Exercice 1 :

Soit x et y deux entiers naturels tels que x est pair et y est impair. Déterminer la parité des nombres suivants:

$A = x + 124y$; $B = 9x + 19y$; $C = 9x + 18y$;

$D = 11x^{11} + y^4 + 19$; $E = x(x+9) + (y+18)(y+11)$

Exercice 2 :

Déterminer parmi les nombres suivants, les multiples de 17:

340 ; 39 ; 51 ; 0 ; 187 ; 2018

Exercice 3 :

Soit k un entier naturel :

1. Montrer que le nombre $A = 7k^2 + 21k + 35$ est un multiple de 7
2. Montrer que le nombre $B = (2k-6)^2 + 8k + k(k+1)$ est pair
3. Montrer que le nombre $C = (4k-10)^2 + 4k + (k(k-1))^2$ est divisible par 4

Exercice 4 :

Soit k un entier naturel :

1. Montrer que les nombres suivants sont des carrés parfaits: 81 ; 121 ; 169×49 ; 196×13^{10}
2. Montrer que le nombre $A = 9k^2 + 12k + 4$ est un carré parfait
3. Montrer que le nombre $B = 9k^2 + 12k + 5$ n'est pas un carré parfait

Exercice 5 :

1. Donner les carrés des nombres entiers de 0 à 9
2. Le nombre 5512882 peut-il être un carré parfait ?
3. Donner une condition nécessaire pour qu'un entier soit parfait. Cette condition est-elle suffisante?

Exercice 6 :

1. Dresser la liste des diviseurs de 420 puis celle des diviseurs de 1386.
2. Dresser la liste des diviseurs communs à 420 et à 1386.
3. calculer le PGCD de 420 et de 1386. Quels sont les diviseurs de ce PGCD ?

Exercice 7 :

1. Chercher les multiples de 15 qui sont aussi multiples de 22.
2. Chercher les multiples de 15 qui sont aussi multiple de 30.
3. Chercher les multiples de 15 qui sont aussi multiples de 99.

Exercice 8 :

On pose $a = 2353$ et $b = 14850$

1. Décomposer a et b en produit de facteurs premiers
2. Donner le nombre de diviseur de chacun des nombres a et b
3. Déterminer $a \wedge b$ et $a \vee b$
4. Déterminer le plus petit entier p tel que $p \times a$ soit un carré parfait
5. Déterminer le plus petit entier q tel que $b \times q$ soit un carré parfait
6. Simplifier les nombres : $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{ab}$

Exercice 9 :

Soit les entiers $a = 45 \times 8^3 \times 120$ et $b = 14 \times 850$

1. Décomposer a et b en produit de facteurs premiers
2. Donner le nombre de diviseur de chacun des nombres a et b
3. Déterminer $a \wedge b$ et $a \vee b$
4. Simplifier les nombres : $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{ab}$

Exercice 10 :

Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système : $\begin{cases} a \wedge b = 30 \\ a \times b = 2700 \end{cases}$

Exercice 11 :

Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système : $\begin{cases} a \wedge b = 5 \\ a + b = 15 \end{cases}$

Exercice 12 :

Vérifier que les entiers suivants sont des multiples de 37 :

1. Les nombres constitués de trois chiffres identiques (comme 222, 888…)
2. Les nombres constitués de six chiffres identiques (comme 555555, 999999….)
3. Les nombres de six chiffres obtenus en juxtaposant trois fois deux chiffres identiques (comme 717171…).

Exercice 13 :

1. Déterminer D_{12} l'ensemble des diviseurs de 12
2. Soit dans $\mathbb{N}^2$, le système $(I) : \begin{cases} (x-3)(y-2) = 12 \\ x < y + 1 \end{cases}$
   a) Montrer que : $x - 3 < y - 2$
   b) Résoudre le système (I)

Exercice 14 :

a et b sont deux entiers naturels non nuls tels que $ab = a \vee b$

Montrer que a et b sont premier entre eux

Exercice 15 :

Le nombre entier naturel $N = 100x + 10y + z$ constitué de trois chiffres :z chiffre des unités, y chiffre des dizaines et x chiffre des centaines. Est noté : $N = \overline{xyz}$

1) Montrer que n tel que $n = \overline{xyz} - \overline{zyx}$ est un multiple de 99 .

2) Montrer que si $x + y + z = 9$, alors le nombre $N = \overline{xyz}$ est divisible par 9 .

3) Montrer que si $y = x + z$, alors le nombre $N = \overline{xyz}$ est divisible par 11 .

Exercice 16 :

Soit x un nombre superieur ou égale à 2

1. Montrer que $x^4 + 4 = \left((x-1)^2 + 1\right)\left((x+1)^4 + 1\right)$
2. En déduire que $x^4 + 4$ n'est premier