Notions de logique

Exercice 1 :

Ecrire à l'aide des quantificateurs les propositions suivantes , étudier leurs valeurs de vérité :

1)- Pour tout entier relatif n il existe un entier relatif m tel que $n=3m$

2)- Pour tous réels x et y il existe un unique rationnel z tel que $x+y=z$.

3)- Il existe un nombre réel w tel que pour tout réel x : $x \leq w$.

4)- Tout nombre rationnel est quotient de deux entiers relatifs .

5)- Pour tout réel m l'équation $x^2-2mx-1=0$ admet une solution dans IR .

Exercice 2 :

1)- Soient les assertions suivantes :

(a) $(\forall x \in [0;+\infty[) : \sqrt{x} \leq x$.

(b) $(\exists x \in IR) : x^2 = -7x$.

(c) $(\forall a \in IR)(\forall b \in IR) : a^2+4b^2 \geq 4ab$.

(d) $(\forall x \in IR) : x^2 \geq \frac{1}{4}$ ou $x \notin [-2;2]$.

(e) $(\forall x \in IR)(\exists y \in IR^*) : x = \frac{3y+5}{7y}$.

a)- Les assertions (a),(b) ,(c),(d) ,(e) sont-elles vrais ou fausses ?

b)- Donner leurs négation .

3)- A et B deux parties de IN . Ecrire en utilisant les quantificateurs les assertions : $A=\varnothing$, $A \cap B \neq \varnothing$, $A \subset B$, $A \not\subset B$.

Exercice 3 :

Soient les quatre assertions suivantes :

(a) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z}) : 2x-3y=\sqrt{2}$

(b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x+y>0$

(c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x+y>0$

(d) $(\exists y \in IR)(\forall x \in IR) : \frac{2x}{1+x^2} \leq y$

1)- Les assertions (a) ,(b) ,(c) ,(d) sont-elles vraies ou fausses ?.

2)- Donner leur négation .

Exercice 4 :

Soient f et g deux fonctions de IR dans IR .

Ecrire à l'aide des quantificateurs les expressions suivantes et donner leur négation :

(1) « f est strictement décroissante »

(2) « la courbe de la fonction f rencontre l'axe des abscisses » .

(3) Les courbes (C_f) et (C_g) se rencontrent en un point du plan

(4) On considère la droite (D) d'équation : $y=2x+1$.
« la courbe de f est au-dessus de la droite (D) et celle de g est au-dessous de la même droite » .

(5) On considère les deux droites (D) et (H) d'équations respectives $y=x+2$ et $y=4x-5$.
« la courbe de f rencontre les deux droites (D) et (H) » .

(6) « tout élément de IR admet un antécédent dans IR par la fonction g » .