

Le contenu

I. Repère du plan :

1. Coordonnées d'un point - Coordonnées d'un vecteur :

✍ **Activité : Exercice N°1 de la série.**

On considère les points $A(0, 2)$, $B(1, -2)$ et $C(1, 1)$ du plan rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Donner les coordonnées des vecteurs : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .
- 2) Ecrire les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .
- 3) Donner les coordonnées des vecteurs : $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB}$.
- 4) Donner les coordonnées de I le milieu du segment $[AC]$.

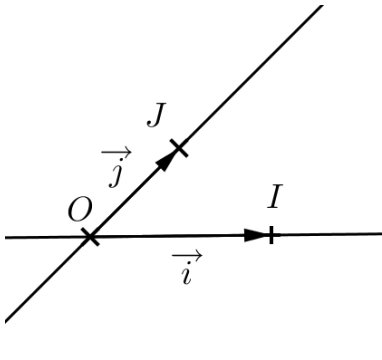
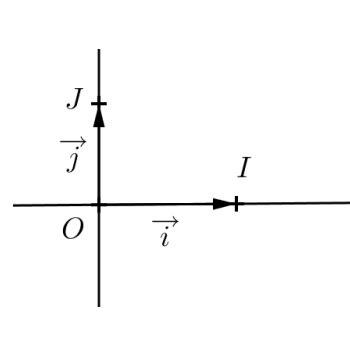
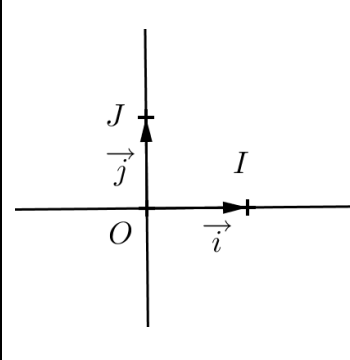
✍ **Définitions :**

Trois points O, I et J distincts non alignés définissent un repère $(O; I, J)$.

- Le point O est appelé *l'origine* du repère.
- La droite (OI) est appelée *axe des abscisses*.
- La droite (OJ) est appelée *axe des ordonnées*.

Si on pose $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$, alors ce repère se note également $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Le couple (\vec{i}, \vec{j}) est appelé *une base* du plan.

		
<p>Repère quelconque</p>	<p>Repère orthogonal $(OI) \perp (OJ)$</p>	<p>Repère orthonormé $\begin{cases} OI = OJ \\ (OI) \perp (OJ) \end{cases}$ </p>

✍ **Propriétés :**

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.

- Pour tout point M du plan, il existe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels tels que: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Le couple $(x; y)$ est appelé *coordonnées* du M et on écrit $M(x; y)$

- Pour tout vecteur \vec{u} du plan, il existe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels tels que: $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Le couple $(x; y)$ est appelé *coordonnées* du \vec{u} et on écrit $\vec{u}(x, y)$ ou $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

✍ **Application:**

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

Donner les coordonnées des points A, B, C, O et D dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Remarques

ذ. طارق عبد الكبير

Propriétés :

Soient A et B deux points de coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B) dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $(x_B - x_A, y_B - y_A)$.
- Le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_B + x_A}{2}, \frac{y_B + y_A}{2}\right)$.
- Si le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé, alors: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Application:

Soient $A(4, 4)$, $B(2, 2)$ et $C(5, -1)$ des points du plan.

Montrer que le triangle ABC est rectangle en B .

Dans tous ce qui suit on rapporte le plan au repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

2. Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs :

Définition :

Soient $\vec{u}(a, b)$ et $\vec{v}(a', b')$ deux vecteurs du plan.

Le nombre $ab' - a'b$ est appelé **le déterminant** de vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans cet ordre, on le

$$\text{note } \det(\vec{u}, \vec{v}) \text{ ou } \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \text{ et on écrit : } \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b.$$

○ Exemples:

$$\text{Calculons : } \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \text{ et } \begin{vmatrix} -2\sqrt{6} & 4\sqrt{3} \\ 3 & -3\sqrt{2} \end{vmatrix}.$$

Propriété :

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Application : Exercice N°2 de la série.

Soit m un paramètre réel.

1) On considère les vecteurs : $\vec{u}_1 = -\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{u}_2 = -4\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{u}_3 = (2m-3)\vec{i} + 2\vec{j}$.

a) Etudier la colinéarité de \vec{u}_1 et \vec{u}_2 .

b) Déterminer la valeur de m pour que \vec{u}_1 et \vec{u}_3 soient colinéaires.

2) On considère les points $A(2, 3)$, $B(3, 5)$ et $C(m-1, 3m-2)$.

Déterminer la valeur de m pour que C appartienne à (AB) .

II. Equation cartésienne d'une droite :

Activité :

On considère les points $A(1, -3)$, $B(-2, 1)$ du plan et soit $M(x, y)$ un point de (AB) .

1) Que peut-on dire sur les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AM} .

2) Sans calcul, déterminer la valeur du $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM})$.

3) Calculer $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM})$ en fonction de x et y .

L'équation $4x + 3y + 5 = 0$ est appelée **l'équation cartésienne** de la droite (AB) de vecteur directeur \overrightarrow{AB}

Définition :

في طرح عبد الكبير

Dans un repère quelconque du plan, toute droite a une équation *cartésienne s'écrit* sous la forme: $ax+by=c$ où a, b et c sont trois réels donnés avec a et b non tous nuls.

○ Remarque :

Soit (D) du plan d'équation: $ax+by=c$.

Les vecteurs $\vec{u}(-b, a)$ et $\vec{u}'(b, -a)$ sont des vecteurs directeurs de la droite (D) .

✍ Application:

Compléter le tableau suivant:

L'équation cartésienne de la droite	Vecteur directeur de la droite
$\vec{u}(\dots; \dots)$	$2x+5y=4$
$\vec{u}(\dots; \dots)$	$y+3x-2=0$
$\vec{u}(3;5)$=6
$\vec{u}(\dots; \dots)$	$x+4=0$

○ Remarque :

On note souvent la droite passant par un point A et de vecteur \vec{u} par $D(A, \vec{u})$.

✍ Application:

- 1) Donner l'équation cartésienne de la droite $(D) = D(A, \vec{u})$ avec $A(1,3)$ et $\vec{u}(2,2)$.
- 2) Donner l'équation cartésienne de la droite (BC) avec $B(-2,3)$ et $C(0,-4)$.

III. Représentation paramétrique d'une droite:

✍ Activité :

On considère $(D) = D(A, \vec{u})$ tels que $A(2,-1)$ et $\vec{u}(3,1)$ et soit $M(x, y)$ un point de (D) .

- 1) Montrer l'existence d'un nombre réel t tel que: $\overline{AM} = t \vec{u}$.
- 2) Ecrire x et y en fonction de t .

Le système $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ est appelé **une représentation paramétrique** de (D) .

✍ Application:

- 1) Donner une représentation paramétrique de la droite (MN) avec $M(-1,4)$ et $N(5,4)$.
- 2) Donner l'équation cartésienne de la droite $(D): \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$.

✍ Exercice : Exercice N°4 de la série.

IV. Position relative de deux droites:

✍ Activité :

Soient (D) et (Δ) deux droites telles que: $(D): 3x - y + 4 = 0$ et $(\Delta): -6x + 2y - 1 = 0$.

- 1) Calculer $\det(\vec{u}; \vec{v})$ tels que \vec{u} un vecteur directeur de (D) et \vec{v} un vecteur directeur de (Δ) .
- 2) Déduire la position relative de (D) et (Δ) .

✍ Propriété :

ذ. طارق عبد الكبير

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs directeurs respectivement des droites (D) et (Δ) .

$(D) // (\Delta)$ si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$.

(D) et (Δ) sécantes si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) \neq 0$

Application:

Etudier la position relative de (D) et (Δ) en déterminant leur point d'intersection si sont sécantes dans les cas suivants:

☼ Cas ❶: $(D): x + 2y = 3$ et $(\Delta): 2x + y = 6$.

☼ Cas ❷: $(D): x + y = 5$ et $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$.

Exercice de synthèse : Exercice N°6 de la série.

ذ. طارق عبد الكبير