Raisonnement par l'absurde

Exercice 12 :

1)- Montrer que : $(\forall a \in IR_+^*)\ \sqrt{1+a} \neq 1+\frac{a}{2}$.

2)- Soit n un entier tel que n^2 n'est pas un multiple de 16 .
Montrer que $\frac{n}{2}$ n'est pas un entier pair .

3)- Soient x et y deux réels positifs distincts .
Prouver que $x^2+3x+1 \neq y^2+3y+1$.

Raisonnement par récurrence

Exercice 13 :

1)- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n l'entier $3^{2n}-2^n$ est divisible par 7 .

2)- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n l'entier n^3-n est divisible par 6 .

3)- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n l'entier $4^n+15n-1$ est divisible par 9 .

Exercice 14 :

1)- Montrer que : $(\forall n \in IN)\ 3^n \geq 1+2n$.

2)- Montrer que : $(\forall n \in IN-\{0;1;2;3\})\ 2^n \geq n^2$.

3)- Soit a un réel strictement positif .
Prouver que : $(\forall n \in IN)\ (1+a)^n \geq 1+an$.

Notions de logique

Exercice 15 :

1)- Prouver que :
$$(\forall n \in IN)\ 1\times2+2\times3+3\times4+\cdots\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

2)- Prouver que :
$$(\forall n \in IN^*)\ 1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+n\times2^n=(n-1)\times2^{n+1}+2$$

3)- Prouver que :
$$(\forall n \in IN-\{0;1\})\ (1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})\times\cdots\cdots\times(1-\frac{1}{n})=\frac{1}{n}$$

4)- Prouver que : $(\forall n \in IN^*)$:
$$(\forall n \in IN^*)\ \frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots\cdots+\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{n}{n+1}$$

5)- Montrer que : $(\forall n \in IN^*)$:
$$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots\cdots+\frac{1}{n\times(n+1)(n+1)}=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

Exercice 16 :

On dispose de 9 pièces de 1 DH dont une seule est fausse et plus lourde que les autres .
Montrer qu'on peut la détecter en utilisant une balance de type Roberval en effectuant exactement deux pesées .