

I. Egalité de deux vecteurs-Somme de deux vecteurs

✍ Activité :

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P) .

- 1) Construire les points du plan M et N tels que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
- 2) Montrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ et déduire la nature du quadrilatère $MNCB$.

✍ Propriétés :

- Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, même sens et même norme (on note la norme d'un vecteur \vec{u} par $\|\vec{u}\|$).
- Soient A, B et C trois points du plan. On a :
- ✓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Relation de Chasles).
- ✓ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme .
- ✓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.
- ✓ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

✍ Application :

- 1) Simplifier le vecteur \vec{U} tel que : $\vec{U} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}$.
- 2) Soient A, B, C, D et E des points du plan. Montrer que :

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$$

✍ Exercice : Exercice 1 de la série.

II. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

✍ Activité :

Soit ABC un triangle. Construire les points M, N, L et K tels que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{BN} = -2\overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{AL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$$

✍ Définition :

Soit \vec{u} un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

- $k\vec{u}$ est un vecteur.
- Si $k > 0$, alors $k\vec{u}$ et \vec{u} ont même direction, même sens et $\|k\vec{u}\| = k\|\vec{u}\|$
- Si $k < 0$, alors $k\vec{u}$ et \vec{u} ont même direction, des sens opposés et $\|k\vec{u}\| = -k\|\vec{u}\|$

✍ Application :

Soit ABC un triangle et soit D un point du plan tel que : $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{DC}$.

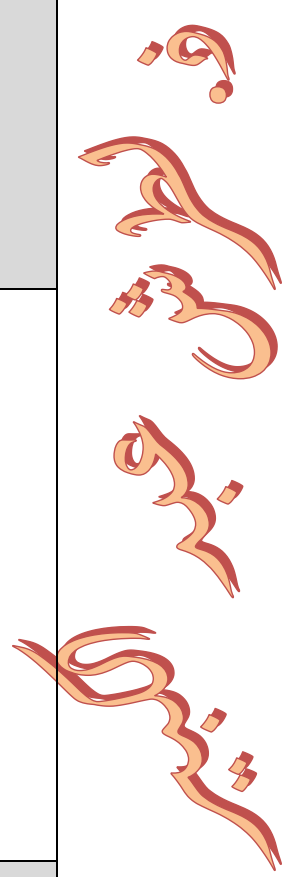
$$1) \text{ Montrer que : } \overrightarrow{BD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} .$$

2) Placer le point D .

✍ Propriétés :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs α et β deux nombres réels on a :

$$* \alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v} \quad * (\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u} \quad * \alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u} \quad * 1\vec{u} = \vec{u}$$



* $k\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $k = 0$.

Application :

1) Simplifier les écritures vectorielles suivantes : $\vec{a} = 2(\vec{u} + 5\vec{v}) + 3(\vec{u} - \vec{v})$ et

$$\vec{b} = 13\vec{u} + 3(4\vec{v} - \vec{u}) + 2\vec{v}.$$

2) En déduire une relation vectorielle entre les vecteurs \vec{a} et \vec{b} .

III. Colinéarité de deux vecteurs – Alignement de trois points

Activité :

Soit ABC un triangle et soient D et E deux points du plan tels que : $\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$

et $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.

1) Construire une figure convenable.

2) Déduire la relation vectorielle entre les deux vecteurs \vec{AD} et \vec{AE}

3) Que peut-on dire sur les points A , D et E .

Définition et propriété :

- On dit que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\vec{v} = \alpha\vec{u}$.
- On dit que les points A, B et C sont alignés, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\vec{AC} = \alpha\vec{AB}$ (Le nombre α est appelé l'abscisse du point C au repère (A, B)).

EXEMPLE :

L'écriture $\vec{AC} = \frac{4}{3}\vec{AD}$ entraîne que les points A, C et D sont alignés et que $\frac{4}{3}$ est l'abscisse du point C au repère (A, D) .

Application :

ABC est un triangle et soient D et E deux points du plan tels que: $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ et

$$\vec{DE} = \frac{3}{2}\vec{BC}.$$

Montrer que : $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}$. Que déduisez-vous ?

Exercice : Exercice 4 de la série.

IV. Milieu d'un segment :

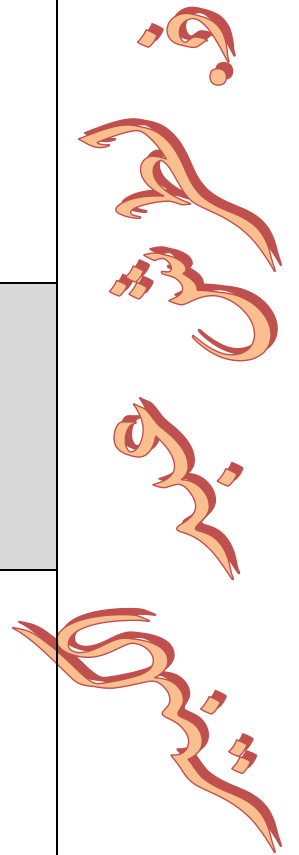
Propriété :

Soient A, B et I trois points du plan.


I est le milieu du segment $[AB]$, si et seulement si $\vec{AI} = \vec{IB} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.

Application :

Soit ABC un triangle et soient I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.



Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2} \vec{BC}$.

 **Propriété :** (Propriété caractéristique de milieu d'un segment)

Si I est le milieu du segment $[AB]$, alors pour tout point M du plan (P) :

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}.$$

 **Exercice :** *Exercice 3 de la série.*

 **Exercice de synthèse :** *Exercice 11 de la série.*

