

✂ Exercice 1 ✂

A, B et C sont trois points non alignés.

Exprimer, en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} seulement, les vecteurs :

- $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$.
- $\vec{w} = -2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

✂ Exercice 2 ✂

A, B, C et D sont quatre points du plan.

Montrer que : $\begin{cases} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \end{cases}$

✂ Exercice 3 ✂

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O .

Montrer que tous ces vecteurs sont nuls.

- $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.
- $\vec{v} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{DO}$.
- $\vec{w} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$.

✂ Exercice 4 ✂

Soient A, B, C et M quatre points du plan et soit \vec{u} le vecteur défini par : $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$.

- ① Montrer que : $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
- ② Soit \vec{v} le vecteur défini par : $\vec{v} = 2\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{BC}$.
Montrer que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

✂ Exercice 5 ✂

$ABCD$ est un parallélogramme et M le point du plan tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$.

- ① Montrer que B, C et M sont alignés.
- ② En déduire que C est le milieu du segment $[BM]$.

✂ Exercice 6 ✂

ABC est un triangle et I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$ respectivement.

Montrer que : $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$.

✂ Exercice 7 ✂

ABC est un triangle et G son centre de gravité ($\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$) et O est le milieu de $[BC]$.

Montrer que : $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OG} \\ -2\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \end{cases}$

✂ Exercice 8 ✂

$ABCD$ est un parallélogramme.

- ① placer le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
- ② placer le point N tel que : $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$.

③ Montrer que $\overrightarrow{CM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NM} = \frac{9}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

④ En déduire que $(MN) \parallel (CM)$.

✂ Exercice 9 ✂

$ABCD$ est parallélogramme.

On considère M et N les points du plan tels que : $\overrightarrow{DM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$.

- ① Montrer que : $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.
- ② a. Calculer \overrightarrow{BM} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
b. Calculer \overrightarrow{BN} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
- ③ Montrer que : $2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{BN} = \vec{0}$.

✂ Exercice 10 ✂

ABC est un triangle.

On considère I et J et les milieux des segments $[AB]$ et $[AC]$ respectivement.

- ① Montrer que : $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
- ② Soient M et N deux points du plan tels que : $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{CI}$.
a. Quelle est la nature de quadrilatères $ACBN$ et $ABCM$? justifier votre réponse.
b. Montrer que les points A, M et N sont alignés.

✂ Exercice 11 ✂

$ABCD$ est un parallélogramme et M et N deux points du plan tels que : $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$.

- ① Construire une figure convenable.
- ② Montrer que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$.
- ③ Montrer que C, M et N sont alignés.
- ④ Soit E le milieu du $[DN]$ et soit F le point du plan tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$.
Montrer que C est le milieu de $[EF]$.
- ⑤ Montrer que : $(BD) \parallel (EF)$.

✂ Exercice 12 ✂

$ABCD$ est un quadrilatère et x un réel.

On considère M et N deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DN} = x\overrightarrow{DC}$.

- ① Montrer que : $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{BC} + (1-x)\overrightarrow{AD}$.
- ② On suppose que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$.
a. Quelle est la nature $ABCD$?
b. Calculer \overrightarrow{MN} en fonction de \overrightarrow{BC} .
c. Déterminer la valeur de x pour que $M = N$.