Matière : : 5 heures
Niveau :
Durée : … h

Les Racines Carrées

Professeur :
Année Scolaire : 2019/2020
Etablissement :

COMPÉTENCES EXIGIBLES

- Théorème de Pythagore
- $a = \sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2$
- Déterminations les valeurs approchés de racine carrée

ORIENTATIONS PEDAGOGIQUES

- Utilisations des relations $a = \sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2$, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

et

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

pour la simplification.

EXTENSIONS

- Toutes les leçons d'algèbre
- Autre matière (Physique……

PRE-REQUIS

- Utilisations des propriétés de racine carrée dans le calcul algébrique
- Utilisations des propriétés de racine carrée dans la résolution des problème géométrique et algébrique.

WWW.Dyrassa.com

Activités

Activité 1 :

1. Trouver un nombre positif x qui vérifier :

$$x^2 = \frac{49}{4} \quad et \quad x^2 = \frac{169}{9}$$

2. Ecrire les nombres 25 ,36 et 121 sous la forme d'une puissance.

   5 est la racine carrée de 25 : 5=$\sqrt{25}$

   6 est la racine carrée de 36 : 6=$\sqrt{36}$

3. Compléter le tableau suivant (utiliser la calculatrice) :

a	4	3	7	9
a^2				
$\sqrt{a^2}$				

   Que remarquez-vous ?

Activité 2:

1. Calculer $\sqrt{9 \times 4}$ et $\sqrt{9} \times \sqrt{4}$
2. Que remarquez-vous ?
3. Montrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
4. Calculer $\sqrt{\frac{4}{9}}$ et $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$
5. Que remarquez-vous ?
6. Montrer que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Activité 3:

Soient a et b deux nombres réels $(a \neq 0, b \neq 0)$

1. Montrer que $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$
2. Montrer que $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

Contenu de cours

I. Racine carrée d'un nombre réel :

Définition :

La racine carrée d'un nombre positif b est le seul nombre positif d dont le carré est égal à b.

On a donc $d^2 = b$ et on $note$ $d = \sqrt{b}$

Exemple :

4 est la racine carrée de 16, car 4^2=16

On écrit $16 = \sqrt{256}$

Et on lit 16 égale racine carrée de 256.

D'une manière générale, on écrira, par convention :

$$a = \sqrt{A} \ \ pour\ exprimer\ que\ l'on\ a: a^2 = A$$

Remarque :

$a = \sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2$ Avec a est positif

Exemples :

$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$; $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

II. Les opérations sur les racines carrées :

Propriété 1

Soit a et b deux nombres réels positif non nuls

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Applications

Exercice d'application 1 :

Calculer les expressions suivantes :

$$\sqrt{9}\ , \sqrt{121}\ , \frac{4}{\sqrt{16}}\ , \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}}\ , \quad \frac{\sqrt{0.25}}{\sqrt{0.04}}$$

Exercice d'application 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\sqrt{2} \times \sqrt{32}\ , \sqrt{27}, \sqrt{48}$$

$$\sqrt{56}\ , \quad \sqrt{\frac{9}{7}} \times \sqrt{7}\ , \sqrt{\frac{4}{81}}$$

$$\sqrt{\frac{8}{18}}\ , \quad \sqrt{\frac{3}{16}}$$

Attention :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Exemple :

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

III. Eliminer la racine carrée au dénominateur :

On préfère parfois ne pas avoir des fractions contenant des radicaux au dénominateur.
Il existe quelques techniques permettant de l'éviter :

Propriété 2 :

Soit a un nombre réel positif non nul

Alors $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

Exemple :

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Propriété 3 :

Soient a et b deux nombres réels positif non nuls

Alors $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

Exemple :

$$\frac{2}{1-\sqrt{5}} = \frac{2 \times (1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5}) \times (1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1-\sqrt{5}^2}$$
$$= \frac{2(1+\sqrt{5})}{-4}$$

Exercice d'application 3 :

Eliminer le radical au dénominateur des nombres suivants :

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-4}, \quad \frac{1}{\sqrt{3}+1}, \frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{11}{2\sqrt{5}}$$

	Remarque : Le conjugue de nombre $(1+\sqrt{5})$ est le nombre $(1-\sqrt{5})$	