Le contenu	Remarques

I. Nombres pairs- Nombres impairs

Activité :

On considère les nombres : $0, \sqrt{34}, -8, 8721, 1970, 89، 2017, 1, \sqrt{19}, 24, 5{,}4$

Parmi les nombres précédents trouver :

1) Tous les nombres entiers naturels.

On note l'ensemble des nombres entiers naturels par $\mathbb{N}$.

On a $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\ldots\}$ et $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,\ldots\}$،

Le nombre 24 est un nombre entier naturel. On écrit $24 \in \mathbb{N}$ et on dit que 24 appartient à $\mathbb{N}$.

Le nombre $\sqrt{34}$ n'est un nombre entier naturel. On écrit $\sqrt{34} \notin \mathbb{N}$ et on dit que $\sqrt{34}$ n'appartient pas à $\mathbb{N}$.

2) Tous les nombres pairs.

Soit a un nombre entier naturel ،On dit que a est un nombre pair s'il existe un entier naturel k tel que: $a = 2k$،

3) Tous les nombres impairs.

Soit a un nombre entier naturel ،On dit que a est un nombre impair s'il existe un entier naturel k tel que: $a = 2k + 1$،

Application :

Soient a et b deux nombres de $\mathbb{N}$ $(a \geq b)$. Compléter le tableau suivant :

Le nombre	a	b	$a+b$	$a-b$	$a \times b$
Parité	pair	Pair			
	Pair	Impair			
	Impair	Pair			
	Impair	Impair			

Exercice : Exercice 1 de la série،

II. Multiples d'un entier naturel- ppcm de deux entiers naturels

Activité :

1) Cocher les cases convenables :

	2	6	11	21	0	28	14	120
Multiple de 2								
Multiple de 3								
Multiple de 5								
Multiple de 9								

2) **a)**- Déterminer M_4 l'ensemble de multiples de 4.

b)- Déterminer M_6 l'ensemble de multiples de 6.

c)- En déduire le plus petit commun multiple de 4 et 6 (On le note $ppcm(4,6)$ ou $4 \vee 6$).

Définition :

Soient a et b deux entiers naturels. On dit que b est multiple de a s'il existe un entier naturel k tel que: $b = ka$.

✍ Application :

1) *Déterminer tous les multiples inférieure à 50 de 7.*
2) *Déterminer* $\text{ppcm}(5;3)$, $\text{ppcm}(12;18)$ *et* $\text{ppcm}(5;20)$.

✍ Exercice :

Soient a, b et c trois entiers naturels.

Montrer que si a est multiple de b et c, alors il est un multiple de $2b-3c$.

III. Diviseurs d'un entier naturel- pgcd de deux entiers naturels

✍ Activité :

1) *Cocher les cases convenables :*

	14	6	49	81	495
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 7					
Divisible par 1					

2) **a)**- *Déterminer D_{12} l'ensemble de diviseurs de 12.*

b)- *Déterminer D_{18} l'ensemble de multiples de 18.*

c)- *En déduire le plus grand commun diviseur de 12 et 18 (On le note $p\text{gcd}(12,18)$ ou $12 \wedge 18$).*

Définition :

Soient a et b deux entiers naturels. On dit que a est un diviseur de b s'il existe un entier naturel k tel que: $b = ka$, et on écrit a / b.

✍Application :

1) *Déterminer les diviseurs de 24.*
2) *Déterminer* $\text{pgcd}(8;6)$, $\text{pgcd}(6;26)$ *et* $\text{pgcd}(36;9)$.

✍ Exercice : Exercice 3 de la série.

Critères de divisibilité par 2,3,5,9.

Un nombre est divisible par :

- *2 lorsque son chiffre des unités est pair.*
- *5 lorsque son chiffre des unités soit 0 soit 5.*
- *3 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 3.*
- *9 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 9.*

Exemple :

- *Le nombre 74250 est divisible par 2 et 5 car son chiffre des unités est 0.*
- *Le nombre 74250 est divisible par 3 et 9 car: $7+4+2+5+0=18$ est multiple de 3 et 9.*

IV. Les nombres premiers:

Activité :

Déterminer D_2, D_3, D_5, D_{13} et D_{37}. Que remarquer-vous ?

Définition :

Un entier naturel p supérieure ou égale à 2 est dit premier, si ses seuls diviseurs sont 1 et p.

Application :

1) Trouver les nombres premiers parmi les nombres suivants: 17, 45, 9, 41, 27, 11, 29.

2) Montrer que le nombre 1000701 n'est pas premier.

Remarque :

Pour étudier la primalité d'un entier naturel n, on cherche tous les nombres premiers p qui vérifient: $p \leq \sqrt{n}$.

Si n est divisible par un de ces nombres, alors il n'est pas premier.

Exemple :

Montrons que 97 est un nombre premier.

On a: $\sqrt{97} \prec 10$. Les nombres premiers inférieurs strictement à 10 sont : 2, 3, 5 et 7.

Puisque 97 n'est pas divisible par les nombres2, 3, 5 et 7, alors il est premier.

Application : Exercice 5 de la série.

V. Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers :

Activité :

1) Vérifier que: $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7^1$ ($2^3 \times 5^2 \times 7^1$ représente une décomposition en produit de facteurs premiers du 1400).

2) Déterminer les entiers naturels n, m et p tels que: $3240 = 2^n \times 3^m \times 5^p$.

Théorème :

Tout entier naturel n supérieur ou égale à 2, se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers.

Application :

Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres : 12, 3520, 4576.

Définition :

Soient a et b deux entiers naturels. On dit que a et b sont premiers entre eux si $p\gcd(a,b) = 1$.

Exemples :

- ✓ On a $p\gcd(5,13) = 1$, donc 5 et 13 sont premiers entre eux.
- ✓ On a $p\gcd(12,30) = 6$,donc 5 et 13 ne sont pas premiers entre eux.

Théorème :

- Le PGCD de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus petite puissance.
- Le PPCM de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs et non communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus grande puissance.

Exemple :

Calculons $p\gcd(120,45)$ *et* $ppcm(120,45)$.

Application :

Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 123 et 595 puis déduire qu'ils sont premiers entre eux.

Exercice : *Exercice 11 de la série.*