

**I. Nombres pairs- Nombres impairs**

**✍ Activité :**

On considère les nombres :  $0, \sqrt{34}, -8, 8721, 1970, 89, 2017, 1, \sqrt{19}, 24, 5, 4$

Parmi les nombres précédents trouver :

1) Tous les nombres entiers naturels.

On note l'ensemble des nombres entiers naturels par  $\mathbb{N}$ .

On a  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  et  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ .

Le nombre 24 est un nombre entier naturel. On écrit  $24 \in \mathbb{N}$  et on dit que 24 appartient à  $\mathbb{N}$ .

Le nombre  $\sqrt{34}$  n'est un nombre entier naturel. On écrit  $\sqrt{34} \notin \mathbb{N}$  et on dit que  $\sqrt{34}$  n'appartient pas à  $\mathbb{N}$ .

2) Tous les nombres pairs.

Soit  $a$  un nombre entier naturel. On dit que  $a$  est un nombre pair s'il existe un entier naturel  $k$  tel que:  $a = 2k$ .

3) Tous les nombres impairs.

Soit  $a$  un nombre entier naturel. On dit que  $a$  est un nombre impair s'il existe un entier naturel  $k$  tel que:  $a = 2k + 1$ .

**✍ Application :**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres de  $\mathbb{N}$  ( $a \geq b$ ). Compléter le tableau suivant :

Le nombre	$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$a \times b$
<b>Parité</b>	pair	Pair			
	Pair	Impair			
	Impair	Pair			
	Impair	Impair			

**✍ Exercice :** Exercice 1 de la série.

**II. Multiples d'un entier naturel- ppcm de deux entiers naturels**

**✍ Activité :**

1) Cocher les cases convenables :

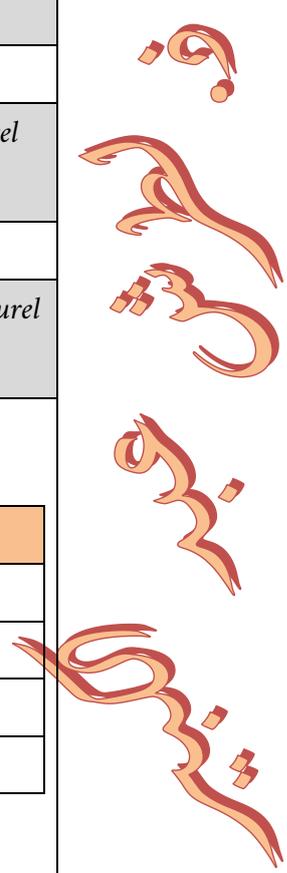
	2	6	11	21	0	28	14	120
Multiple de 2								
Multiple de 3								
Multiple de 5								
Multiple de 9								

2) a)- Déterminer  $M_4$  l'ensemble de multiples de 4.

b)- Déterminer  $M_6$  l'ensemble de multiples de 6.

c)- En déduire le plus petit commun multiple de 4 et 6 (On le note  $ppcm(4, 6)$  ou  $4 \vee 6$ ).

**✍ Définition :**



Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. On dit que  $b$  est multiple de  $a$  s'il existe un entier naturel  $k$  tel que:  $b = ka$ .

**✍ Application :**

- 1) Déterminer tous les multiples inférieure à 50 de 7.
- 2) Déterminer  $\text{ppcm}(5;3)$ ,  $\text{ppcm}(12;18)$  et  $\text{ppcm}(5;20)$ .

**✍ Exercice :**

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois entiers naturels.

Montrer que si  $a$  est multiple de  $b$  et  $c$ , alors il est un multiple de  $2b-3c$ .

**III. Diviseurs d'un entier naturel- pgcd de deux entiers naturels**

**✍ Activité :**

- 1) Cocher les cases convenables :

	14	6	49	81	495
Divisible par 2	<input type="checkbox"/>				
Divisible par 3	<input type="checkbox"/>				
Divisible par 5	<input type="checkbox"/>				
Divisible par 7	<input type="checkbox"/>				
Divisible par 1	<input type="checkbox"/>				

- 2) a)- Déterminer  $D_{12}$  l'ensemble de diviseurs de 12.
- b)- Déterminer  $D_{18}$  l'ensemble de multiples de 18.
- c)- En déduire le plus grand commun diviseur de 12 et 18 ( On le note  $\text{pgcd}(12,18)$  ou  $12 \wedge 18$ ).

**✍ Définition :**

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. On dit que  $a$  est un diviseur de  $b$  s'il existe un entier naturel  $k$  tel que:  $b = ka$ , et on écrit  $a / b$ .

**✍ Application :**

- 1) Déterminer les diviseurs de 24.
- 2) Déterminer  $\text{pgcd}(8;6)$ ,  $\text{pgcd}(6;26)$  et  $\text{pgcd}(36;9)$ .

**✍ Exercice :** Exercice 3 de la série.

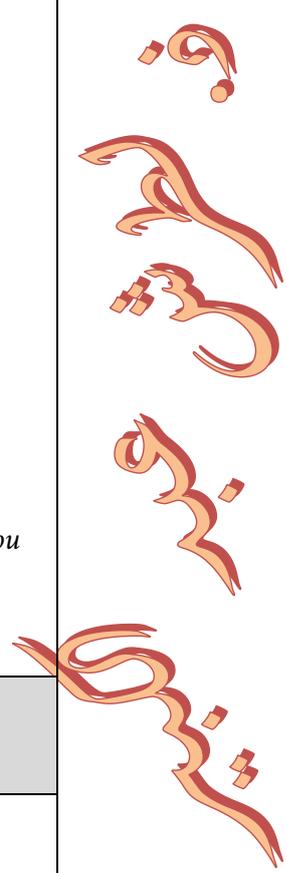
**Critères de divisibilité par 2,3,5,9,**

Un nombre est divisible par :

- 2 lorsque son chiffre des unités est pair.
- 5 lorsque son chiffre des unités soit 0 soit 5.
- 3 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 3.
- 9 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 9.

**○ Exemple :**

- Le nombre 74250 est divisible par 2 et 5 car son chiffre des unités est 0.
- Le nombre 74250 est divisible par 3 et 9 car:  $7+4+2+5+0=18$  est multiple de 3 et 9.



#### IV. Les nombres premiers:

##### **Activité :**

Déterminer  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_5$ ,  $D_{13}$  et  $D_{37}$ . Que remarquer-vous ?

##### **Définition :**

Un entier naturel  $p$  supérieure ou égale à 2 est dit premier, si ses seuls diviseurs sont 1 et  $p$ .

##### **Application :**

- 1) Trouver les nombres premiers parmi les nombres suivants: 17, 45, 9, 41, 27, 11, 29.
- 2) Montrer que le nombre 1000701 n'est pas premier.

##### **Remarque :**

Pour étudier la primalité d'un entier naturel  $n$ , on cherche tous les nombres premiers  $p$  qui vérifient:  $p \leq \sqrt{n}$ .

Si  $n$  est divisible par un de ces nombres, alors il n'est pas premier.

##### **Exemple :**

Montrons que 97 est un nombre premier.

On a:  $\sqrt{97} < 10$ . Les nombres premiers inférieurs strictement à 10 sont : 2, 3, 5 et 7.

Puisque 97 n'est pas divisible par les nombres 2, 3, 5 et 7, alors il est premier.

##### **Application :** Exercice 5 de la série.

#### V. Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers :

##### **Activité :**

- 1) Vérifier que:  $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7^1$  ( $2^3 \times 5^2 \times 7^1$  représente une décomposition en produit de facteurs premiers du 1400).
- 2) Déterminer les entiers naturels  $n$ ,  $m$  et  $p$  tels que:  $3240 = 2^n \times 3^m \times 5^p$ .

##### **Théorème :**

Tout entier naturel  $n$  supérieur ou égale à 2, se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers.

##### **Application :**

Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres : 12, 3520, 4576.

##### **Définition :**

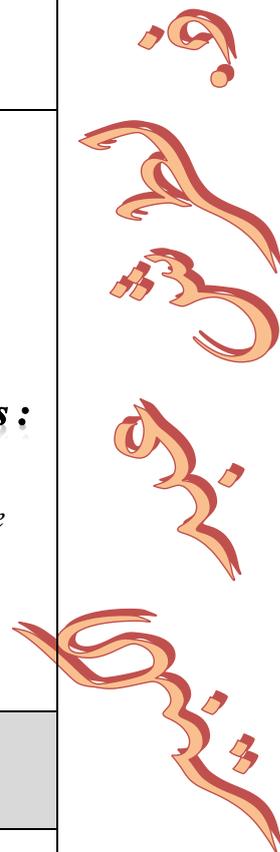
Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. On dit que  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux si  $\text{pgcd}(a,b) = 1$ .

##### **Exemples :**

- ✓ On a  $\text{pgcd}(5,13) = 1$ , donc 5 et 13 sont premiers entre eux.
- ✓ On a  $\text{pgcd}(12,30) = 6$ , donc 5 et 13 ne sont pas premiers entre eux.

##### **Théorème :**

- Le PGCD de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus petite puissance.
- Le PPCM de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs et non communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus grande puissance.



**○ Exemple :**

Calculons  $\text{pgcd}(120,45)$  et  $\text{ppcm}(120,45)$ .

**✍ Application :**

Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 123 et 595 puis déduire qu'ils sont premiers entre eux.

**✍ Exercice :** Exercice 11 de la série.

