

## Raisonnement par implication contraposée

## Exercice 5 :

1)- Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 y - xy^2 + y - x = (xy - 1)(x - y)$$

2)- Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (xy - 1)(x - y) \neq 0 \Rightarrow x(y^2 + y + 1) \neq y(x^2 + x + 1)$$

## Exercice 6 :

1)- Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R} - \{1\})(\forall y \in \mathbb{R} - \{1\}) : x \neq y \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} \neq \frac{y+1}{y-1}$$

2) Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x \neq 1 \text{ et } x \neq -1 \Rightarrow 1 + xy \neq x + y$ 3)- Prouver que :  $(\forall n \in \mathbb{N}) n^2 \text{ est pair } \Leftrightarrow n \text{ est pair}$ .4)- Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs.

$$\text{Prouver que : (1) } a + b < c \Rightarrow \left( a < \frac{c}{2} \text{ ou } b < \frac{c}{2} \right)$$

$$(2) ab < c \Rightarrow (a < \sqrt{c} \text{ ou } b < \sqrt{c})$$

## Raisonnement par équivalences successives

## Exercice 7 :

1)- Prouver que :  $(\forall a \in \mathbb{R}^+) : a + \frac{1}{a} \geq 2$ 2)- Soit  $x$  un réel.

$$\text{Montrer que : } x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2}} = 1$$

## Notions de logique

## Exercice 8 :

1)- Montrer que :  $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : \frac{3a-b}{2a+b} = -6 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}b$ .2)- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante :  $\sqrt{x+5} \geq 4x-1$ .3)- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  définie

$$\text{par : } f(x) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{3x-5}$$

4)- Montrer que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$ .

## Raisonnement par disjonction des cas

## Exercice 9 :

1)- Ecrire l'expression suivante sans valeur absolue à l'aide d'un tableau de signes :  $(x \in \mathbb{R}) |2x-1| + |3x+4|$ .2)- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $|2x-1| + |3x+4| = 7$ .

## Exercice 10 :

1)- Montrer que la somme de deux entiers naturels de même parité est pair.

2)- Soit  $n$  un entier naturel. prouver que  $n^3 - n$  est divisible par 3

## Exercice 11 :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = mx^2 - mx + 2$  avec  $m$  un paramètre non nul.Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .