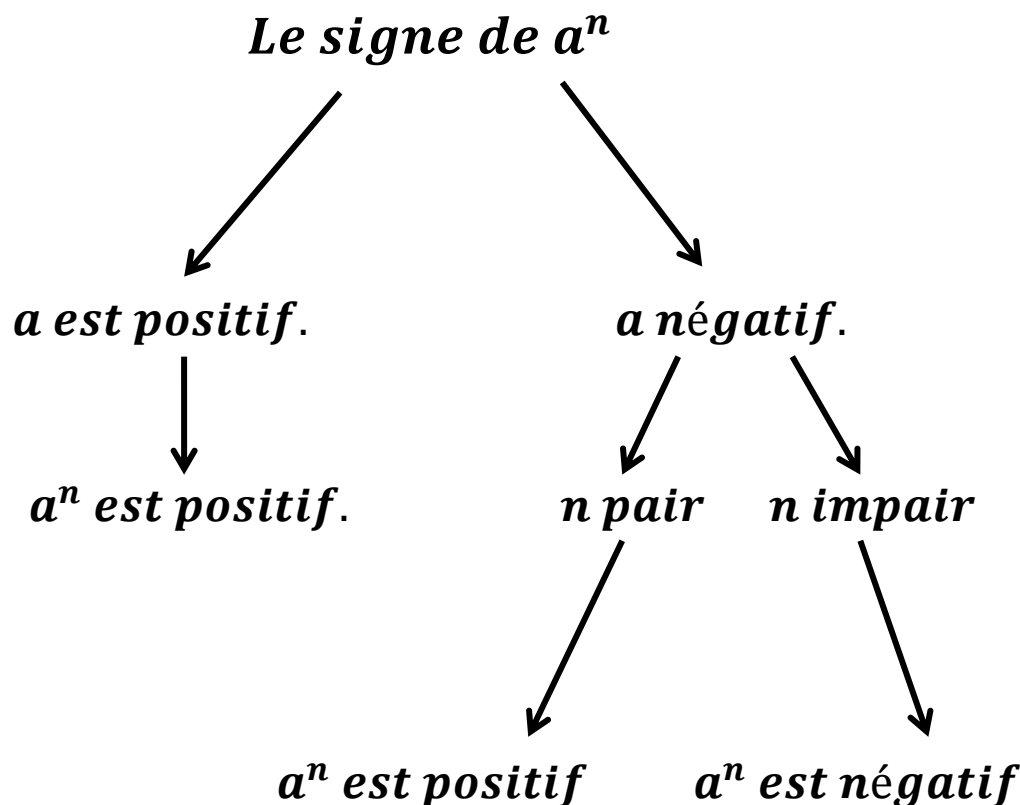
■ *Positif lorsque l'exposant n est pair.*

■ *Négatif lorsque l'exposant n est impair.*

Exemple :

** Le signe de la puissance $(-3)^8$ est positif.*

** Le signe de la puissance $(-3)^7$ est négatif.*



Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 2

Déterminer le signe de chaque puissance.

$$\left(\frac{-3}{17}\right)^{-2} ; (-2)^{15} ; 5^{-3} ; \left(\frac{-2}{3}\right)^{15}$$

Durée :
15 min

Opération sur les puissances : Produit de deux puissances de même base.

Ojectifs

Activité

Remarques

Découvrir le produit de deux puissances de même base.

Activité:3
Voir fichier ci-dessous.

Durée :
20 min

Activité:3

– Observe l'exemple suivant, et complète.

$$\begin{aligned} 2^4 \times 2^3 &= \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ facteurs}} \right) \times \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ facteurs}} \right) \\ &= \left(\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4+3 \text{ facteurs}} \right) \\ &= 2^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^4 \times 3^5 &= \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots \text{facteurs}} \right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots \text{facteurs}} \right) \\ &= \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots + \dots \text{facteurs}} \right) \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$a^4 \times a^2 = \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots \text{facteurs}} \right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots\dots\dots}_{\dots \text{facteurs}} \right)$$

$$a^4 \times a^2 = \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\text{facteurs}} \right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\text{facteurs}} \right)$$

$$= \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots+\dots\text{facteurs}} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

–*Complète:*

$$a^n \times a^m = \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\text{facteurs}} \right) \times \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots\text{facteurs}} \right)$$

$$= \left(\underbrace{\dots\dots\dots}_{\dots+\dots\text{facteurs}} \right)$$

$$= \dots\dots\dots$$

Résumé de cours

Remarques

2) – Opérations sur les puissances.

a) – Produit de deux puissances de même base.

Règle: 2

Si a un nombre rationnel non nul, m et n deux entiers relatifs, alors:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple :

$$5^3 \times 5^7 = 5^{3+7}$$

$$= 5^{10}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{11} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+11}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{14}$$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 3

Écrire sous forme d'une puissance :

$$A = 2^4 \times 2^6 \quad ; \quad B = (-4,5)^3 \times (-4,5)^3 \times (-4,5)^2$$

$$C = \left(\frac{-4}{7}\right)^5 \times \left(\frac{-4}{7}\right)^3 \quad ; \quad D = 9 \times 9^2 \times 9^3$$

Durée :
15 min

Opération sur les puissances : Produit de deux puissances de même exposant.

Ojectifs

Activité

Remarques

Découvrir le produit de deux puissances de même exposant.

Activité :4

Activité:4

a et b deux nombres rationnels, tel

que : a = 2 et b = 3

Complète le tableau suivant:

| <i>n</i> | <i>aⁿ</i> | <i>bⁿ</i> | <i>aⁿ × bⁿ</i> | <i>(a × b)ⁿ</i> |
|----------|----------------------|----------------------|--------------------------------------|----------------------------|
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| -2 | | | | |

–Que remarquez – vous?

.....
.....
.....
.....

Durée :
20 min

b) – Produit de deux puissances de même exposant.

Règle: 3

Si a et b deux nombres rationnels non nul, et n un entier relatif, alors:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Exemple :

$$\left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7}{6}\right)^3 = \left(\frac{3}{7} \times \frac{7}{6}\right)^3$$

$$= \left(\frac{3}{6}\right)^3$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$3^{-2} \times 7^{-2} = (3 \times 7)^{-2}$$

$$= (21)^{-2}$$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 4

Écrire sous forme d'une puissance :

$$A = 2^4 \times 4^4 \quad ; \quad B = \left(\frac{-4}{7}\right)^5 \times \left(\frac{-7}{4}\right)^5$$

$$C = \left(\frac{10}{9}\right)^{-15} \times \left(\frac{18}{5}\right)^{-15}$$

Durée :
15 min

Ojectifs

Découvrir le
quotient de deux
puissances de
même base.

ActivitéActivité:5

– *Observe l'exemple suivant.*

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2$$

On remarque: $2^2 = 2^{5-3}$

* *Complète:*

$$\frac{3^4}{2^2} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

On remarque: $\dots\dots\dots$

$$\frac{10^5}{10^4} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

On remarque: $\dots\dots\dots$

* *Complète:*

$$\frac{a^m}{a^n} = \dots\dots\dots$$

Remarques

Durée :
20 min

Résumé de cours

Remarques

c) – Quotient de deux puissances de même base.

Règle: 4

Si a un nombre rationnel non nul, m et n deux entiers relatifs, alors:

$$\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}$$

Exemple :

$$\frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3}$$
$$= 5^3$$

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{5-2}$$
$$= \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 5

Écrire sous forme d'une puissance :

$$A = \frac{4^7}{4^4} ; \quad B = \frac{\left(\frac{-4}{7}\right)^5}{\left(\frac{-4}{7}\right)^{-7}}$$

$$C = \frac{7^6}{7^4} ; \quad D = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{3}{2}\right)^7}$$

Durée :
15 min

Ojectifs

Découvrir le quotient de deux puissances de même exposant.

ActivitéActivité:6

a et b deux nombres rationnels, tel que : $a = 8$ et $b = 2$

Complète le tableau suivant:

| n | a^n | b^n | $\frac{a^n}{b^n}$ | $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ |
|-----|-------|-------|-------------------|------------------------------|
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| -2 | | | | |

–Que remarquez – vous?

Remarques

Durée :
20 min

Résumé de cours

d) – Quotient de deux puissances de même exposant.

Règle: 5

Si a et b deux nombres rationnels non nul, et n un entier relatif, alors:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \frac{5^7}{25^7} &= \left(\frac{5}{25}\right)^7 \\ &= \left(\frac{1}{5}\right)^7 \end{aligned}$$

Remarques

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 6

Écrire sous forme d'une puissance :

$$A = \frac{5^4}{15^4} ; \quad B = \frac{11^{17}}{121^{17}}$$

$$C = \frac{12^{26}}{(0,3)^{26}} ; \quad D = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}}$$

Durée :
15 min

Opération sur les puissances : Puissance d'une puissance.

Ojectifs

Activité

Remarques

Connaître la
puissance d'une
puissance.

Activité:6

–Observe l'exemple suivant.

$$\begin{aligned}(2^2)^3 &= 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \\ &= (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^6\end{aligned}$$

On remarque que : $2^6 = 2^{2 \times 3}$

–Complète:

$$\begin{aligned} * (10^4)^3 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

On remarque que :

$$\begin{aligned} * (a^{-3})^2 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

On remarque que :

–Complète:

$$(a^n)^m = \dots\dots\dots$$

Durée :
20 min

e) – Puissance d'une puissance.**Règle: 6**

Si a un nombre rationnel non nul, m et n deux entiers relatifs, alors:

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{5}{7} \right)^5 \right]^3 &= \left(\frac{5}{7} \right)^{5 \times 3} \\ &= \left(\frac{5}{7} \right)^{15} \end{aligned}$$

Durée :
20 min

Application**Remarques****Exercice d'application : 6**

Écrire sous forme d'une puissance :

$$A = (2^4)^3 ; \quad B = (3^5)^{-2}$$

$$C = (5^{-2})^5 ; \quad D = \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{-3} \right]^6$$

$$E = \left[\left(\frac{5}{7} \right)^{-3} \right]^2 \times \left[\left(\frac{7}{5} \right)^2 \right]^{-4}$$

Durée :
15 min

Ojectifs

Activité

Remarques

Découvrir les puissances de 10.

Activité:7
Voir fichier ci-dessous.

Durée :
20 min

Activité:7

– *Complète le tableau suivant:*

| | | | | | | | | | |
|-------------------------------|--------|------|-----|----|---|----------------|------|-------|--------|
| <i>Ecriture décimale</i> | 10000 | 1000 | 100 | 10 | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
| <i>Ecriture fractionnaire</i> | | | | | | $\frac{1}{10}$ | | | |
| <i>Puissance de 10</i> | 10^4 | | | | | | | | |
| <i>Le signe de l'exposant</i> | | | | | | | | | |

– *Que remarquez – vous?*

Résumé de cours

Remarques

3) – Les puissances de 10.

Règle: 7

n un entier naturel non nul.

$$10^n = 1 \underbrace{00 \dots \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots \dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$$

Exemple :

$$10^5 = 100000$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 7

– *Ecrire en utilisant les puissances de 10.*

10000 ; 1000 ; 0,0001 ; $0,001 \times 10000$; 100
 $\times 0,000001$

Durée :
15 min

L'écriture scientifique.

Ojectifs

Activité

Remarques

Découvrir
l'écriture
scientifique.

Activité:8

1) – *À l'aide de ta calculatrice, détermine la valeur du produit suivant :*

$32\,768 \times 15\,625$.

2) – *Déduis – en l'écriture décimale de $327\,680 \times 156\,250$*

et de $327\,680\,000 \times 1\,562\,500$ (sans calculatrice).

3) – *Vérifie chaque résultat à l'aide de ta calculatrice.*

Obtiens – tu la même valeur ?

4) – *Pose et effectue l'addition :*

$9\,620\,000\,000 + 9\,870\,000\,000$,
puis reprends la question 3.

5) – *Pour les trois calculs précédents, la calculatrice écrit le résultat sous forme scientifique.*

6) – *À ton avis, qu'est – ce que la notation scientifique d'un nombre ?*

Durée :
20 min

4) – Ecriture scientifique.

Définition: 2

■ *L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif (non nul) est de la forme :*

$$a \times 10^n$$

tels que :

n un entier relatif et a un nombre décimal tel que :

$$1 \leq a < 10.$$

■ *L'écriture scientifique d'un nombre décimal négatif (non nul) est de la forme :*

$$-a \times 10^n$$

tels que :

n un entier relatif et a un nombre décimal tel que :

$$1 \leq a < 10.$$

Remarque:

$1 \leq a < 10$ c'es – à – dire a un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule.

Exemple :

$$265000 = 2,65 \times 10^5$$

$$-26500 = -2,65 \times 10^4$$

$$0,00026 = 2,6 \times 10^{-4}$$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 8

– Donner l'écriture scientifique des nombres suivants:

$$a = 236000 \quad ; \quad b = 0,000024$$

$$c = 2,4 \times 10^4 + 1,5 \times 10^4$$

Durée :
15 min

RACHID BOUC