Le contenu	Remarques

I. Egalité de deux vecteurs-Somme de deux vecteurs

Activité :

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P) .

1) Construire les points du plan M et N tels que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

2) Monter que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ et déduire la nature du quadrilatère $MNCB$.

Propriétés :

- Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, même sens et même norme(on note la norme d'un vecteur $\vec{u}$ par $\|\vec{u}\|$).
- Soient A, B et C trois points du plan. On a :

✓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Relation de Chasles).

✓ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme .

✓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.

✓ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Application :

1) Simplifier le vecteur $\vec{U}$ tel que : $\vec{U} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}$.

2) Soient A, B, C, D et E des points du plan. Montrer que :

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$

Exercice : Exercice 1 de la série.

II. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

Activité :

Soit ABC un triangle. Construire les points M, N, L et K tels que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{BN} = -2\overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{AL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

Définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

- $k\vec{u}$ est un vecteur.
- Si $k > 0$, alors $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction, même sens et $\|k\vec{u}\| = k\|\vec{u}\|$
- Si $k < 0$, alors $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction, des sens opposés et $\|k\vec{u}\| = -k\|\vec{u}\|$

Application :

Soit ABC un triangle et soit D un point du plan tel que : $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{DC}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{BD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

2) Placer le point D .

Propriétés :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs α et β deux nombres réels on a :

* $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ * $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$ * $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$ * $1\vec{u} = \vec{u}$

$* k\vec{u}=\vec{0}$ si et seulement si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $k=0$.

Application :

1) Simplifier les écritures vectorielles suivantes : $\vec{a}=2(\vec{u}+5\vec{v})+3(\vec{u}-\vec{v})$ et $\vec{b}=13\vec{u}+3(4\vec{v}-\vec{u})+2\vec{v}$.

2) En déduire une relation vectorielle entre les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

III. Colinéarité de deux vecteurs – Alignement de trois points

Activité :

Soit ABC un triangle et soient D et E deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1) Construire une figure convenable.

2) Déduire la relation vectorielle entre les deux vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$

3) Que peut-on dire sur les points A, D et E.

Définition et propriété :

- On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\vec{v}=\alpha\vec{u}$.
- On dit que les points A, B et C sont alignés, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}$ (Le nombre α est appelé l'abscisse du point C au repère (A,B)).

EXEMPLE :

L'écriture $\overrightarrow{AC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ entraine que les points A, C et D sont alignés et que $\frac{4}{3}$ est l'abscisse du point C au repère (A,D).

Application :

ABC est un triangle et soient D et E deux points du plan tels que: $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Montrer que : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. Que déduisez-vous ?

Exercice : Exercice 4 de la série.

IV. Milieu d'un segment :

Propriété :

Soient A, B et I trois points du plan.

I est le milieu du segment $[AB]$, si et seulement si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Application :

Soit ABC un triangle et soient I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Propriété : (Propriété caractéristique de milieu d'un segment)

Si I est le milieu du segment $[AB]$, alors pour tout point M du plan (P) :
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Exercice : Exercice 3 de la série.

Exercice de synthèse : Exercice 11de la série.