

Fiche de cours : La symétrie axiale.

Classe : 2^{ème} année parcours international collégial.

Date : 16/11/2020

Prof : Bouchida Rachid

Cours n° : 5

Matière : Mathématiques

Objectifs

- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle par rapport à une droite.
- Résoudre des problèmes en utilisant la symétrie axiale.
- Faire des démonstrations en utilisant la symétrie axiale.

Les moyens didactiques

- Livre scolaire – tableau – craie – règle – compas – rapporteur - équerre.

Volume horaire

La symétrie axiale.

8h

Prérequis

- Parallélisme et perpendicularité.
- Médiatrice d'un segment.
- Distance entre deux points.
- Cercle.
- Angles.

Extensions

- Triangle et parallèle.
- Droites remarquables.
- Vecteurs et translation.
- Triangles isométriques et semblables.

Contenu de cours

- Symétrique d'un point.
- Symétrique d'un segment.
- Symétrique d'une droite et d'une demi-droite.
- Symétrique d'un angle.
- Symétrique d'un cercle.

Ojectifs

Activité

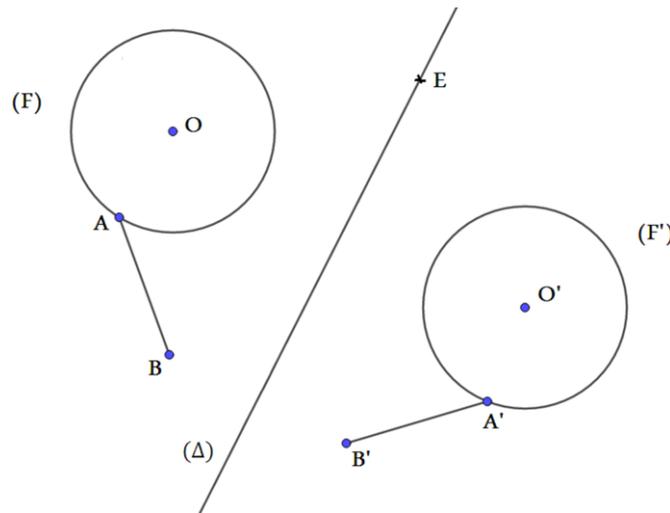
Remarques

Connaître le symétrique d'un point par rapport à une droite.

Activité : 1
Voir fichier ci-dessous.

Durée :
20 min

Activité : 1



(F) et (F') deux formes symétriques par rapport à la droite (Δ).

(Voir figure)

1) – *En utilisant le compas vérifier que la droite (Δ) est la médiatrice du segment [OO'].*

2) – *Que représente la droite (Δ) pour le segment [AA']*

.....
et pour le segment [BB']?

.....

3) – *Prend un point M quelconque et construire le point M' tels que la droite (Δ) soit la médiatrice du segment [MM'].*

On dit que le point M' est le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ).
La droite (Δ) appelée axe de symétrie.

4) – *Que peut – on dire des points A', B' et O' par rapport aux points*

A, B et O?

1) – Symétrique d'un point par rapport à une droite.

Définition: 1

Le symétrique d'un point A par **une symétrie axiale** d'axe (Δ) est le point A' tel que (Δ) soit **la médiatrice** du segment $[AA']$.

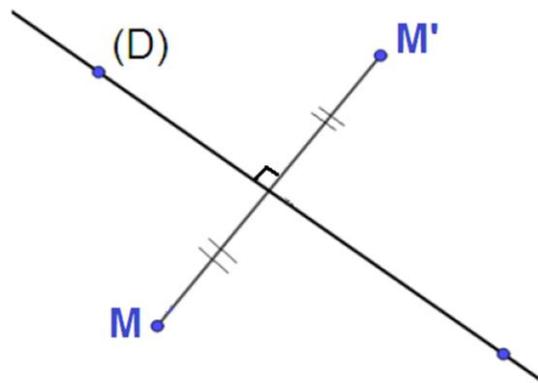
Exemple:

Soit (D) une droite.

M un point du plan qui n'appartient pas à (D) .

Le point M' est le symétrique du point M par rapport à (D)

c'est – à – dire que: (D) est la médiatrice du segment $[MM']$.

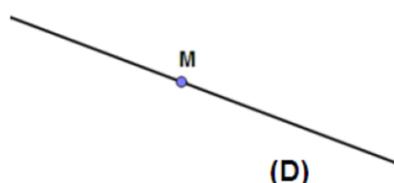


■ Cas particulier:

Si un point M appartient à la droite (D) alors ce point

M est le symétrique de lui – même par rapport

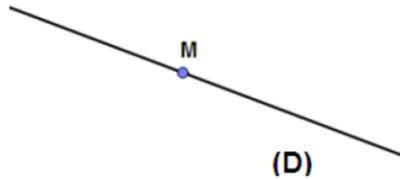
à la droite (D) .



Durée :
20 min

Résumé de cours

Remarques



Le symétrique du point M par rapport à la droite (D) est le point M lui – même.

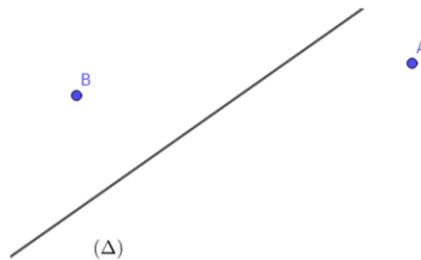
Durée :
20 min

Application

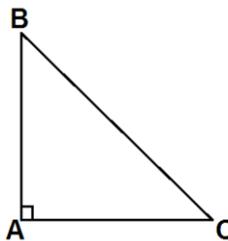
Remarques

Exercice d'application: 1

On considère la figure suivante:



- 1) – *Construire le point A' le symétrique du point A par rapport à (Δ) .*
- 2) – *Construire le point B' le symétrique du point B par rapport à (Δ) .*
- 3) – *Soit H le point d'intersection de deux droites (Δ) et (AB) .*
– Que peut – on dire sur le symétrique du point H par rapport la droite (Δ) ?



Exercice d'application: 2

ABC un triangle rectangle en A.

- 1) – *Construire le point A' le symétrique du point A par rapport à la droite (BC) .*
- 2) – *Construire le point F le symétrique du point C par rapport à la droite (AB) .*
- 3) – *Construire le point G le symétrique du point B par rapport à la droite (AC) .*

Durée :
15 min

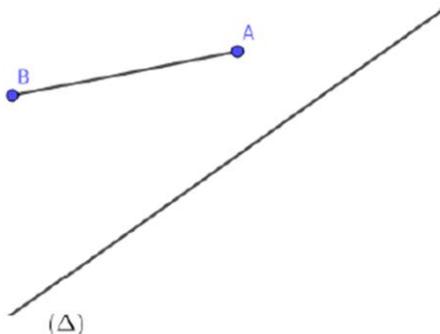
Ojectifs

Activité

Remarques

Activité : 2

On considère le segment $[AB]$ de longueur 2cm et la droite (Δ) .



- 1) – *Construire le point A' le symétrique du point A par rapport à la droite (Δ) .*
- 2) – *Construire le point B' le symétrique du point B par rapport à la droite (D) .*
- 3) – *Compare les deux distance AB et $A'B'$.*
- 4) – *Que peut – on déduire?*

Durée :
20 min

Connaître le symétrique d'un segment par rapport à une droite et la propriété de conservation de longueurs.

Résumé de cours

Remarques

2) – Symétrique d'un segment par rapport à une droite.

Propriété: 1

Le symétrique d'un segment $[AB]$ par rapport à une droite (D) est le segment $[A'B']$ de même longueur, tels que A' et B' sont les symétriques des points A et B respectivement par rapport à la droite (D) .

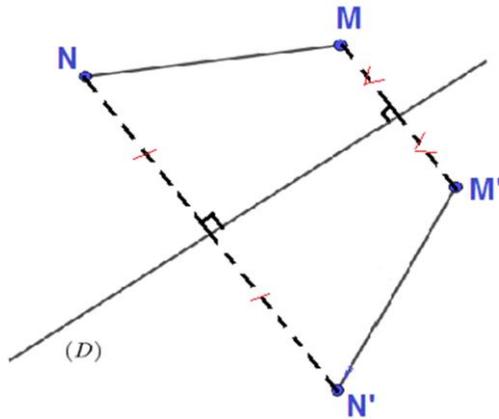
⇒ On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Durée :
20 min

Résumé de cours

Remarques

Exemple:



On a : M' le symétrique du point M par rapport à la droite (D) .

Et le point N' le symétrique du point N par rapport à la droite (D) .

Donc : le symétrique du segment $[MN]$ par rapport à la droite (D) est le segment $[M'N']$.

Et on sait que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Alors : $MN = M'N'$.

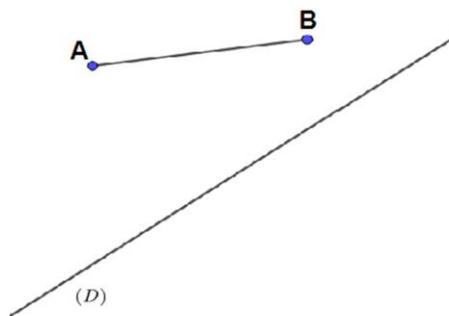
Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 3

On considère la figure suivante:



1) – Construire A' et B' les symétriques des points A et B respectivement par rapport à la droite (D) .

2) – Déterminer le symétrique de segment $[AB]$ et donner sa longueur.

Durée :
15 min

Application

Remarques

Exercice d'application: 4

ABC un triangle rectangle en A tel que :

AB = 3cm et AC = 4cm

- 1) – *Construire le point M le symétrique du point A par rapport à la droite (BC).*
- 2) – *Déterminer le symétrique du segment [AC] par rapport à la droite (BC) et donner sa longueur.*

Durée :
15 min

Symétriques des points alignés.

Ojectifs

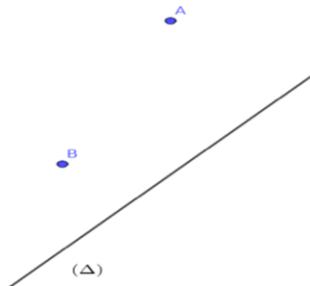
Activité

Remarques

Découvrir la propriété de conservation d'alignement.

Activité : 3

On considère la figure suivante:



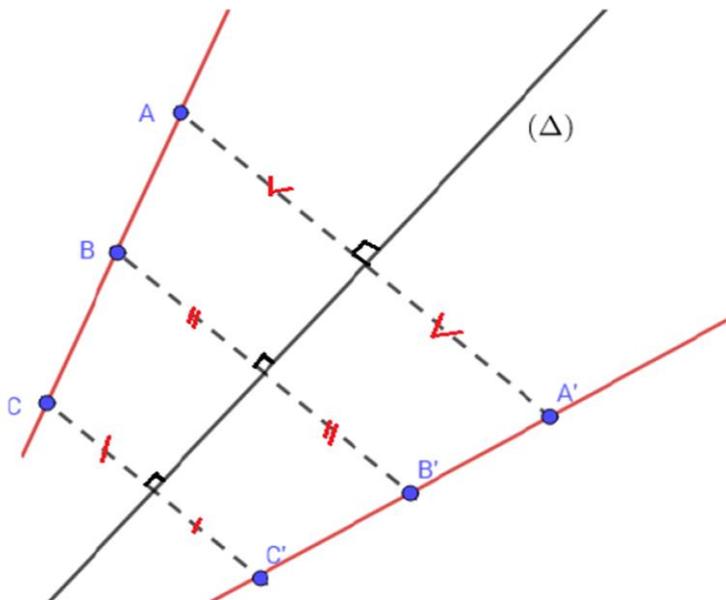
- 1) – *Construire le point C tels que les points A, B et C soient alignés.*
- 2) – *Construire le point D tels que les points A, B et D ne soient pas alignés.*
- 3) – *Construire les points A', B', C' et D' les symétriques des points A, B, C et D respectivement par rapport à (D).*
- 4) – *Que remarques – tu – à propos les points A', B' et C'?*
- 5) – *Que remarques – tu – à propos les points A', B' et D'?*
- 6) – *Que peut – on déduire?*

Durée :
20 min

3) – Conservation d'alignement:Propriété: 2

Les symétriques des trois points alignés par rapport à une droite sont des points alignés.

⇒ On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement.

Exemple:

On a : A, B et C sont alignés.

Les points A', B' et C' sont les symétriques des points A, B et respectivement par rapport à la droite (D).

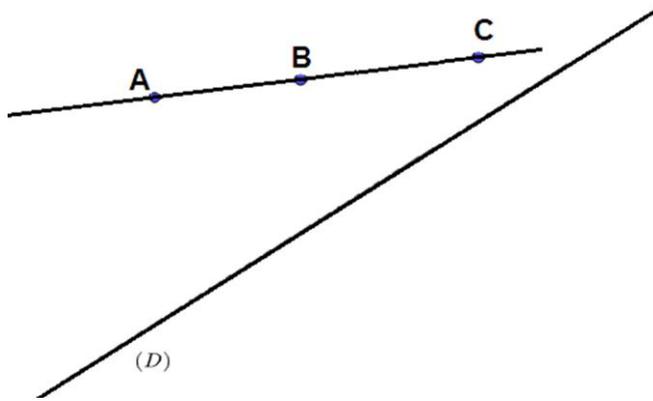
et comme la symétrie axiale conserve l'alignement.

Alors les points A', B' et C' sont symétriques.

Durée :
20 min

Exercice d'application: 5

On considère les points A, B et C alignés et la droite (D) .



- 1) – *Construire les points A', B' et C' les symétriques des points A, B et C respectivement par rapport à la droite (D) .*
- 2) – *Montrer que les points A', B' et C' sont alignés.*

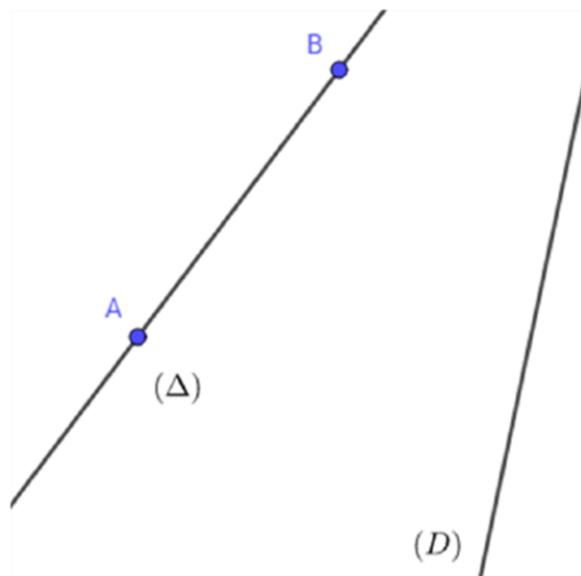
Durée :
15 min

Ojectifs

Découvrir le symétrique d'une droite et d'une demi-droite par rapport à une droite.

Activité**Activité:4**

On considère la figure suivante:



Soient (D) et (Δ) deux droites, A et B deux points de (Δ) .

- 1) – Construire les points A' et B' les symétriques respectivement des points A et B par rapport à la droite (D) .*
- 2) – Prend un point M appartient à la droit (Δ) et construire son symétrique M' par rapport à la droite (D) .*
- 3) – que remarques – tu à props du point M' ?*
- 4) – Déduire le symétrique de la droite (Δ) et le symétrique de demi – droite d'origine A et qui passe par le point M .*

Remarques

Durée :
20 min

4) – Le symétrique d'une droite – symétrique d'une demi – droite.

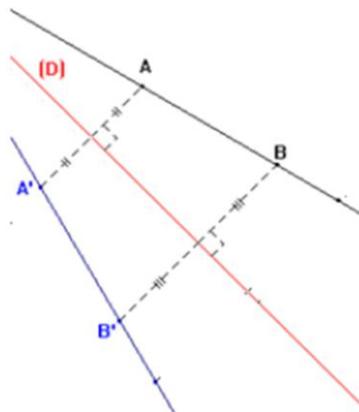
Propriété: 3

* *Le symétrique d'une droite (AB) par rapport à une droite (D) c'est une droite (A'B') tels que A' et B' sont les symétriques respectivement des points A et B par rapport à la droite (D).*

* *Le symétrique d'une demi – droite [AB) par rapport à une droite (D) c'est une demi – droite [A'B') tels que A' et B' sont les symétriques respectivement des points A et B par rapport à la droite (D).*

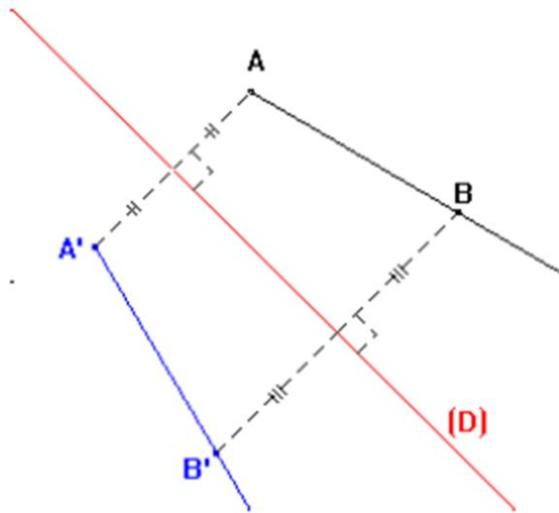
Durée :
20 min

Exemple: 1



Le symétrique de la droite (AB) est la droite (A'B') par rapport à la droite (D).

Exemple: 2



Le symétrique d'une demi – droite $[AB)$ est la demi – droite $[A'B')$ par rapport à la droite (D) .

Propriété: 4

Soient (D) et (Δ) deux droites.

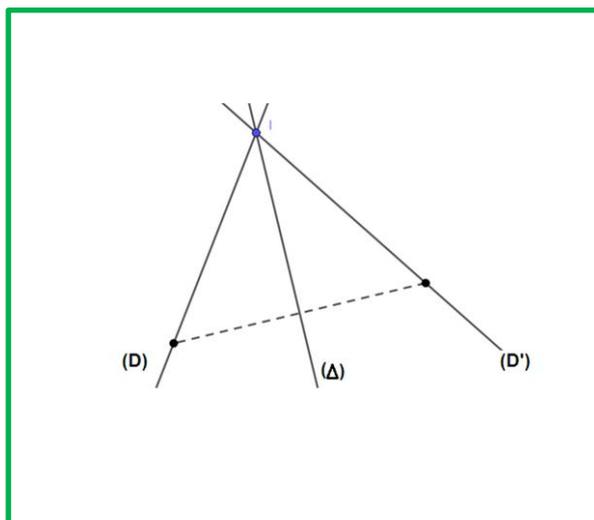
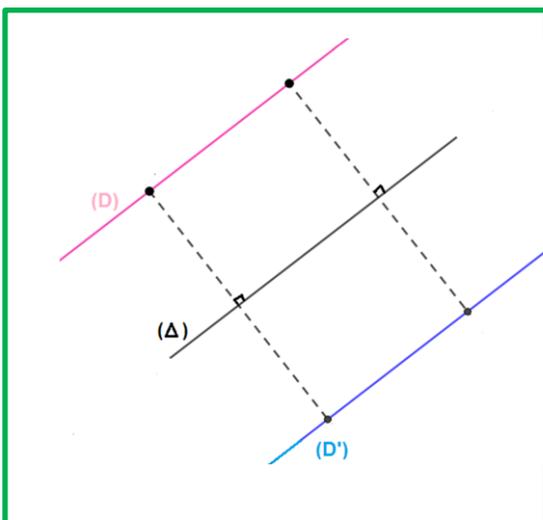
Le symétrique de la droite (D) par rapport à (Δ) est la droite (D') .

** Si (D) parallèle à (Δ) alors (D) parallèle à (D') .*

** Si (D) coupe (Δ) en un point I alors (D') coupe aussi la droite (Δ) en le même point I .*

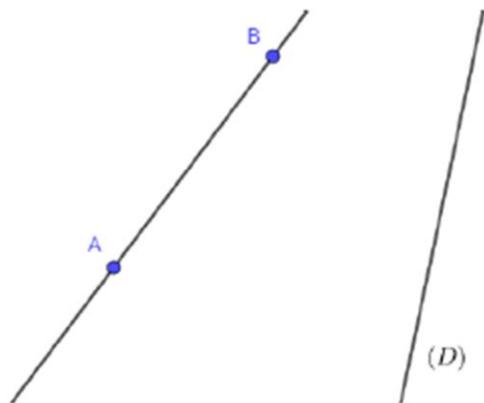
Durée :
20 min

Exemple:

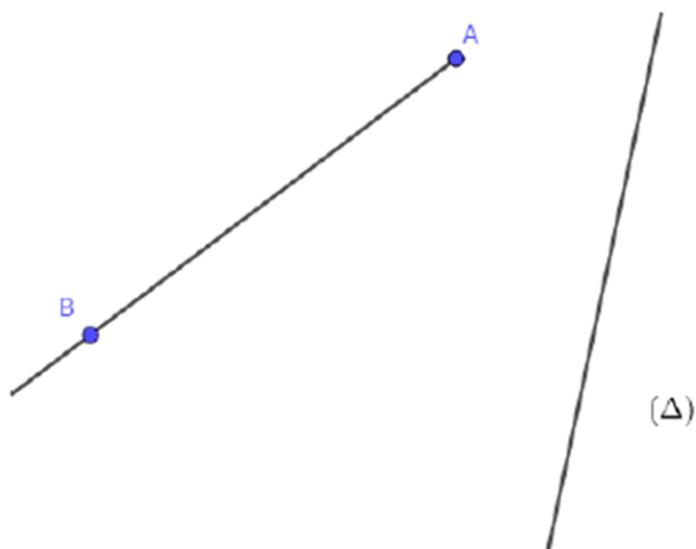


Exercice d'application : 4

1) – *Construire le symétrique de la droite (AB) par rapport à (D).*



2) – *Construire le symétrique de la demi – droite (AB) par rapport à (Δ).*



Durée :
15 min

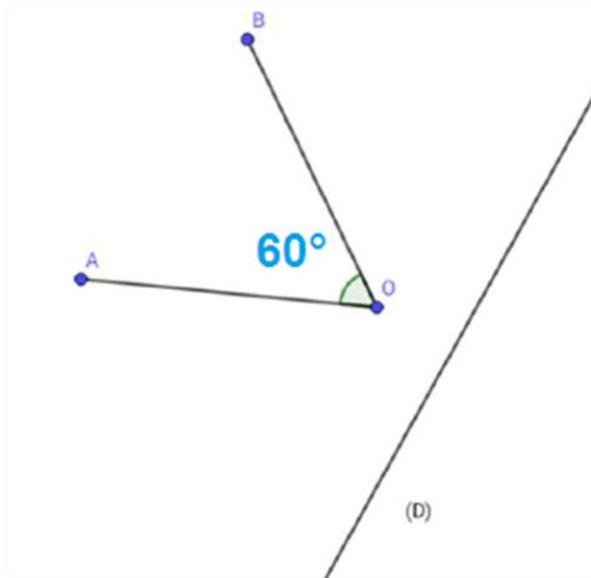
OjectifsActivitéRemarques

Découvrir le
symétrique d'un
angle.

Activité :5

On considère la droite (D) et l'angle

\widehat{AOB} tel que: $\widehat{AOB} = 60^\circ$



- 1) – Construire $[O'A')$ le symétrique de la demi – droite $[OA)$ par rapport à (D) .
- 2) – Construire $[O'B')$ le symétrique de la demi – droite $[OB)$ par rapport à (D) .
- 3) – Quel est le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (D) et que peut – on dire de sa mesure?
- 4) – Complète:
– La symétrie axiale conserve

Durée :
20 min

5) – Le symétrique d'un angle.

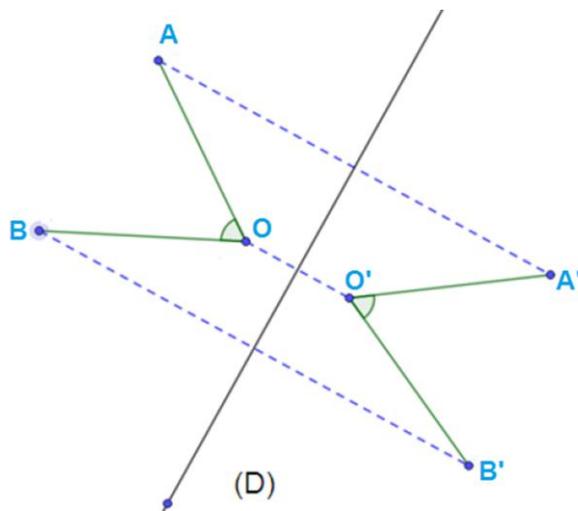
Propriété : 5

Le symétrique d'un angle \widehat{AOB} par rapport à une droite (D) est l'angle $\widehat{A'O'B'}$ tels que les points A', O' et B' sont les symétriques respectivement des points A, O et B par rapport à la droite (D) et on a :

$$\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$$

⇒ On dit que la symétrie axiale conserve les mesures des angles.

Exemple:



Le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (D) est l'angle $\widehat{A'O'B'}$.

Et on a : $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$

Durée :
20 min

Application

Remarques

Exercice d'application : 5

EFG un triangle isocèle en A, tel que : $\widehat{FEG} = 50^\circ$

- 1) – *Construire E' le symétrique du point E par rapport à (FG).*
- 2) – *Calculer $\widehat{FE'G}$. Justifier ta réponse.*

Durée :
15 min

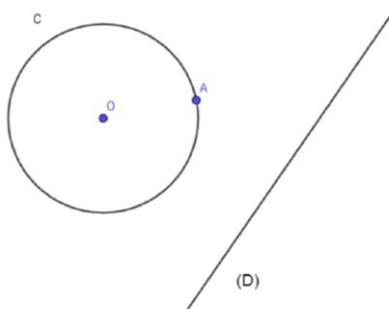
Symétriques d'un cercle.

Ojectifs

Activité

Remarques

Activité :6



(D) une droite et (C) un cercle de centre O et de rayon $r = 2\text{cm}$, et A un point appartient au cercle (C).

- 1) – *Construire le point O' le symétrique du point O par rapport à (D).*
- 2) – *Construire A' le symétrique du point A par rapport à (D).*
- 3) – *Prend un point M du cercle (C) différent du point A et construire M' son symétrique par rapport à (D).*
- 4) – *Déduire le symétrique du cercle (C) par rapport à (D).*
- 5) – *Complète.*
– *Le symétrique d'un cercle est un*

Découvrir le
symétrique d'un
cercle.

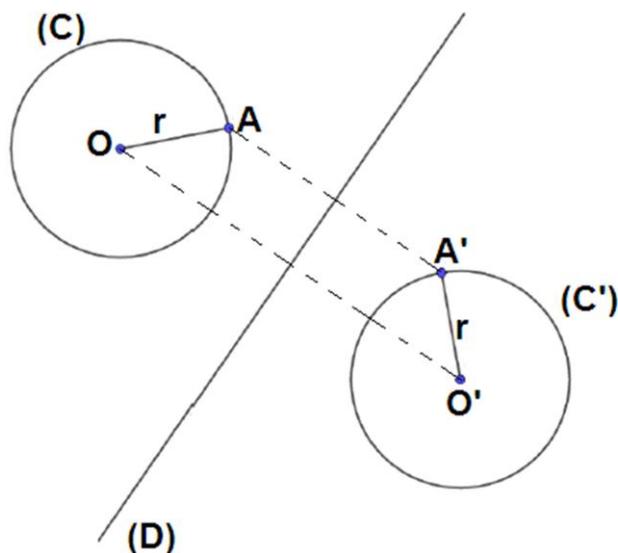
Durée :
20 min

6) – Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite.

Propriété: 6

Le symétrique d'un cercle (C) de centre O et de rayon r par rapport à une droite (D) est le cercle (C') de centre O' et de rayon r tel que O' est le symétrique du point O par rapport à la droite (D).

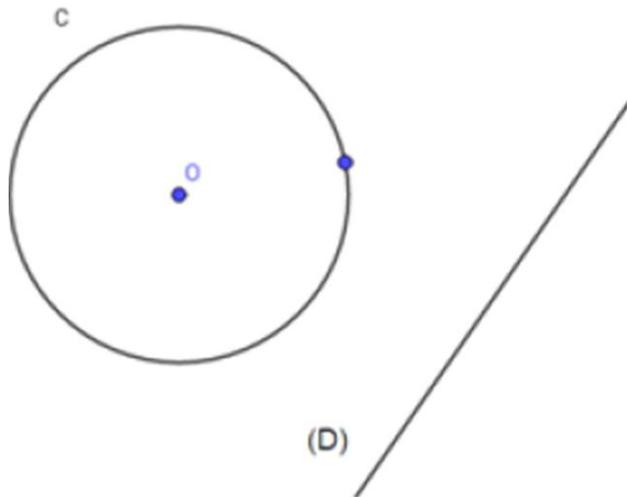
Exemple:



Le cercle (C') est le symétrique du cercle (C) par rapport à (D).

Durée :
20 min

Exercice d'application : 6



(C) un cercle de centre O et de rayon $r = 3\text{cm}$.

1) – Construire (C') le symétrique du cercle (C) par rapport à (D).

2) – Quel est le rayon du cercle (C')?

Durée :
15 min